கணக்கு

எட்டாம் வகுப்பு

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்டது.
(விற்பனைக்கு அன்று)

தீண்டாமை ஒரு பாவச் செயல்
தீண்டாமை ஒரு பெருங்குற்றம்
தீண்டாமை மனிதத்தன்மையற்ற செயல்

தமிழ் நாட்டுப்
பாடநூல் கழகம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை - 600 006

முதற்பதிப்பு - 2005
மறுபதிப்பு - 2006

குழுத்தலைவர்
முனைவர் க. மாரியப்பன்
இயக்குநர்
தொடக்கக் கல்வி இயக்ககம்
சென்னை - 600 006.

மேலாய்வாளர்கள்

திரு.மா.கி.சுப்பிரமணியன்
துணை இயக்குநர் (ஓய்வு)
ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி இயக்ககம்
சென்னை - 600 006.

திருமதி ம.சரோஜா
விரிவுரையாளர்
டி.ஐ.இ.டி
வடலூர் - 607 303

நூலாசிரியர்கள்

திரு. தி. கதிர்வேல்
உதவி தலைமையாசிரியர்
அரசு மேனிலைப் பள்ளி
அரும்பாக்கம்
சென்னை - 600 106

திரு.பொ.நாகராஜன்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
பொ.ரா.அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
புழல், திருவள்ளூர் மாவட்டம்
சென்னை - 600 066

திரு.டி.கே.சீனிவாசன்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
பொ.ரா.அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
மேற்கு மாம்பலம் - புதூர்
சென்னை - 600 083

திரு. வி. ஸ்ரீராம்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
பி.சி.கே.ஜி. அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
கோடம்பாக்கம்
சென்னை - 600 024

திரு..கா.ராமமூர்த்தி
துணை பேராசிரியர்
தமிழ்நாடு அரசு பள்ளிக் கல்வி இயக்ககம்
சென்னை - 600 006

திரு.மா.சீனிவாசன்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
பூதூர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்
சென்னை - 600 066

பாடங்கள் தயாரிப்பு : தமிழ்நாடு அரசுக்காக பள்ளிக் கல்வி இயக்ககம், தமிழ்நாடு

இந்நூல் 60 ஜி. எஸ். எம் தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

வெப்ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :
பகத் பிரிண்டர்ஸ், சென்னை–600 117.

பொருளடக்கம்

1. எண்முறையினம்

1.1 எண்களில் வரிசை முறைகள் மீள்பார்வை:

7 ஆம் வகுப்பில் நாம் இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள், விகிதமுறு எண்கள் ஆகியவற்றில் நாள்கு அடிப்படைச் செயல்களைக் கற்றறிந்தோம். இவற்றை இப்பாடப்பகுதியில் நினைவு கூர்வோம்.

1.1.1 முழுக்களை எண் கோட்டில் அமைத்தல்
1.1.2 விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் அமைத்தல்
1.1.3 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

இயல் எண்கள் எண்ணுவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் எண்கள் இயல் எண்கள் எனப்படும். கணம் $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ இயல் எண்களின் கணமாகும்.

முழு எண்கள் இயல் எண்களுடன் பூச்சியமும் சேர்ந்த கணம் $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ முழு எண்களின் கணமாகும். ஒவ்வொரு இயல் எண்ணும் ஒரு முழு எண்ணாகும். ஆனால் முழு எண்ணான பூச்சியம் இயல் எண் ஆகாது. நாம் இந்த எண்களை ஒரு கோட்டில் குறித்துக் காட்டலாம். அக்கோடானது எண்கோடு எனப்படும். எண் கோட்டினை அமைக்க நாம் ஒரு நேர் கோட்டினை வரைந்து அதன் மீது 0 என்ற புள்ளியினை குறித்துக் கொள்வோம். புள்ளி 0 ஆனது எண் பூச்சியத்தை குறிப்பதாகக் கொள்வோம். 0 வில் ஆரம்பித்து அதற்கு வலது புறம் சம இடைவெளிகளில் A, B, C, D.. ஆகிய புள்ளிகளை கோட்டின் மீது குறித்துக் கொள்வோம்.

படம் 1.1

0 விற்கும் A விற்கும் இடையே அமையும் இடைவெளி ஓர் அலகு எனில் AB, BC, CD … ஆகியவைகளுக்கு இடையே அமையும் இடைவெளியும் ஓர் அலகாகும். எனவே OB (= OA + AB) இரண்டு அலகாகும். OC (= OB + BC) மூன்று அலகாகும். OD ஆனது நான்கு அலகாகும். கோட்டின் மீது அமையும் வெவ்வேறு புள்ளிகளை எண்களால் குறித்துக்கொள்வோம். எனவே புள்ளி A ஆனது எண் ஒன்றையும் புள்ளி B ஆனது எண் இரண்டினையும் மற்ற புள்ளிகள் அதற்கு தொடர்பான எண்களையும் குறிப்பதாக எடுத்துக் கொள்வோம். இத்தகைய அமைப்பிலிருந்து நாம் முழு எண்கள் பற்றிய சில பண்புகளை வரையறை செய்யலாம். அவற்றுள் வரிசைப் பண்பும் ஒன்றாகும்.

வரிசைப் பண்பு:

எண்கோட்டின் மீது 8 ஆனது 4 இன் வலப்புறம் அமைந்துள்ளதால் $8 > 4$ என நாம் அறிந்துள்ளோம். இவ்வாறே 3 ஆனது 7 இன் இடப்புறம் அமைவதால் $3 < 7$ என அறிந்துள்ளோம். எனவே கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு முழு எண்களில் சிறிய எண்ணானது, பெரிய எண்ணின் இடது புறம் அமையும் என அறியலாம். a, b ஆனது எண் கோட்டின்

மீது அமையும் வெவ்வேறு இரண்டு புள்ளிகளை குறிக்கும் இரண்டு எண்கள் எனில் எண் a குறிக்கும் புள்ளியானது எண் b குறிக்கும் புள்ளிக்கு இடப்புறம் அமைந்தால் $a <$ b ஆகும். ஆனால் எண் a குறிக்கும் புள்ளியானது எண் b குறிக்கும் புள்ளிக்கு வலப்புறம் அமைந்தால் b $< a$ ஆகும். எனவே ஏதேனும் இரண்டு முழு எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையதாகும். இதனை நாம் முழு எண்களின் வரிசைப் பண்பு என்கிறோம்.

முழுக்கள்:

மிகை முழுக்கள்:

இயல் எண்கள் 1, 2, 3, 4.......... என்பதனை மிகை முழுக்கள் என அறிவோம். அதாவது $Z^+ = \{1, 2, 3, \ldots\} = N$ மிகை முழுக்களின் கணமாகும்.

குறைமுழுக்கள்:

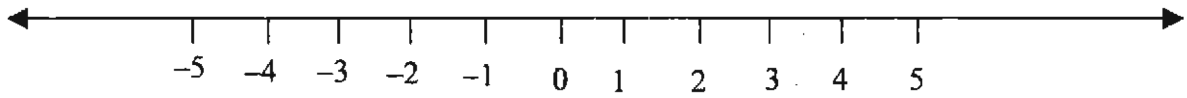
1, 2, 3, 4........ ஆகிய ஒவ்வொரு மிகை முழுவிற்கும் அதற்கு ஒத்த ஒவ்வொரு குறை முழுவையும் வரையறுத்து அந்த எண்களை $-1, -2, -3, -4\ldots$ என குறிக்க இயலும். எனவே $Z^- = \{-1, -2, -3, -4\ldots\}$ ஆனது குறை முழுக்களின் கணமாகும்.

முழுக்கள்:

எனவே நாம் $Z = \{\ldots.. -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\ldots.\}$ என்ற புதிய முழுக்களின் கணத்தை அறிந்து கொள்ளலாம். இதிலிருந்து நாம் $Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$ என்பதை அறியலாம். பூச்சியம் என்பது ஒரு முழு ஆனால் இது குறைமுழுவும் அல்ல மிகைமுழுவும் அல்ல.

1.1.1 எண்கோட்டில் முழுக்களை குறித்தல்:

ஒரு நேர்கோட்டின் மையத்தில் 'O' என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். நாம் இப்புள்ளியினை பூச்சியம் எனப் பெயரிடுவோம். பூச்சியத்திற்கு வலப் புறமும், இடப்புறமும் சம இடைவெளிகளை அமைத்துக்கொள்வோம். பூச்சியத்திற்கு வலப்புறம் அமைந்த பிரிவுகளின் புள்ளிகளை 1, 2, 3, 4......... எனவும் இடப்புறமும் அமைந்த பிரிவுகளின் புள்ளிகளை $-1, -2, -3, -4$....... எனவும் கீழே அமைந்துள்ளது போல் எண் கோட்டில் பெயரிட்டுக் கொள்வோம்.



படம் 1. 2

இவ்வாறு ஒவ்வொரு முழுவினையும் எண் கோட்டில் நாம் குறித்துக் காட்ட இயலும்.

முழுக்களை வரிசைப்படுத்துதல்:

எண்கோட்டில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் இரண்டு முழுக்களில் வலப்புறம் அமைந்த முழுவானது இடப்புறம் அமைந்த முழுவைவிட பெரியதாகும். அதாவது 'a' என்ற முழு எண் 'b' என்ற முழுவிற்கு இடப்புறம் அமைந்தால் $a <$ b எனக் கூறலாம். இவ்வாறே b ஆனது a யின் வலப்புறம் அமைந்திருப்பின் $b > a$ எனக் கூறலாம். மேலும் $a <$ b என்பதும் b $> a$ என்பதும் ஒரே பொருளை உணர்த்தும் என்பதனை அறியலாம். எடுத்துக்காட்டாக

$4 > 2$ என்பது $2 < 4$ ஆகும் ; $5 > 0$ என்பது $0 < 5$ ஆகும்

$-3 > -5$ என்பது $-5 < -3$ ஆகும் ; $-9 < -7$ என்பது $-7 > -9$ ஆகும்

குறிப்பு:

1. ஒவ்வொரு மிகை முழுவும் ஒவ்வொரு குறைமுழுவைவிடப் பெரியதாகும்.
2. பூச்சியம் ஆனது ஒவ்வொரு மிகை முழுவைவிடச் சிறியதாகும். ஒவ்வொரு குறை முழுவைவிடப் பெரியதாகும்.
3. a, b ஆகிய இரண்டு முழுக்களில்
   $a < b$ எனில் $-a > -b$ ஆகும். அதாவது
   $3 < 5$ எனில் $-3 > -5$ ஆகும்.

விகிதமுறு எண்கள்:

$\frac{a}{b}$ என்ற வடிவத்தில் அமையும் எண்கள் விதிமுறு எண்களாகும். இவ்வடிவத்தில் a யும் b யும் முழுக்களாகும். மேலும் $b \neq 0$ ஆகும். $Q = \{\frac{a}{b} | a \in z, b \in z, \ b \neq 0\}$ விகிதமுறு எண்களின் கணமாகும்.

a யும் b யும் ஒரே குறியீட்டில் இருப்பின் $\frac{a}{b}$ ஒரு மிகை விகிதமுறு எண்ணாகும். a யும் b யும் எதிரெதிர் குறியீட்டில் இருப்பின் $\frac{a}{b}$ ஒரு குறை விகிதமுறு எண்ணாகும்.

ஒவ்வொரு முழு a வையும் $\frac{a}{1}$ என்ற வடிவத்தில் எழுத இயலும். எனவே ஒவ்வொரு முழுவும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும். $\therefore N \subset W \subset Z \subset Q$

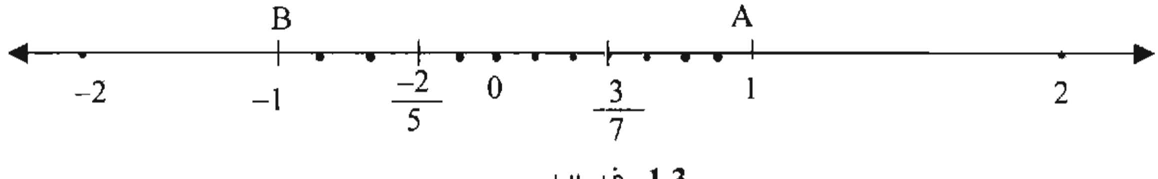
1.1.2 எண்கோட்டில் விகிதமுறு எண்களை குறித்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 1:

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{-2}{5}$ ஆகியவற்றை எண்கோட்டில் குறித்தல்.

தீர்வு:

ஏதேனும் ஒரு கோட்டினை வரைந்து அதன் மீது 0 என்னும் புள்ளியினை குறித்துக்கொள்ளவும். 0 வின் வலப்புறமும் இடப்புறமும் சம இடைவெளியில் அமையுமாறு புள்ளிகளை குறித்துக் கொள்ளவும். வலப்புறம் அமைந்த புள்ளிகளை 1,2,3,...... எனவும் இடப்புறம் அமைந்த புள்ளிகளை –1, –2, –3.......... எனவும் படத்தில் அமைந்துள்ளவாறு குறிப்பதாகக் கொள்வோம்.



படம் **1.3**

(i) $\frac{3}{7}$ என்ற எண்ணில் தொகுதி பகுதியைவிட சிறியதாக இருப்பதால் $\frac{3}{7} < 1$ ஆகும். மேலும் $\frac{3}{7}$ ஆனது ஒரு மிகை விகிதமுறு எண்ணாகும். 0 விற்கும் 1 க்கும் இடையே அமைந்த கோட்டுத் துண்டினை 7 சமபாகங்களாக பிரித்துக் கொள்வோம். ‘0’ விலிருந்து

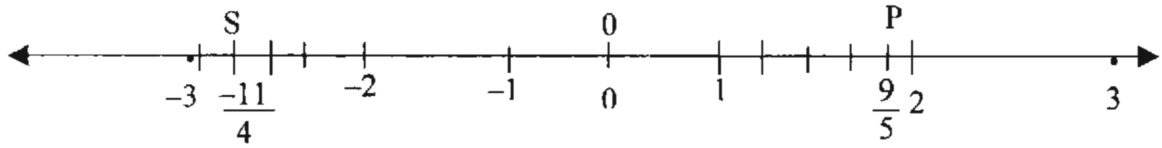
வலதுபுறம் 3 பாகம் குறிக்கும் புள்ளி விகிதமுறு எண் $\frac{3}{7}$ ஐக் குறிக்கும். இதனை A என பெயரிட்டுக் காட்டவும்.

(ii) $\frac{-2}{5}$ ஆனது குறை விகிதமுறு எண் இந்த எண்ணின் மதிப்பானது -1 ஐ விட அதிகமானதாகும். எனவே 0 விற்கும் -1க்கும் இடையே அமைந்த கோட்டுத் துண்டினை 5 சமபாகங்களாக பிரித்துக் கொள்வோம். 0 விலிருந்து இடது புறம் 2 பாகம் குறிக்கும் புள்ளி விகிதமுறு எண் $\frac{-2}{5}$ ஐக் குறிக்கும். இதனை B என பெயரிட்டுக் காட்டவும்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

(i) $\frac{9}{5}$ (ii) $\frac{-11}{4}$ ஆகிய எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்.

தீர்வு:



படம் 1.4

மேற்கண்டவாறு எண் கோட்டினை வரைந்து முழுக்களை குறித்துக்கொள்ளவும்

(i) $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

1 அலகு நீளமுள்ள கோட்டுதுண்டிற்கு பிறகு அமையும் 1 இலிருந்து 2 என குறித்துள்ள 1 அலகு அளவுள்ள கோட்டுதுண்டினை 5 சமபாகங்களாக பங்கிட்டு அதனில் 4 சமபாகங்கள் கொண்ட புள்ளியினை மேற்கண்டவாறு P என குறித்துக் காட்டவும். P ஆனது விகிதமுறு எண் $1\frac{4}{5}$ அல்லது $\frac{9}{5}$ ஐ குறிக்கும் புள்ளியாகும்.

(ii) $-\frac{11}{4} = -2\frac{3}{4}$

0 விற்கு இடப்புறம் 2 அலகுகள் நீளமுள்ள கோட்டுதுண்டிற்கு (அதாவது 0 விலிருந்து -2) பிறகு அமையும் -2 விருந்து -3 என குறித்துள்ள 1 அலகு அளவுள்ள கோட்டு துண்டினை 4 சமபாகங்களாக பங்கிட்டு அதனில் 3 சமபாகங்கள் கொண்ட புள்ளியினை மேற்கண்டவாறு S என குறித்துக் காட்டவும். S ஆனது விகிதமுறு எண் $-2\frac{3}{4}$ அல்லது $-\frac{11}{4}$ ஐ குறிக்கும் புள்ளியாகும். ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணும் எண்கோட்டில் ஒரே ஒரு புள்ளியைதான் குறிக்கும்.

தேற்றம்:

a, b என்ற வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே மற்றொரு விகிதமுறு எண் அமையும்.

நிரூபணம்:

a, b என்பன இரண்டு வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

மேலும் $a <$ b எனக்கொள்ளவும்.

$$a < b$$

$$a + a < a + b \quad \text{(இரண்டுபுறமும் } a \text{ வைக் கூட்ட)}$$

$$2a < a + b$$

$$a < \frac{a+b}{2} \text{ ---------------------------------- } (1)$$

மேலும் $a <$ b

$$a + b < b + b \text{ (இரண்டுபுறமும் b யைக் கூட்ட)}$$

$$a + b < 2b$$

$$\frac{a+b}{2} < b \text{ ------------------------------- } (2)$$

(1) ஐ யும் (2) ஐ யும் இணைக்க நாம் பெறுவது

$$a < \frac{a+b}{2} < b$$

மேலும் a, b என்பன இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் என்பதால் $\frac{a+b}{2}$ வும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும். எனவே a, b என்ற வெவ்வேறு இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே மற்றொரு விகிதமுறு எண் $\frac{a+b}{2}$ அமைந்துள்ளது.

குறிப்பு:

கொடுக்கப்பட்ட ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே ஒரு விகிதமுறு எண் அமைவதால், இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் அமையும் என்பது தெளிவாகிறது.

1.1.3 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்:

ஏதேனும் இரண்டு பின்னங்களை ஒப்பிடமுடியும் என்பதனை நினைவு கூர்வோம் அதாவது பின்னங்கள் சமம் இல்லை எனில் ஒன்று மற்றொன்றைவிட பெரியதாகும். இரண்டு பின்னங்கள் $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}$ ஆகியவற்றை எடுத்துக்கொள்வோம். இந்த பின்னங்களை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க இந்த பின்னங்களின் பகுதிகள் சமம் இல்லை என்பதால் ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்றிக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

$15 > 14$, என்பதால் $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$ ஆகும் எனவே $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$ ஆகும். இவ்வாறு இரண்டு பின்னங்களை ஒப்பிடுதல் முடியும். இதைப்போன்றே இரண்டு விகிதமுறு எண்களையும் ஒப்பிட முடியும். இரண்டு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுகையில் எந்த மிகை விகிதமுறு எண்ணும் எந்த குறை விகிதமுறு எண்ணையும்விடப் பெரியது என்பதனை அறிந்திருத்தல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3:

விகிதமுறு எண்கள் $\frac{-5}{3}, \frac{17}{-10}$ ஆகியவற்றுள் எது பெரியது?

தீர்வு:

விகிதமுறு எண் $\frac{17}{-10}$ ஐ பகுதி மிகை எண்ணாக அமையுமாறு முதலில் $\frac{-17}{10}$ என மாற்றி எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். பின்னர் நாம் ஒரே பகுதியையுடைய விகிதமுறு எண்களாக அமைத்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

$$\frac{-5}{3} = \frac{-5\times 10}{3\times 10} = \frac{-50}{30}$$

$$\frac{-17}{10} = \frac{-17\times 3}{10\times 3} = \frac{-51}{30}$$

$50 < 51$, என்பதனால் $-50 > -51$ இதன் தொடர்பாக $\frac{-50}{30} > \frac{-51}{30}$

எனவே $\frac{-5}{3} > \frac{-17}{10}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4:

$\frac{6}{-5}$, $\frac{-13}{-8}$ என்ற விகிதமுறு எண்களில் எது பெரியது?

தீர்வு:

$$\frac{6}{-5} = \frac{-6}{5}$$

மேலும் $\frac{-13}{-8} = \frac{13}{8}$

$\frac{13}{8}$ ஆனது மிகை விகிதமுறு எண், $\frac{-6}{5}$ ஆனது குறைவிகிதமுறு எண்.

எனவே $\therefore \frac{13}{8} > \frac{-6}{5}$.

$\therefore \frac{-13}{-8} > \frac{6}{-5}$.

ஏறுவரிசை, இறங்குவரிசை:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் ஒவ்வொரு முந்தைய எண்ணிற்கும் பெரிய எண்ணை அடுத்ததாக எழுதி எண்களை அமைக்க இயலும். இதனை எண்கள் ஏறுவரிசையில் அமைந்துள்ளது எனக் கூறலாம். மேலும் ஒவ்வொரு முந்தைய எண்ணிற்கும் சிறிய எண்ணை அடுத்ததாக எழுதி எண்களை அமைக்க இயலும். இதனை எண்கள் இறங்கு வரிசையில் அமைந்துள்ளது எனக் கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5:

விகிதமுறு எண்கள் $\frac{-7}{10}, \frac{5}{-8}, \frac{-2}{3}$ ஆகியவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுதவும்.

தீர்வு:

முதலில் எண்களை $\frac{-7}{10}, \frac{-5}{8}, \frac{-2}{3}$ என எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்

10, 8, 3 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

$$2 \,|\, \underline{10,\ 8,\ 3}$$
$$5,\ 4,\ 3$$

எண்களை பொதுவான பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாக மாற்றிக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

$$\frac{-7}{10} = \frac{-7 \times 12}{10 \times 12} = \frac{-84}{120}$$

$$\frac{-5}{8} = \frac{-5 \times 15}{8 \times 15} = \frac{-75}{120}$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 40}{3 \times 40} = \frac{-80}{120}$$

தொகுதிகள் $-84, -75, -80$ ஆகியவற்றை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம்

$-84 < -80 < -75$ என்பதனால்

$$\frac{-84}{120} < \frac{-80}{120} < \frac{-75}{120}$$

அதாவது $\frac{-7}{10} < \frac{-2}{3} < \frac{-5}{8}$

$$\frac{-7}{10} < \frac{-2}{3} < \frac{5}{-8}$$

$\frac{-7}{10}, \frac{-2}{3}$ மேலும் $\frac{5}{-8}$ ஏறுவரிசையில் அமைக்கப்பட்ட எண்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6:

$\frac{-2}{3}, \frac{4}{-5}, \frac{-1}{6}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களை இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.

தீர்வு:

முதலில் எண்களை $\frac{-2}{3}, \frac{-4}{5}, \frac{-1}{6}$ என எழுதிக்கொள்ள வேண்டும்

3,5,6 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம $2 \times 5 \times 3 = 30$.

$$3 \,|\, \underline{3,\ 5,\ 6}$$
$$1,\ 5,\ 2$$

எண்களை பொதுவான பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாக மாற்றிக்கொள்ள வேண்டும்.

$$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{-20}{30}$$

$$\frac{-4}{5} = \frac{-4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{-24}{30}$$

$$\frac{-1}{6} = \frac{-1\times 5}{6\times 5} = \frac{-5}{30}$$

தொகுதிகள் $-20, -24$, -5 ஆகியவற்றை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கையில்.

$$-5 > -20 > -24$$

$$\frac{-5}{30} > \frac{-20}{30} > \frac{-24}{30}$$

$$\frac{-1}{6} > \frac{-2}{3} > \frac{-4}{5}$$

$$\frac{-1}{6} > \frac{-2}{3} > \frac{4}{-5}$$

$\frac{-1}{6}, \frac{-2}{3}$ மேலும் $\frac{4}{-5}$ இறங்குவரிசையில் அமைக்கப்பட்ட எண்களாகும்.

விகிதமுறு எண்களின் வரிசைப் பண்புகள்:

பண்பு 1: ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண் 'x' க்கும் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஏதாவது ஒன்று உண்மையாகும்,

(i) $x > 0$ (ii) $x = 0$ (iii) $x < 0$

பண்பு 2: ஏதாவது இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் x, y க்கு கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஒன்று உண்மையாகும்.

(i) $x > y$ (ii) $x = y$ (iii) $x < y$

பண்பு 3: $x > y$, $y > z$ எனில் $x > z$ என்பதற்கிணங்க x, y, z என்ற விகிதமுறு எண்கள் அமையும்

பண்பு 4: $x < y$, $y < z$ எனில் $x < z$ என்பதற்கிணங்க x, y, z என்ற விகிதமுறு எண்கள் அமையும்.

பண்பு 5: விகிதமுறு எண்களில் அமையும் அடிப்படைச் செயல்களான கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் (பூச்சியம் நீங்கலாக) ஆகியவற்றால் கிடைக்கும் பலனும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு **7:**

$\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$ என்ற எண்களுக்கிடையே ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

$\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண் $\frac{1}{2}\left(\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)$ ஆகும்.

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{5\times 7 + 6\times 6}{6\times 7}\right)$$

$$= \frac{5\times 7 + 6\times 6}{2\times 6\times 7} = \frac{71}{84}$$

எனவே $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண் $\frac{71}{84}$

எடுத்துக்காட்டு 8:

$\frac{4}{5}, \frac{6}{7}$ என்ற எண்களுக்கிடையே இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

$\frac{4}{5}, \frac{6}{7}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண் $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}+\frac{6}{7}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4\times 7+6\times 5}{5\times 7}\right) = \frac{28+30}{2\times 5\times 7}$$

$$= \frac{58}{70} = \frac{29}{35}$$

$\frac{4}{5}, \frac{6}{7}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண் $\frac{29}{35}$

$$\frac{4}{5} < \frac{29}{35} < \frac{6}{7}$$

மற்றுமொரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க

$\frac{4}{5}, \frac{29}{35}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண்ணை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

அது $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}+\frac{29}{35}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4\times 35+29\times 5}{5\times 35}\right) = \frac{140+145}{2\times 5\times 35} = \frac{285}{350} = \frac{57}{70}$$

$\frac{4}{5}, \frac{29}{35}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண் $\frac{57}{70}$

எனவே $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}$ க்கு இடையே அமையும் விகிதமுறு எண்கள்

$$\frac{4}{5} < \frac{57}{70} < \frac{29}{35} < \frac{6}{7}$$

பயிற்சி 1.1

1. இரண்டு விகிதமுறு எண்களில் எது பெரியது?

   (i) $\frac{-4}{11}, \frac{3}{11}$ (ii) $\frac{-5}{8}, \frac{-3}{4}$ (iii) $\frac{-7}{12}, \frac{5}{-8}$ (iv) $\frac{-4}{9}, \frac{-3}{-7}$

2. இரண்டு விகிதமுறு எண்களில் எது சிறியது?

   (i) $\frac{-4}{7}, \frac{5}{-7}$ (ii) $\frac{6}{13}, \frac{-7}{13}$ (iii) $\frac{16}{-5}, 3$ (iv) $\frac{4}{-3}, \frac{-8}{7}$

3. ஏறுவரிசையில் எழுதவும்

   $\frac{3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{8}{-15}, \frac{-17}{-30}$

4. இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்

   $\frac{4}{9}, \frac{-5}{6}, \frac{-7}{-12}, \frac{11}{-24}$

5. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்கவும்.

(i) $\frac{8}{3}$ (ii) $\frac{15}{7}$ (iii) $\frac{7}{6}$ (iv) $\frac{-3}{5}$ (v) $\frac{-11}{5}$

6. $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{5}$ க்கு இடையே ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

7. $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ க்கு இடையே இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

8. $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$ க்கு இடையே இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1.2 விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவம்:

1.2.1 முடிவுறு முடிவுறா தசம வடிவங்கள்
1.2.2 தசம எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுதல்

சில விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக மாற்றுவோம்.

$\frac{3}{4}$ ன் தசமவடிவம்

$$\begin{array}{r|l} & 0.75 \\ \hline 4 & 3.00 \\ & 2\,8 \\ \hline & \;\;20 \\ & \;\;20 \\ \hline & \;\;\;0 \end{array}$$

$\frac{3}{4} = 0.75$

$\frac{5}{8}$ ன் தசம வடிவம்

$$\begin{array}{r|l} & 0.625 \\ \hline 8 & 5.0 \\ & 4\,8 \\ \hline & \;\;20 \\ & \;\;16 \\ \hline & \;\;\;40 \\ & \;\;\;40 \\ \hline & \;\;\;\;0 \end{array}$$

$\frac{5}{8} = 0.625$

$\frac{7}{5}$ ன் தசம வடிவம்

$$\begin{array}{r|l} & 1.4 \\ \hline 5 & 7.0 \\ & 5 \\ \hline & 20 \\ & 20 \\ \hline & \;0 \end{array}$$

$\frac{7}{5} = 1.4$

ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{-p}{q}$ அல்லது $\frac{p}{-q}$ என்ற வடிவத்தில் இருந்தால் $\frac{p}{q}$ வை தசம வடிவில் கண்டு தசமவடிவத்திற்கு முன்பு குறை குறியீட்டை குறித்தல் வேண்டும்.

அதாவது $\frac{-3}{4} = -0.75$

$\frac{5}{-8} = -0.625$

$\frac{-7}{5} = -1.4.$

1.2.1 முடிவுறு, முடிவுறா தசம வடிவம்:

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளில் நாம் எடுத்துக்கொண்ட விகிதமுறு எண்களை தசம வடிவமாக மாற்றும் பொழுது தசம வடிவ பாகத்தில் முடிவுற்ற எண்ணிக்கையுள்ள இடமதிப்புகள் அமைவதை காண்கிறோம். ஏனெனில் நீள்வகுத்தல் முறை முற்றுப்பெறுகிறது.

அனைத்து விகிதமுறு எண்களையும் தசம வடிவ அமைப்பில் மாற்றும் பொழுது அதன் தசம வடிவம் முடிவுற்றிருக்குமா என்ற வினாவிற்கு நாம் விடையளிக்குமுன் விகிதமுறு எண் $\frac{1}{3}$ ஐ நீள்வகுத்தல் முறையில் தசம வடிவமாக மாற்றுவோம். வகுத்தலில் உள்ள ஈவில் தொடர்ச்சியாக கிடைக்கும் 3 ஐ எடுத்துக் கொள்ள இயலுமா? சில படிகளுக்கு பிறகு வகுத்தல் செயலில் அனைத்து படிகளிலும் மீதி 1 என வந்து வகுத்தல் முறை முடிவுறு தன்மை பெறாமல் இருப்பதைக் காணலாம்.

இத்தகைய தசம பின்னங்களை நாம் முடிவுறா தசம பின்னங்கள் என கூறலாம். மாறாக தசமவடிவில் உள்ள எண்கள் முடிவுற்று இருந்தோ அல்லது நீள் வகுத்தல் முறையில் முடிவுற்றாலோ அத்தகைய தசம பின்னங்கள் முடிவுறு தசமபின்னங்கள் எனப்படும்.

மேலும் $\frac{1}{3}$ ஐ தசம வடிவமாக மாற்றும் எடுத்துக் காட்டில் இலக்கம் 3 ஆனது மீண்டும் மீண்டும் வருவதை அறியலாம். எடுத்துக்காட்டில் அமையும் இந்த தசமவடிவம் முடிவுறாத சுழல்தன்மை பெற்ற தசமவடிவம் எனப்படும். 3 ஆனது முடிவுறாமல் மீண்டும் மீண்டும் வருவதை குறிக்க அதன் மீது – என்ற சிறிய கோட்டினை குறித்து நாம் எழுதுதல் வேண்டும்.

$$\frac{1}{3} = 0.333\ldots\ldots\ldots\ldots = 0.\overline{3}$$

அவ்வாறே $\frac{2}{9} = 0.222\ldots\ldots\ldots\ldots = 0.\overline{2}$

$\frac{2}{11}$ ஐ தசம பின்ன வடிவில் எழுதுக.

$\frac{2}{11}$ ஐ தசம வடிவமாக மாற்றும் பொழுது 18 என்ற சோடி முடிவில்லாமல் மீண்டும் மீண்டும் வருவதை நாம் அறியலாம். எனவே $\frac{2}{11}$ ஐ தசம வடிவில் எழுதும் பொழுது 18 ன் மீது – என்ற கோடிட்டு காட்டுதல் வேண்டும்.

$$\frac{2}{11} = 0.1818\ldots\ldots = 0.\overline{18}$$

$\frac{1}{7}$ ஐ தசம பின்ன வடிவில் எழுதுக.

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots$$

$$= 0.\overline{142857}$$

142857 ன் மீது நாம் ஏன் கோடிட்டுக் காட்டுகிறோம்? மேலும் இலக்கங்களின்

தொகுப்பு மீண்டும். மீண்டும் வருகிறதா என்பதனை நாம் உறுதியாக அறிந்திருக்கிறோமா? ஆம் எனில் இலக்கம் 1 ஐ லகுபடும் எண்ணாக கொண்டு நாம் வகுத்தல் செயலை தொடர்தல் வேண்டும். மீண்டும் இலக்கம் 1 ஆனது மீதியாக வரும்பொழுது ஈவிலுள்ள இலக்கங்களின் வடிவம் மீண்டும் மீண்டும் வருவதை அறியலாம்.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.14285714 \\
\hline
7 & 1.000000 \\
 & \underline{7} \\
 & 30 \\
 & \underline{28} \\
 & 20 \\
 & \underline{14} \\
 & \quad 60 \\
 & \quad \underline{56} \\
 & \qquad 40 \\
 & \qquad \underline{35} \\
 & \qquad 50 \\
 & \qquad \underline{49} \\
 & \qquad\; 10 \\
 & \qquad\; \underline{7} \\
 & \qquad\quad 30 \\
 & \qquad\quad \underline{28} \\
 & \qquad\quad\; 2
\end{array}
$$

ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் முடிவுறு தசம வடிவமாகவோ அல்லது முடிவற்ற சுழல்தன்மை பெற்ற தசமவடிவமாகவோ காணும்பொழுது இயல்பாக ஒரு வினா எழும் அதாவது எத்தகைய விகிதமுறு எண்கள் முடிவுறு தசம வடிவமாக அமையும், எத்தகைய விகிதமுறு எண்கள் முடிவுறா சுழல்தன்மை பெற்ற தசம வடிவமாக அமையும் என்பதனை அறிதல். வேண்டும். விகிதமுறு எண்கள் $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{5}$ ஆகியவை முடிவுறு தசம வடிவம் ஆகும். இத்தகைய விகிதமுறு எண்களின் சிறப்பு அமைப்பு யாது? பகுதிகள் 4,8,5 ஆனது 2 இன் அடுக்குகள் அல்லது 5 இன் அடுக்குகள் ஆகும். $\frac{p}{q}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பகுதியை 2 மேலும் 5 அல்லது, 2 அல்லது 5 ஆகிய எண்களின் பகாக்காரணிகளாக எழுத முடிந்து q வையும் 2 மேலும் 5 இன் அடுக்குகளையும் பெருக்கக் கிடைக்கும் பலன் 10 இன் அடுக்காக இருக்கும். என்வே $\frac{p}{q}$ வை முடிவுறு தசம எண்ணாக எழுதமுடியும்.

கீழ்க்கண்ட விளக்கத்திலிருந்து இதனை நாம் அறிய முடியும்:

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2^2} = \frac{3 \times 5^2}{2^2 \times 5^2} = \left(\frac{3 \times 25}{(2 \times 5)^2}\right) = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = \frac{5 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{5 \times 125}{(2 \times 5)^3} = \frac{625}{1000} = 0.625$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10} = 1.4$$

முடிவுறா சுழல் தன்மையுள்ள விகிதமுறு எண்களான $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களின் பகுதிகள் 2 மேலும் 5 ஆகிய எண்களின் பகாக்காரணிகளாக அமையாமல் மாறுபட்ட எண்ணாக இருக்கும். q ஆனது 2 மேலும் 5 ஆகிய எண்களின் பகாக்காரணிகளாக அமையாதிருந்தால் q வை 10 இன் அடுக்குள்ள எண்ணாக மாற்ற இயலாது. எனவே அத்தகைய விகிதமுறு எண்களின் பகுதியை 10 இன் அடுக்காக அமையுமாறு கணக்கிட்டு $\frac{p}{q}$ விற்கு சமான விகிதமுறு எண்ணாக மாற்ற இயலாது. எனவே அந்த விகிதமுறு எண்களை முடிவுறு தசம எண்ணாக மாற்ற இயலாது. அத்தகைய எண்களின் அமைப்பு முடிவுறா சுழல் தன்மை பெற்ற தசம எண்ணாகும்.

எனவே $\frac{p}{q}$ என்ற விகிதமுறு எண் பகுதி q ஆனது 2 அல்லது 5 அல்லது இரண்டுமே உள்ள பகாக்காரணிகளின் சுருங்கிய வடிவில் அமையுமானால் அது முடிவுறு தசம பின்னமாகும். பகுதி q ஆனது 2 அல்லது 5 இன் பகாக்காரணிகளாக அமையவில்லை எனில் அது முடிவுறா சுழல் தன்மை பெற்ற தசம பின்னமாகும்.

1.2.2 தசம எண்களை $\frac{p}{q}$ என்றவடிவில் விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுதல்:

நாம் விகிதமுறு எண்ணை முடிவுறு தசம எண்ணாகவோ முடிவுறா சுழல் தன்மை பெற்ற எண்ணாகவோ மாற்ற இயலும் என அறிந்துள்ளோம். இதன் எதிர்மாறல் செயல் யாது? கொடுக்கப்பட்ட தசம எண்ணை $\frac{p}{q}$ என்ற வடிவில் விவிதமுறு எண்ணாக மாற்றுதல்.

எடுத்துக்காட்டு 9:

0.25 யை $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுதுக

தீர்வு:

0.25 = 2 பத்தில் ஒன்று + 5 நூறில் ஒன்று.

$$= 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

$$= \frac{20}{100} + \frac{5}{100}$$

$$= \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 10:

தசம எண் 0.675 யைக் குறிக்கும் விகிதமுறு எண்ணை கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

0.675 = 6 பத்தில் ஒன்று + 7 நூறில் ஒன்று + 5 ஆயிரத்தில் ஒன்று

$$= 6 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000}$$

$$= \frac{6\times100}{10\times100} + \frac{7\times10}{100\times10} + \frac{5}{1000}$$

$$= \frac{600}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{5}{1000}$$

$$= \frac{675}{1000} = \frac{27}{40}.$$

எடுத்துக்காட்டு 11:
முடிவுறா தசம எண் $0.3\bar{5}$ குறிக்கும் விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

விகிதமுறு எண் X எனக

எனவே $X = 0.3\bar{5} = 0.355$.............

இரண்டு புறமும் 10 ஆல் பெருக்க நமக்குக் கிடைப்பது

$$10X = 3.55 \ldots\ldots\ldots (1).$$

மேலும் இரண்டு புறமும் 100 ஆல் பெருக்க நமக்குக் கிடைப்பது

$$100X = 35.55 \ldots\ldots\ldots (2).$$

1ல் உள்ள இரண்டு பக்கங்களையும் 2ல் உள்ள ஒத்த பக்கங்களிலிருந்து கழிக்கக் கிடைப்பது

$$90X = 32$$

$$X = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$$

எடுத்துக்காட்டு 12:
தசம எண் $0.\overline{431}$ ஐ விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றவும்

தீர்வு:
விகிதமுறு எண் X என்க

எனவே $X = 0.\overline{431} = 0.431431 \ldots\ldots\ldots (1)$

இரண்டு புறமும் 1000 த்தால் பெருக்கக் கிடைப்பது

$1000X = 431.431 \ldots\ldots\ldots (2)$

1 இல் உள்ள இரண்டு பக்கங்களையும் 2 இல் உள்ள ஒத்த பக்கங்களிலிருந்து கழிக்கக் கிடைப்பது

$$999X = 431$$

$$\therefore X = \frac{431}{999}$$

பயிற்சி 1.2

1. கீழ்காணும் விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக எழுதவும்

(i) $\frac{11}{3}$ (ii) $\frac{15}{4}$ (iii) $\frac{17}{5}$ (iv) $\frac{19}{6}$ (v) $\frac{321}{40}$

(vi) $\frac{-5}{4}$ (vii) $\frac{13}{-20}$ (viii) $\frac{-16}{5}$ (ix) $\frac{-21}{10}$ (x) $\frac{17}{200}$

2. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை முடிவுறு தசம எண்கள்? ஏன்? (வகுத்தல் செயல் செய்யாமல் விடையளிக்கவும்)

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{8}{11}$ (iii) $\frac{25}{13}$ (iv) $\frac{17}{40}$ (v) $\frac{11}{21}$

(vi) $\frac{13}{100}$ (vii) $\frac{12}{55}$ (viii) $\frac{7}{33}$ (ix) $\frac{13}{1000}$ (x) $\frac{23}{32}$

3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ என்ற எண்ணை தசம எண்ணாக மாற்றினால் அது முடிவுறு தசம எண்ணா அல்லது முடிவுறா தசம எண்ணா? காரணம் கூறவும்.

4. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை விகிதமுறு எண்களாக எழுதவும்.
(i) 0.53 (ii) 0.650 (iii) 3.14 (iv) 7.010 (v) 1.0001

5. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றவும்
(i) $0.\overline{3}$ (ii) $0.\overline{42}$ (iii) $0.5\overline{6}$ (iv) $0.\overline{621}$ (v) $0.0\overline{37}$

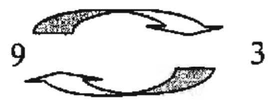
1.3 எண்ணின் மூலங்கள்:

1.3.1 முழுவர்க்கங்களின் வர்க்க மூலத்தை வகுத்தல் முறையில் காணுதல்
1.3.2 எண்ணின் கன மூலத்தை கண்டுபிடிக்கும் வழிகள்
1.3.3 மதிப்பீடு முறையில் முழுகனத்தின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடித்தல்
1.3.4 முழு கனமற்ற எண்களின் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்பை கணக்கிடுதல்.

வர்க்க எண்கள் 1, 4, 9, 16, 25.... ஆகியவை, இயல் எண்கள் முறையே 1, 2, 3, 4, 5...... ஆகியவற்றின் வர்க்கங்கள் எனப்படும். எனவே வர்க்க எண்கள் 1, 4, 9, 16, 25 .... ஆகியவற்றை சார்ந்த இயல் எண்கள் 1, 2, 3, 4, 5....... ஆகியவற்றை எப்படிக் கூறுவது என்பதனை நாம் அறிதல் வேண்டும்.

4, ஆனது 2 இன் வர்க்கம் எனில்
2, ஆனது 4 இன் வர்க்க மூலம் ஆகும்.

9 ஆனது 3 இன் வர்க்கம்



3 ஆனது 9 இன் வர்க்கமூலம்.

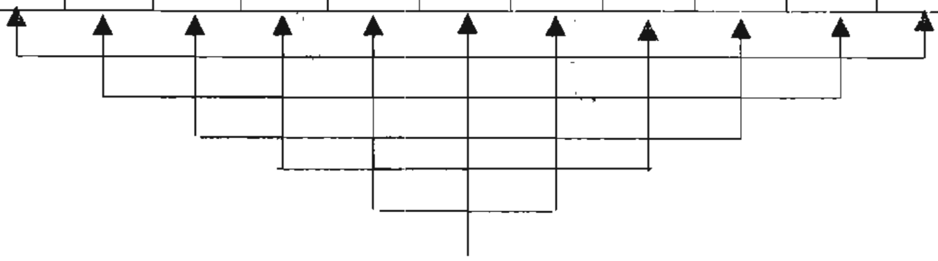
7 ஆம் வகுப்பில் வர்க்கமூலத்தின் குறியீடு $\sqrt{\ }$ என்பதனை கற்றறிந்துள்ளோம். எனவே 4 இன் வர்க்கமூலம் என்பதனை $\sqrt{4}$ என எழுதலாம். இவ்வாறே 9இன் வர்க்கமூலம் என்பதனை $\sqrt{9}$ என எழுதலாம்.

1.3.1 முழுவர்க்கத்தின் வர்க்கமூலத்தை வகுத்தல் முறையில் காணுதல்:

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காரணி முறையில் கண்டுபிடித்தலை நாம் அறிந்துள்ளோம். எனினும் சில நேரங்களில் ஒரு எண் பெரிய எண்ணாக இருப்பின் அதன் காரணிகளைக் கண்டுபிடிப்பது எளிதானது அல்ல. அச்சமயங்களில் நீள்வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலத்தை கண்டுபிடிக்கவேண்டும். ஆனால் எடுத்துக்காட்டுகள் கொண்டு வழிமுறைகளை அறிவதற்கு முன்னர் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்களின்

எண்ணிக்கையையும் அதன் வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையின் வடிவத்தினையும் அறிந்திருத்தல் வேண்டும். வர்க்க மூலத்தின் வடிவமும், பண்பும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எண்கள்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வர்க்கங்கள்	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100



இந்த அட்டவணைலிருந்து நாம் முழுவர்க்கத்தின் ஒன்றாம் இட இலக்கத்திற்கும் வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றாம் இட இலக்கத்திற்கும் உள்ள உறவினை திட்டவட்டமாக கூறமுடியும்.

முழுவர்க்கத்தின் ஒன்றாம் இட இலக்கம்	வர்க்கமூலத்தின் ஒன்றாம் இட இலக்கம்
0	0
1	1,9 (10ன் நிரப்பிகள்)
4	2,8 (10ன் நிரப்பிகள்)
9	3.7 (10ன் நிரப்பிகள்)
6	4.6 (10ன் நிரப்பிகள்)
5	5

கீழ்க்காணும் அட்டவணையை நோக்குக

வர்க்கம்	வர்க்கமூலம்	
1	1	ஒன்று அல்லது இரண்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் ஓர் இலக்க எண்ணாகும்
81	9	
100	10	மூன்று அல்லது நான்கு இலக்க முள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் இரண்டு இலக்க எண்ணாகும்
9801	99	
10000	100	ஐந்து அல்லது ஆறு இலக்க முள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் மூன்ற இலக்க எண்ணாகும்
998001	999	
10,00.000	1000	ஏழு அல்லது எட்டு இலக்க முள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் நான்கு இலக்க எண்ணாகும்
9.99.80,001	9999	

மேலே உள்ள விளக்கத்திலிருந்து நாம் சிலவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம்.

மேலே உள்ள விளக்கத்திலிருந்து நாம் சிலவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம்.

1. முழு வர்க்கத்தில் n இலக்கங்கள் இருந்து n - ஆனது இரட்டை எண் எனில் அதன் வர்க்கமூலத்தில் $\frac{n}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.
2. முழு வர்க்கத்தில் n இலக்கங்கள் இருந்து n -ஆனது ஒற்றை எண் எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தில் $\frac{n+1}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

இத்தகைய பண்புளை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட முழுவர்க்கத்தின் வர்க்க மூலத்தை எப்படி தீர்மானிக்கலாம் என்பதனை அறிந்து கொள்வோம். ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் எத்தனை இலக்கங்கள் இருக்கும் என்று கண்டு கொள்ள வேண்டும் எனில் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப்பிரித்து,

ஒவ்வொரு பிரிவின்மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும். கோடுகளின் எண்ணிக்கையே வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும். $\overline{5}\,\overline{29}$ இன் வர்க்கமூலத்தில் இரண்டு இலக்கங்கள் உள்ளன. இதில் 5 ஆனது முதல் பிரிவு எனப்படும். 29 ஆனது இரண்டாவது பிரிவு எனப்படும். $\overline{65}\ \overline{61}$இன் வர்க்கமூலம் இரண்டு இலக்கங்கள் பெற்றுள்ளது. இதில் 65 முதல் பிரிவு எனப்படும். 61 இரண்டாவது பிரிவு எனப்படும். வர்க்கமூலம் $\overline{53}\ \overline{14}\ \overline{41}$ இன் வர்க்கமூலம் மூன்று இலக்கங்கள் பெற்றுள்ளது. 53 முதல் பிரிவாகும். 14 இரண்டாவது பிரிவாகும். 41 மூன்றாவது பிரிவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு:

3481 இன் வர்க்கமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|r} & 59 \\ \hline 5 & \overline{34}\,\overline{81} \\ & 25 \\ \hline 109 & 981 \\ & 981 \\ \hline & 0 \end{array}$$

3481ன் வர்க்க மூலம் 59

வர்க்கமூலம் காணும் வழிமுறைகள்:

1. ஒன்றாம் இடத்திலிருந்துஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்து ஒவ்வொரு பிரிவின் மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும்.

$$\begin{array}{|r} \overline{34}\,\overline{81} \end{array}$$

2. முதல் பிரிவிற்கு சமமான அல்லது குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கத்தை கண்டறிந்து முதல் பிரிவின் கீழே எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். எழுதிய வர்க்கத்தின் வர்க்கமூலத்தை வகுத்தியாகவும், ஈவாகவும் கருதுதல் வேண்டும். ஈவினை முதல்விரிவின் மேலே எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும். முதல் பிரிவிலிருந்து அதன் கீழே எழுதிய வர்க்கத்தை கழித்தல் வேண்டும். கிடைத்த மீதியின் வலது புறத்தில் இரண்டாவது பிரிவினை எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|r} & 5 \\ \hline 5 & \overline{34}\,\overline{81} \\ & 25 \\ \hline & 981 \end{array}$$

3. எழுதிய ஈவின் இரண்டு மடங்கை அடுத்த பிரிவினை எழுதியதற்கு அருகில் இடம் விட்டு வகுத்தியாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

```
      | 5
    --+------
    5 | 34 81
      | 25
   10 |   981
```

4. இடம் விட்ட இடத்தில் சரியான இலக்கத்தைத் தீர்மானித்து, அந்த இடத்தை நிரப்புதல் செய்து ஈவின் அருகே அதனை புதிய இலக்கமாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். ஈவில் எழுதிய புதிய இலக்கத்தையும், புதிய வகுத்தியையும் பெருக்குதல் செய்து இரண்டாவது பிரிவு எழுதிய எண்ணின் கீழே எழுதி கழித்தல் வேண்டும். அடுத்த பிரிவு இருந்தால் மீதியின் வலது புறத்தில் எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

```
      | 5  9
    --+------
    5 | 34 81
      | 25
  109 |  981
      |  981
      |    0
```

5. இறுதி பிரிவு முடியும் வரை படி 3 ஐ யும் படி. 4 ஐ யும் மீண்டும் செயல் புரிதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 14:

54756 ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு:

```
        2 3 4
     +--------
   2 | 5 47 56
     | 4
  43 | 1 4 7
     | 1 2 9
 464 |   1 8 5 6
     |   1 8 5 6
     |         0
```

54756 ன் வர்க்கமூலம் 234

குறிப்பு, இறுதிபடி 5 இல் $18 \div 4$ யை முயற்சி செய்தல் வேண்டும் (1856 இல் முதல் இரண்டு இலக்கம் 18 ஆகும்) பின்னர் கிடைக்கும் ஈவு 4 ஐ ஊகித்து இறுதிப்படியை நிறைவு செய்தல் வேண்டும்,

எடுத்துக்காட்டு 15:

4401604 ன் வர்க்க மூலம் காண்க

தீர்வு:

```
         2 0 9 8
      +-----------
    2 | 4 40 16 04
      | 4
   40 |  4 0
      |  0 0
  409 |  4 0 1 6
      |  3 6 8 1
 4188 |    3 3 5 0 4
      |    3 3 5 0 4
      |            0
```

4401604 ன் வர்க்க மூலம் 2098

குறிப்பு. இரண்டாவது படியில் நாம் எண் 4 ஐ 4 ஆல் வகுக்க நமக்கு கிடைப்பது 1. ஆனால் வகுத்தி 4 இன் வலது புறம் 1 ஐ எழுதினால் அது 41 என ஆகும். இது வகுக்கும் எண் 40 ஐ விட அதிகமாகும். எனவே 1 க்குப்பதிலாக எண் 4 க்கு அருகில் 0 வை எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். அடுத்தபடியில் 401 ஐ 40 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் ஈவு 10. எனவே வர்க்கஇலக்கம் அதிகபட்சம் 9 ஆக இருத்தல் வேண்டும். எனவே 40 இன் அருகில் வலதுபுறம் 9 ஐ எழுதிக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 16:

எந்த எண்ணைக்கழிக்க **531451** என்ற எண் முழுவர்க்கமாகும்.

தீர்வு:

531451 இலிருந்து 10 ஐக் கழிக்க முழுவர்க்க எண் கிடைக்கும். அதன் வர்க்கமூலம் 729 ஆகும்.

	7 2 9
7	$\overline{53}\,\overline{14}\,\overline{51}$
	49
142	4 1 4
	2 8 4
1449	1 3 0 5 1
	1 3 0 4 1
	1 0

எடுத்துக்காட்டு 17:

363649 உடன் எந்த எண்ணைக் கூட்ட எண் முழுவர்க்கமாகும்

தீர்வு:

363649 ஆனது 603^2 ஐ விட பெரியதாகும்.

அடுத்த முழுவர்க்க எண் 604^2

அதாவது $604 \times 604 = 364816$

எனவே கூட்ட வேண்டிய எண்

$364816 - 363649 = 1167$

விகிதமுறு எண்ணின் வர்க்கமூலம் 604.

	6 0 3
6	$\overline{36}\,\overline{36}\,\overline{49}$
	36
1203	3649
	3609
	40

எடுத்துக்காட்டு 18:

$\dfrac{2116}{15129}$ ன் வர்க்கமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\sqrt{\frac{2116}{15129}} = \frac{\sqrt{2116}}{\sqrt{15129}}$$

$$\frac{\sqrt{2116}}{\sqrt{15129}} = \frac{46}{123}$$

	4 6
4	$\overline{21}\,\overline{16}$
	1 6
86	5 1 6
	5 1 6
	0

	1 2 3
1	$\overline{1}\,\overline{51}\,\overline{29}$
	1
22	51
	44
243	729
	729
	0

எடுத்துக்காட்டு 19:

$\dfrac{110889}{308025}$ ன் வர்க்கமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\sqrt{\frac{110889}{308025}} = \frac{\sqrt{110889}}{\sqrt{308025}}$$

$$\sqrt{\frac{110889}{308025}} = \frac{333}{555} = \frac{3}{5}$$

	3 3 3
3	$\overline{11}\,\overline{08}\,\overline{89}$
	9
63	208
	189
663	1989
	1989
	0

	5 5 5
5	$\overline{30}\,\overline{80}\,\overline{25}$
	25
105	580
	525
1105	5525
	5525
	0

குறிப்பு:

கொடுத்துள்ள எண்ணை சுருங்கிய வடிவில் எழுதியும் நாம் வர்க்கமூலம் காணலாம் அல்லது வர்க்க மூலம் கண்டு பிடித்தும் சுருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு **20:**

$23\frac{394}{729}$ ன் வர்க்கமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\sqrt{23\frac{394}{729}}=\sqrt{\frac{17161}{729}}=\frac{\sqrt{17161}}{\sqrt{729}}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & \quad 1\ 3\ 1 \\
\hline
1 & \overline{1}\ \overline{71}\ \overline{61} \\
 & 1 \\
23 & \ \ 71 \\
 & \ \ 69 \\
261 & \quad 261 \\
 & \quad 261 \\
 & \quad\ \ 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & 2\ 7 \\
\hline
2 & \overline{7}\ \overline{29} \\
 & 4 \\
47 & 3\ \ 29 \\
 & 3\ \ 29 \\
 & \quad 0
\end{array}$$

$$\sqrt{23\frac{394}{729}}=\frac{131}{27}=4\frac{23}{27}.$$

முழுவர்க்க தசம எண்ணின் வர்க்கமூலம்

தசம எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை எண்ணை விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றாமலேயே கண்டுபிடிக்க முடியும். கீழ்க்கண்ட முறையில் நாம் கண்டுபிடிக்கலாம்.

1. முன்பு போலவே தசம எண்ணின் முழு எண் பகுதியில் கோடிட்டு கொள்ளுதல் வேண்டும்.
2. தசமபகுதியில் முதல் தசமஇடத்தில் ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டாக இலக்கங்களைப் பிரித்து அதன்மீது கோடிட்டுக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.
3. முன்பு போலவே வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் கண்டுபிடித்தலை தொடர்தல் வேண்டும்.
4. முழு எண் பகுதி முடிந்தவுடன் தசமப் புள்ளி குறித்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.
5. மீதி 0 வந்ததும் முடித்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும். இந்த நிலையில் உள்ள ஈவே வர்க்கமூலமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு **21:**

477.4225 ன் வர்க்கமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\sqrt{477.4225}=21.85$$

$$\begin{array}{r|l}
 & \quad 21.85 \\
\hline
2 & \overline{4}\,\overline{77}.\overline{42}\,\overline{25} \\
 & 4 \\
41 & \ \ 77 \\
 & \ \ 41 \\
428 & \ \ 3642 \\
 & \ \ 3424 \\
4365 & \quad 21825 \\
 & \quad 21825 \\
 & \qquad 0
\end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 22:
0.00053361 ன் வர்க்கமூலம் காண்க
தீர்வு:

$$\sqrt{0.00053361} = 0.0231$$

	0.0231
2	$0.\overline{00}\,\overline{05}\,\overline{33}\,\overline{61}$
	4
43	133
	129
461	461
	461
	0

குறிப்பு:
எடுத்துக்காட்டு 22 இல் தசமப்புள்ளிக்கு முன்பு முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே வர்க்க மூலத்திலும் தசமப்புள்ளிக்கு முன்பு எந்த எண்ணும் இருக்காது. எனவே தீர்வு காண்பதற்கு முன்பு தசமப்புள்ளி குறித்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும். தசமப்புள்ளியை அடுத்து உடனே இரண்டு பூச்சியங்கள் இருப்பதால் வர்க்க மூலத்தில் புள்ளியை அடுத்து ஒரு பூச்சியம் எழுதிக் கொண்டு முன்பு போலவே படிமுறைகளைக் கையாண்டு முழு தீர்வு காணுதல் வேண்டும்.

வர்க்கமூலங்களின் தோராய மதிப்பை நீள் வகுத்தல் முறையில் கண்டுபிடித்தல்.

சில தசமஎண்கள் திருத்தமாக வர்க்கமூலம் கண்டுபிடிப்பதற்கு வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தலாம். இம்முறையை பயன்படுத்தும்பொழுது தசமபுள்ளிக்கு பிறகு அமைந்த எண்களின் வலது புறத்தில் தேவையான பூச்சியங்களைச் சேர்த்து கணக்கீடு செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 23:
3ன் வர்க்கமூலத்தை மூன்று தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:
நாம் மூன்று தசம இடத் திருத்தமாக விடையை கண்டுபிடிக்கவேண்டும் என்பதால் வர்க்கமூலத்தை நான்கு தசம இடங்களுக்கு கண்டுபிடிக்கவேண்டும். இதற்காக நாம் **8** பூச்சியங்களை தசமபுள்ளிக்கு வலதுபுறம் எழுதிக்கொள்ள வேண்டும் (அதாவது 4 சோடி பூச்சியங்கள்)

$\therefore \sqrt{3}$ = 1.7320 (நான்கு தசம இடங்களின் மதிப்பு)
= 1.732 (மூன்று தசம இடத் திருத்தமாக)

	1.7320
1	$\overline{3}.\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}$
	1
27	200
	189
343	1100
	1029
3462	7100
	6924
34640	17600

குறிப்பு:
நான்காவது இடத்தில் 5க்குக் குறைவான எண் 0 இருப்பதால் அதனை நாம் நீக்குதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 24:
23.1 ன் வர்க்கமூலத்தை 2 தசம இடத் திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

$\sqrt{23.1}$ = 4.81 (இரண்டு தசம இடத் திருத்தமாக)

$$
\begin{array}{r|l}
 & \quad 4.806 \\
\hline
4 & \overline{23}.\overline{10}\ \overline{00}\ \overline{00} \\
 & 16 \\
\hline
88 & \ \ 710 \\
 & \ \ 704 \\
\hline
9606 & \qquad 60000 \\
 & \qquad 57636 \\
\hline
 & \qquad\ \ 2364
\end{array}
$$

எடுத்துக்காட்டு 25:

$10\frac{2}{3}$ ன் வர்க்கமூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

$$10\frac{2}{3} = 10.66\ 66\ 66\ldots$$

வர்க்கமூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்பதால் மூன்ற தசம இடங்களுக்கு வர்க்கமூலம் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். எனவே $\frac{2}{3}$ யை ஆறு தசம இடங்களுக்கு மாற்றி எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

$$\frac{2}{3} = 0.66\ 66\ 66\ldots$$

$$10\frac{2}{3} = 10.66\ 66\ 66\ldots$$

$= 10.666667$ (ஆறு தசம இடத் திருத்தமாக)

$\sqrt{10\frac{2}{3}} = 3.27$ (இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக)

$$
\begin{array}{r|l}
 & \quad 3.265 \\
\hline
3 & \overline{10}.\overline{66}\ \overline{66}\ \overline{67} \\
 & \ \ 9 \\
\hline
62 & \ \ 166 \\
 & \ \ 124 \\
\hline
646 & \quad 4266 \\
 & \quad 3876 \\
\hline
6525 & \qquad 39067 \\
 & \qquad 32625 \\
\hline
 & \qquad\ \ 6442
\end{array}
$$

1.3.2 எண்ணின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் வழிகள்:

படி**1:** கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக்காரணிகளாகப் பிரித்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

படி**2:** காரணிகளை மூன்று மூன்றாக மேலும் அம்மூன்றிலும் ஒரே எண் காரணியாக வருமாறு தொகுப்பாக எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

படி**3:** ஒவ்வொரு மூன்று எண் தொகுப்பிலிருந்தும் ஓர் எண் எடுத்து அதன் பெருக்கற்பலனே கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் கன மூலமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 26:

5832 ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

5832யை பகாக்காரணிகளாகக் காரணிப் படுத்தி
எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5832 \\ 2 & 2916 \\ 2 & 1458 \\ 3 & 729 \\ 3 & 243 \\ 3 & 81 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5832 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \end{aligned}$$

(மும்மூன்றாக எழுதக் கிடைப்பது)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5832} &= 2 \times 3 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 27:

91125ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 91125 \\ 3 & 30375 \\ 3 & 10125 \\ 3 & 3375 \\ 3 & 1125 \\ 3 & 375 \\ 5 & 125 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 91125 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) \end{aligned}$$

(மும்மூன்றாக எழுதக் கிடைப்பது)

$$\sqrt[3]{91125} = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

எடுத்துக்காட்டு 28:

243 ஐ எந்த எண்ணால் பெருக்க அது ஒரு முழு கனமாகும் என்பதையும் அந்த முழு கனத்தினையும் அதன் கனமூலத்தையும் கண்டுபிடிக்கவும்

தீர்வு:

243 பகாக் காரணிகாளகப் பிரிக்க கிடைப்பது

$$\begin{array}{r|l} 3 & 243 \\ 3 & 81 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 243 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3) \end{aligned}$$

இதனை 3ஆல் பெருக்க

அது ஒரு முழு கனமாகும் என தெளிவாக அறியலாம்.

கிடைக்கும் முழுகனம் $= (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3) = 729$

எனவே 243 ஐ , 3 ஆல் பெருக்க முழுகனம் 729 கிடைக்கும்.

729 ன் கனமூலம் $3 \times 3 = 9$.

குறை எண்களின் கனம்:

$(-1)^3 = -1$ என்பதால் குறை முழு -1 இன் கனம் -1 ஆகும். இதைப்போன்றே $(-2)^3 = -8$ என்பதால் -8 ஆனது குறை எண் (-2) இன் கனம் ஆகும்.

குறை முழுக்களின் கனமூலம்

$-x$ $(x > 0)$ ஒரு குறை முழு எனில் $(-x)^3 = -x^3$ என்பதனை நாம் அறிந்துள்ளோம். எனவே மேற்கண்ட விளைவிலிருந்து நாம் $-x^3$ ன் கனமூலம் $-x$ என்பதனை அறிந்து கொள்ளலாம்.

அதாவது $\sqrt[3]{-x^3} = -x$.

X	X^3
–1	–1
–2	–8
–3	–27
–4	–64
–5	–125
–6	–216
–7	–343
–8	–512
–9	–729
–10	–1000

அட்டவணையில் –1 முதல் – 10 வரையிலுள்ள குறை முழுக்களின் கனங்கள் –1, –8, –27. –64, –125, –216, –343, –512, –729, –1000 கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. m ஆனது ஒரு மிகை முழு எண் எனில் $-m^3$ ஆனது குறைமுழு – mன் கனம் ஆகும். தெளிவாக

$$(-m)^3 = (-m) \times (-m) \times (-m) = -m^3$$

என அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 29:

– 5832 ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$-5832 = (-1) \times 5832$$

$$-5832 = (-1) \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= (-1) \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

மும்மூன்றாக எழுத கிடைப்பது

$$= (-1) \times 2^3 \times 3^3 \times 3^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-5832} = (-1) \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= -18$$

பின்னத்தின் கனமூலம்:

$$\text{பின்னத்தின் கனமூலம்} = \frac{\text{தொகுதியின் கனமூலம்}}{\text{பகுதியின் கனமூலம்}}$$

அதாவது $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

எடுத்துக்காட்டு 30:

$\frac{125}{216}$ ன் கனமூலம் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு

125, 216 ஆகியவற்றை பாகக்காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$$
$$\sqrt[3]{125} = 5 \qquad \sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$$
$$\sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{216}} = \frac{5}{6}$$

எடுத்துக்காட்டு 31:

$\frac{-343}{729}$ ன் கனமூலம் காண்க

$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

தீர்வு:

343, 729 ஆகியவற்றை பகாக்காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது

$$\begin{array}{r|l} 3 & 729 \\ \hline 3 & 243 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$-343 = -7 \times -7 \times -7$$
$$\sqrt[3]{-343} = -7$$
$$729 = (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$$
$$\sqrt[3]{729} = 3 \times 3 = 9$$
$$\sqrt[3]{\frac{-343}{729}} = \frac{\sqrt[3]{-343}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{-7}{9}$$

பெருக்கலின் கனமூலம்:

a மேலும் b ஆனது இரண்டு மிகை முழுக்கள் எனில் $(ab)^2 = a^2\ b^2$ எனவும் $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\ \sqrt{b}$ எனவும் அறிந்துள்ளோம். இதைப்போன்றே இரண்டு முழுகனங்களின் பெருக்கற்பலனின் கனமூலமானது, அம்முழுகனங்களின் கனமூலங்களின் பெருக்கற்பலனாகும். அதாவது $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a}\ \sqrt[3]{b}$ இதில் a யும் b யும் முழு கனங்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 32:

27×64 ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$
$$\sqrt[3]{27} = 3$$
$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$\sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$$
$$\sqrt[3]{27 X 64} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$$
$$= 3 \times 4 = 12$$

எடுத்துக்காட்டு 33:

-125×216 ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$-125 = -5 \times -5 \times -5$$
$$\sqrt[3]{-125} = -5$$
$$216 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$$
$$\sqrt[3]{216} = 2 \times 3$$
$$= 6$$
$$\sqrt[3]{-125 \times 216} = \sqrt[3]{-125} \times \sqrt[3]{216}$$
$$= -5 \times 6$$
$$= -30.$$

எடுத்துக்காட்டு **34:**

$(-343) \times (-1000)$ ன் கனமூலம் காண்க

தீர்வு:

$$-343 = (-7) \times (-7) \times (-7)$$
$$\sqrt[3]{-343} = -7$$
$$-1000 = (-10) \times (-10) \times (-10)$$
$$\sqrt[3]{-1000} = -10$$
$$\sqrt[3]{(-343) \times (-1000)} = \sqrt[3]{-343} \times \sqrt[3]{-1000}$$
$$= -7 \times -10$$
$$= 70$$

பயிற்சி 1.3 (அ)

1. நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்கமூலங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்

   (i) 1849 (ii) 34969 (iii) 502681 (iv) 1042441 (v) 36288576

2. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்

   (i) 11.56 (ii) 19.0969 (iii) 3.1684 (iv) 0.2916 (v) 0.001849

3. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்

   (i) $\frac{225}{3136}$ (ii) $\frac{16641}{4489}$ (iii) $10\frac{151}{225}$ (iv) $21\frac{2797}{3364}$

4. கீழ்க்கண்வற்றின் வர்க்கமூலத்தை இரண்டு தசமஇடத் திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்

   (i) 5 (ii) 7 (iii) 0.016 (iv) $\frac{7}{8}$ (v) $1\frac{1}{12}$

5. 2361 இலிருந்து எந்த எண்ணைக் கழிக்க அது ஒரு முழுவர்க்கமாகும்.
6. 4931 உடன் எந்த எண்ணைக் கூட்ட அது ஒரு முழுவர்க்கமாகும்.
7. ஒரு தோட்டக்காரர் 5329 செடிகளை வரிசையாக நடுவதாக திட்டமிட்டு எத்தனை வரிசைகள் உள்ளதோ அத்தனை வரிசைகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமான செடிகளை ஒவ்வொரு வரிசையிலும் நட்டார் எனில் ஒரு வரிசையிலுள்ள செடிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

8. கீழ்க்கண்டவற்றின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) 512 (ii) 3375 (iii) 9261 (iv) 2744 (v) 13824

(vi) - 1331 (vii) – 42875 (viii) – 27000

9. கீழ்க்கண்டவற்றின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) 27×2744 (ii) $(-216) \times 1728$ (iii) $(-125) \times (-3375)$

(iv) $\frac{27}{4096}$ (v) $\frac{2197}{9261}$

10. ஒரு கனசதுரத்தின் கனஅளவு 166375 கன மீட்டர்கள் எனில் அக் கனசதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1.3.3 மதிப்பீடு முறையில் முழு கனத்தின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடித்தல்

கீழ்க்கண்ட கனம், கனமூலங்களிலுள்ள ஒன்றாம் இட இலக்கத்தை நோக்குவோம். அவைகள் அதே எண்ணாக இருக்கும் அல்லது 10 இன் நிரப்பிகளாக இருக்கும். 0,1,4,5,6,9 ஆகிய எண்களில் முடிவுறும் கனங்களின் கனமூலம் அதே எண்ணில் முடிவுறும் 2,3,7,8 ஆகிய எண்களில் முடிவுறும் கனங்களின் கனமூலம் அதன் 10 இன் நிரப்பிகளில் முடிவுறும். இப்பண்பை ஒரு முழுகனத்தின் கனமூலத்தை தோராயமாக மதிப்பீடு செய்யப் பயன்படுத்தலாம்.

அட்டவணை - 1

கன மூலம்	கனம்
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

மேலும் ஓர் இலக்கமுள்ள எண்ணின் கனத்தில் 1 அல்லது 2 அல்லது 3 இலக்கங்கள் உள்ளன. இரண்டு இலக்க முள்ள எண்ணின் கனத்தில் 4 அல்லது 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருக்கும். மூன்று இலக்கமுள்ள கனத்தில் 7 அல்லது 8 அல்லது 9 இலக்கங்கள் இருக்கும்.

காரணிப்படுத்தாமல் 1728 இன் கனமூலத்தை கண்டுபிடிக்கவேண்டும் எனில் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் நான்கு இலக்கங்கள் இருப்பதால் அதன் கனமூலத்தில் இரண்டு இலக்கங்கள் இருப்பதாக அறிந்து கொள்ளலாம். மேலும் இந்த எண் 8 இல் முடிவுறுவதால் கனமூலம் 2 இல் முடியும் என அறிந்து கொள்ளலாம்.

அதுமட்டுமின்றி $10^3 = 1000$

$20^3 = 8000$

எனவே கனமூலம் 10 க்கும் 20 க்கும் இடையில் வரும் என அறிந்து கனமூலம் 12 என கண்டுபிடிக்கமுடியும்.

1.3.4 முழு கனமற்ற எண்களின் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்பை கணக்கிடுதல்.

அட்டவணை 2

கனமூலத்தின் அட்டவணை - (மூன்று தசம இட திருத்தமாக)

எண்கள்	கனமூலம்
1	1.000
2	1.260
3	1.442
4	1.587
5	1.710
6	1.817
7	1.913
8	2.000
9	2.080
10	2.154

அட்டவணையைப்பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவற்றின் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 35:

16 ன் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்பு கண்டுபிடிக்கவும்

தீர்வு:

$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8\times 2}$

$= \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{2}$

$= 2 \times 1.260$ [அட்டவணையில் $\sqrt[3]{2} = 1.260$]

$= 2.520$

எடுத்துக்காட்டு 36:

375 ன் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்பு கண்டுபிடிக்கவும்

தீர்வு:

$\sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{125\times 3}$

$= \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{3}$

$= 5 \times 1.442$ [அட்டவணையில் $\sqrt[3]{3} = 1.442$]

$= 7.210$

பயிற்சி 1.3 (ஆ)

1. மதிப்பீடு முறையில் கீழ்க்கண்ட முழுகனங்களின் கன மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்
   (i) 4096 (ii) 9261 (iii) 32768 (iv) 79507
2. அட்டவணை 2 யைப் பயன்படுத்தி பின் வரும் எண்களின் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்பினைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
   (i) 54 (ii) 448 (iii) 1944 (iv) 5120

1.4 பிழைகளும் மதிப்பிடுதலும் (Errors And Estimation)

1.4.1 தசம எண்களின் தோராய மதிப்பு

தனிப்பிழை:

தனிப்பிழை என்பது கணக்கிட்டு கண்டுபிடித்த அளவுக்கும், உண்மையான அளவுக்கும் உள்ள மிகை வேறுபாடு ஆகும்.

சார்புப்பிழை:

$$\text{சார்புப்பிழை} = \frac{\text{தனிப்பிழை}}{\text{உண்மை அளவு}}$$

7 செ.மீ நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டை ஒரு சிறுவன் 7.2 செ.மீ என அளந்து கூறினான்.

இதில் தனிப்பிழை = 7.2 – 7.0 = 0.2 செ.மீ.

$$\text{சார்புப்பிழை} = \frac{0.2}{7} = \frac{2}{70} = \frac{1}{35}$$

குறிப்பு:

சார்புப்பிழைக்கு அலகு இல்லை (எண் மட்டுமே)

எடுத்துக்காட்டு 37:

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 8 செ.மீ. இதன் ஆரத்தை 8.2 செ.மீ என அளந்து கணக்கிட்டால் சுற்றளவிலும் பரப்பளவிலும் ஏற்படும் சார்புப்பிழை என்ன?

தீர்வு:

வட்டத்தின் ஆரம் = 8 செ.மீ

ஆரத்தில் ஏற்பட்ட தனிப்பிழை = 8.2 செ.மீ – 8.0 செ.மீ
= 0.2 செ.மீ

உண்மையான சுற்றளவு = $2\pi r$ செ.மீ
= $2 \times \pi \times 8 = 16\pi$ செ.மீ

8.2 செ.மீ ஆரம் எனக்கொண்டு கணக்கிடும் சுற்றளவு = $2\pi(8.2)$ செ.மீ
= 16.4π செ.மீ

தனிப்பிழை = 16.4π செ.மீ – 16π செ.மீ
= 0.4π செ.மீ

$$\text{சுற்றளவில் சார்புப்பிழை} = \frac{0.4}{16} \times \frac{\pi}{\pi} = \frac{0.4\pi}{16\pi}$$

$$= \frac{0.4}{16} = \frac{0.4 \times 10}{16 \times 10}$$

$$= \frac{4}{160} = \frac{1}{40}$$

பரப்பளவில் பிழை:

வட்டத்தின் ஆரம் $= 8$ செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச.செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi \times 8 \times 8$

$= 64\pi$ ச.செ.மீ

வட்டத்தின் ஆரம் $= 8.2$ செ.மீ எனில்

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi \times 8.2 \times 8.2$

$= 67.24\pi$ ச.செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவில் தனிப்பிழை $= 67.24\pi - 64\pi = 3.24\pi$ ச.செ.மீ

எனவே பரப்பளவில் ஏற்பட்ட சார்ப்புபிழை $= \frac{3.24\pi}{64\pi}$

$$= \frac{3.24\pi \times 100}{64\pi \times 100}$$

$$= \frac{324\pi}{6400\pi} = \frac{324}{6400}$$

பரப்பளவில் சார்புப்பிழை $= \frac{81}{1600}$

எடுத்துக்காட்டு 38:

10 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட கனசதுர ஐஸ் கட்டி ஒன்று 9.8 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனசதுரமாக கரைந்துவிட்டது எனில் அதன் கன அளவில் ஏற்படும் சார்புப்பிழை என்ன?

தீர்வு:

ஐஸ்கட்டியின் உண்மையான கன அளவு $= a^3$ (இதில் $a = 10$ செ.மீ)

$= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ க.செ.மீ

கரைந்துவிட்டபின் கனஅளவு $= 9.8 \times 9.8 \times 9.8$

$= 941.192$ க.செ.மீ

கனஅளவில் ஏற்பட்ட தனிப்பிழை $= 1000 - 941.192$ க.செ.மீ

$= 58.808$

கனஅளவில் எற்படும் சார்புப்பிழை $= \frac{58.808}{1000}$

$$= \frac{58.808 \times 1000}{1000 \times 1000}$$

$$= \frac{58808}{10^6}$$

1.4 தோராயமாக மதிப்பிடுதல்:

அளவுகளின் மதிப்புகளை தோராயமாக நினைவில் நிலை நிறுத்திக் கொண்டு அவ்வப்போது எளிமையாக பயன்படுத்தி வருவதை மக்களிடையே பொதுவாக காணலாம். இப்பயன்பாடு எண்களிலும் நடைமுறையில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 39:

சீதாவும் அவளது தோழியும் பேசிக்கொள்கின்றனர். சீதா தன்னுடைய எடை சுமார் 30 கி.கி என்றார். இதில் தோராயமான மதிப்பு என்பதை சுமார் எனக் குறிப்பிடிருப்பதைக் கவனிக்க.

எடுத்துக்காட்டு 40:

இராபர்ட் தன் அன்னையுடன் பின்வருமாறு உரையாடுகிறார்.

அன்னை .. இராபர்ட், உன் பள்ளியில் எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்

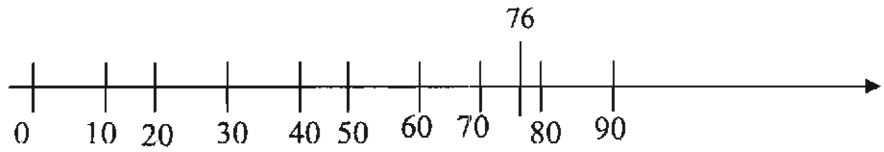
இராபர்ட் .. 1500 பேர் இருக்கலாம்.

தீர்வு:

உண்மையில் அப்பள்ளியில் 1535 மாணவர்கள் உள்ளனர். ஆனால் இராபர்ட் 1500 என்று 1535 க்கு மிக அருகிலுள்ள எண்ணை தோராயமாகக் கூறியிருக்கிறார்.

இதேபோல் ஒரு தாலுக்காவின் உண்மையான மக்கள் தொகையான 1,34,432 ஐ தோராயமாக 1,30,000 எனக் கூறுவதுண்டு இவற்றை தோராயமதிப்பு என்கிறோம். இவற்றை நினைவில் வைத்துக்கொள்வது எளிதாகும். இந்த மதிப்புகளை பத்தாவது இடம். நூறாவது இடம். ஆயிரமாவது இடம் ஆகிய இடங்களுக்கு நெருக்கமாக திருத்தம் செய்ய இயலும். கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை கொடுக்கப்பட்ட இடமதிப்பிற்கு தோராய மதிப்பாக முழுதாக்க இயலும்.

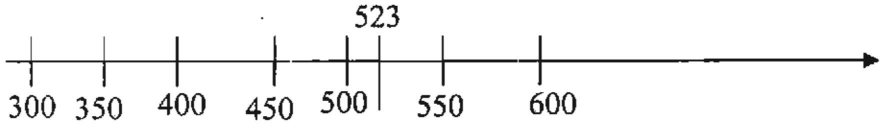
ஒரு எண்ணை பத்தாம் இடத்திற்கு முழுமைப்படுத்தி திருத்தம் செய்து தோராய மதிப்பிடல். கீழே உள்ள எண் கோட்டினை கவனிக்க. எண் கோட்டின் உதவிகொண்டு 76 ஐ பத்தாம் இடத்திற்கு திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடலாம்.



படம் 1.4

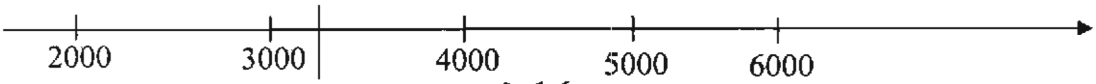
எண்கோட்டில் 76 ன் நிலையை உற்றுநோக்கும்பொழுது 76 ஆனது 70 க்கும் 80 க்கும் இடையில் அமைவதை அறியலாம். 76 ஆனது 70 ஐ விட 80 க்கு அருகில் உள்ளது. எனவே 76 ன் தோராய மதிப்பு 80 ஆகும்.

523 யை நூறாம் இடத்திற்கு திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடல்.



படம் 1.5

எண் 523 எண் 500 க்கு பிறகு உள்ளது. மேலும் இது 600 ஐ விட 500 க்கு அருகில் உள்ளது. எனவே 523 ன் நூறுதான இடத்தின் தோராய மதிப்பு 500 ஆகும். 3327 யை ஆயிரம் இடத்திற்கு திருத்தமாக தோராயமாக மதிப்பிடல். 3327 ஆனது 3000 க்கும் 4000 க்கும் இடையில் உள்ளது. ஆனால் 3000 க்கு அருகில் உள்ளது.



படம் 1.6

எனவே 3327 ன் ஆயிரமாவது இடத்தின் தோராய மதிப்பு 3000.

ஒரு புள்ளிக்கும் மற்றொரு புள்ளிக்கும் சமதூரத்தில் உள்ள புள்ளியில் அமையும் எண்ணின் மதிப்பை தோராயமிடுதல்.
விளக்கம்:

15, 25, 35, 45....... ஆகியவை சமதூரத்தில் உள்ளது. 35 ஆனது 30 க்கும் 40 க்கும் இடையில் சமதூரத்தில் உள்ளது. இதைப்போன்றே 50 ஆனது 0 விற்கும் 100 க்கும் இடையில் உள்ளது. 500 ஆனது 0 விற்கும் 1000 க்கும் இடையில் உள்ளது. 1500 ஆனது 1000, 2000 ஆகியவற்றின் மையப்புள்ளியாகும்.

35 ஆனது 30 க்கும் 40 க்கும் இடையில் சமதூரத்தில் உள்ளது. எனினும் வழக்கமாக 35 ன் தோராய மதிப்பு 40 எனக்கொள்வோம். 35 ன் அருகில் இரண்டு மதிப்புகள் 30, 40 இருப்பதால் தோராய மதிப்பினை 30 எனவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆனால் இரண்டு மதிப்புகளை தோராய மதிப்புகளாக எடுத்துக்கொண்டால் இது தேவையற்ற குழப்பத்தை உருவாக்கும் எனவே 35 ன் தோராய மதிப்பு 30, 40 ஆகிய இரண்டு எண்களில் மிகப் பெரிய எண்ணாகிய 40 ஆகும்

குறிப்பு:

ஓர் எண் இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் சமதூரத்தில் இருந்தால் அந்த எண்களுள் மிகப் பெரிய எண்ணின் மதிப்பே அந்த எண்ணின் தோராய மதிப்பாகும்.

தோராய மதிப்புகளை காணும் வழிமுறைகள்.

எடுத்துக்காட்டு 41:

எண் 46547 ஐ தோராய மதிப்பீடு செய்வோம்.

பத்தாயிரஇட திருத்தத்திற்கு தோராய மதிப்பு = 50000

ஆயிரம்இட திருத்தத்திற்கு தோராய மதிப்பு = 47000

நூறுஇட திருத்தத்திற்கு தோராய மதிப்பு = 46500

பத்துஇட திருத்தத்திற்கு தோராய மதிப்பு = 46550

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டை உற்று நோக்குவோம். எண்ணின் தோராய மதிப்பினை மதிப்பிடும்பொழுது எந்த இடமதிப்பிற்கு தோராய மதிப்பிடல் வேண்டும் என்பதனை தெரிந்து கொள்ளுதல் வேண்டும். கேட்கப்பட்ட இடமதிப்பிற்கு அடுத்த குறைவான இடமதிப்பை பார்த்தறிதல் வேண்டும். அது ஐந்தைவிட குறைவு எனில் (0,1,2,3,4) அதற்கு குறைந்த இட மதிப்பில் உள்ள இலக்கங்களை எடுத்துவிட்டு அவற்றை பூச்சியம் என மாற்றிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

கேட்கப்பட்ட இடமதிப்பிற்கு அடுத்த குறைவான இடமதிப்பு 5 அல்லது 5 ஐ விட அதிகமெனில் திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்திலுள்ள இலக்கத்துடன் 1 ஐக்கூட்டி எழுதுதல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக 5 ஐ 6 ஆகவும், 6 ஐ 7 ஆகவும், 7 ஐ 8 ஆகவும், 8 ஐ 9 ஆகவும் மாற்றி எழுதிக்கொண்டு அதற்கு குறைந்த இடமதிப்பில் உள்ள இலக்கங்களை எடுத்துவிட்டு அவற்றை பூச்சியம் என மாற்றிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். இம்முறையிலேயே தசமவடிவ எண்களையும் இடமதிப்பிற்கு ஏற்றவாறு தோராய மதிப்பிடலாம்.

தசமங்களுக்கு தோராய மதிப்பிடல்:

ஒன்றுக்குக் குறைவான இலக்கங்களின் மதிப்புகளைக் குறிக்கும் தசம பின்னங்களுக்கும் தோராய மதிப்புகளைக் காண இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 42:

நாம் கடையில் ஏதாவது பொருள் வாங்கினால் அதற்குரிய தொகை ரூ.4.27 கொடுக்க வேண்டும் எனில் அந்த தொகையை பத்திற்கு திருத்தம் செய்து தோராயமாக ரூ.4.30 கொடுப்போம். நாம் வாங்கும் பொருளின் நிறை 3.485 கி.கிராம் எனில் அதனை நாம் தோராயமாக 3.5 கி. கிராம் எனக் கருதுவோம்.

விளக்கம்:

எண் 43.468 இல் மூன்ற தசமஇடங்கள் உள்ளன. இதனை ஒன்று. இரண்டு தசம இடங்களுக்கு மதிப்பீடு செய்து தோராய மதிப்பினை கண்டறியலாம்.

43.468 ஐ இரண்டு தசம இடங்களுக்கு தோராய மதிப்பிட அது 43.47 ஆகும். ஏனெனில் தசம பகுதி 468 இல் மூன்றாம் தானத்தில் உள்ள $8 > 5$ என்பதால் 6 உடன் 1 ஐக் கூட்டி 8 யை நீக்குதல் வேண்டும்

43.468 ஐ ஒரு தசம இடத்திற்கு தோராய மதிப்பிட அது 43.5 ஆகும். ஏனெனில் தசமப்பகுதி 468 இல் இரண்டாம் தானத்தில் உள்ள $6 > 5$ என்பதால் 4 உடன் 1 ஐ கூட்டி 6 ஐ யும் 8 ஐ யும் நீக்குதல் வேண்டும்.

பணபரிமாற்றங்களில் பைசாவின் இடமதிப்பு குறைவாக இருந்தால் அது அதற்கு அருகிலுள்ள அதிகமான பைசா அல்லது ரூபாய்க்கு முழுமைப்படுத்தப்படும். இங்கு இதிலுள்ள தொகை குறைவானதாக இருப்பின் இழந்த பைசாவானது கருத்தில் கொள்ளப்படமாட்டாது. விலையுயர்ந்த பொருள்களான தங்கம் வெள்ளி ஆகிவற்றில் சிறிய மில்லிகிராம் கூட கருத்தில் கொள்ளப்படும். ஆனால் கிலோ கிராம் அளவுகளில் தானியவகைகளை வாங்கும்பொழுது குறைந்த அளவு கிராம் அளவில் இலாபமோ அல்லது நஷ்ட்மோ ஏற்படின் அது முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக கருதப்பட மாட்டாது.

எடுத்துக்காட்டாக

ரூபாய் 9.93 ன் தோராய மதிப்பு ரூபாய் 10

ரூபாய் 100.05 ன் தோராய மதிப்பு ரூபாய் 100

6.534 கி.கிராமின் தோராய மதிப்பு 6.5 கி.கிராம்

9.987 கி.கிராமின் தோராய மதிப்பு 10 கி.கிராம்.

எடுத்துக்காட்டு 43:

3.24936 யை 4,3,2,1 தசமஇடத்திருத்தமாக எழுதவும்.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட எண்	நான்கு இட திருத்தம்	3 இட திருத்தம்	2 இட திருத்தம்	1 இட திருத்தம்
3.24936	3.2494	3.249	3.25	3.2

கவனிக்க:

எந்த இடத்தின் தோராய மதிப்பை அறிய வேண்டுமோ அதன் அடுத்த இடத்தின் இலக்கத்தை உற்று நோக்குதல் வேண்டும். அந்த இலக்கத்தின் மதிப்பு 5 அல்லது 5 க்கு அதிகமாக இருந்தால் கேட்கப்பட்ட இடமதிப்புடன் 1 ஐக் கூட்டவேண்டும். அதற்கு வலதுபுறம் உள்ள அனைத்து இலக்கங்களையும் நீக்குதல் வேண்டும்.

பயிற்சி 1.4

1. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 7 செ.மீ. அது தவறாக 7.1 செ.மீ என அளக்கப்படுகிறது எனில் அதனால் வட்டத்தின் சுற்றளவிலும். பரப்பளவிலும் ஏற்படும் சார்புப்பிழையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
2. சதுரத்தின் பக்கம் 4 செ.மீ அது தவறாக 4.8 செ.மீ என அளக்கப்படுகிறது எனில் சதுரத்தின் சுற்றளவிலும், பரப்பளவிலும் ஏற்படும் சார்புப்பிழையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
3. கனச்சதுரத்தின் பக்கம் 3.5 செ.மீ அது தவறுதலாக 3.2 செ.மீ என அளக்கப்படுகிறது எனில் கனச்சதுரத்தின் கனஅளவில் ஏற்படும் சார்புப்பிழையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
4. 2002 இல் ஒரு குறிப்பிட்ட நகரத்தின் மக்கள் தொகை 3,70,851 இதனை பத்து, நூறு, ஆயிரம், பத்தாயிரம், இலட்சம் ஆகிய இடங்களுக்கு தோராய மதிப்பிடவும்.
5. 419.81692 யை நான்கு, மூன்று, இரண்டு, ஒன்று இடங்களுக்கு திருத்தம் செய்து தோராய மதிப்பிடவும்.

1.5 அடிமானம் 2 அடிமானம் 5 எண் முறையினங்கள்

1.5.1 அடிமானம் 2 எண்முறையினம்
1.5.2 அடிமானம் 5 எண்முறையினம்

நமது எல்லா கணக்கீடுகளும் அடிமானம் 10 ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டதாகும். இதுவே தசம அடிமானம் எனப்படும். வேறு பல எண்முறையினங்களும் உள்ளது. அவற்றுள் அடிமானம் 2, அடிமானம் 5 ஆகிய எண்முறையினங்கள் சிலவகையாகும். அடிமானம் 2 எண்முறை ஈரடிமான முறை எனவும் கூறப்படும்.

1.5.1 அடிமானம் 2 எண்முறையினம்

அடிமானம் 10, மேலும் தசம அடிமானம் எனப்படும் எண்கள் 10 இலக்கங்களைக் கொண்டதாகும். அவைகள் 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ஆகியவையாகும். அடிமானம் 10 இல் உள்ள எந்த ஒரு எண்ணும் இந்த 10 இலக்கங்களைக் கொண்டே எழுதப்பட்டிருக்கும்.
எடுத்துக்காட்டாக 2589, 73648, 60401 என்ற எண்களில் ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் முகமதிப்பும், இடமதிப்பும் உண்டு. இலக்கத்தின் முகமதிப்பானது அந்த இலக்கத்தின் உண்மையான மதிப்பினைக் குறிக்கும். இலக்கத்தின் இடமதிப்பானது இலக்கத்தின் உண்மையான மதிப்பினையும் இலக்கம் எண்ணில் அமைந்துள்ள இடத்தின் மதிப்பையும் பெருக்க கிடைக்கும் மதிப்பாகும். 7923 என்ற பத்தடிமான எண் ஒன்றில் 3,2,9,7 ஆகிய இலக்கங்களின் முகமதிப்பு 3,2,9,7 ஆகும். ஆனால் அந்த இலக்கங்கள் எண்ணில் அமைந்துள்ள இடங்கள் முறையே ஒன்று, பத்து, நூறு, ஆயிரம் ஆகும். மேலும் இவை 10ன் அடுக்குகளாக அமைந்திருப்பதை அறியலாம். எனவே இலக்கங்களின் இடமதிப்பானது

3 ஒன்றுகள் = 3
2 பத்துகள் = 20
9 நூறுகள் = 900
7 ஆயிரங்கள் = 7000

10 அடிமான எண்கள் 10 இலக்கங்கள் கொண்டிருத்தலைப் போன்றே இரண்டடிமான எண்களில் இரண்டு இலக்கங்கள் உண்டு. அவைகள் 0,1 ஆகும். இரண்டடிமானத்தில் உள்ள எந்த ஒரு எண்ணும் இந்த இரண்டு இலக்கங்கள் கொண்டே எழுதப்பட்டிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக 101_2, 111_2 மேலும் 100011_2 இரண்டடிமான எண்கள் ஆகும்.

அடிமானம் 2-ல் உள்ள எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் முக மதிப்பானது அந்த இலக்கத்தின் உண்மையான மதிப்பினைக் குறிக்கும். இலக்கத்தின் இடமதிப்பானது இலக்கத்தின் உண்மையான மதிப்பினையும் இலக்கம் எண்ணில் அமைந்துள்ள இடத்தின் மதிப்பையும் பெருக்க கிடைக்கும் மதிப்பாகும். பத்தடிமான எண் அடுக்கு 10 ன் ஏற்றத்தில் இருப்பதைப்போன்றே இரண்டடிமான எண் அடுக்கு 2 இன் ஏற்றத்தில் இருக்கும். 1011_2 என்ற இரண்டடிமான எண்ணில் இலக்கங்களின் முகமதிப்பு 1,1,0,1 ஆகும். ஆனால் இலக்கங்களின்

இடமதிப்பு 1 ஒன்று $= 1 \times 1 = 1$

1 இரண்டு $= 1 \times 2 = 2$

0 இரண்டின் வர்க்கம் $= 0 \times 2^2 = 0$

1 இரணடின் கனம் $= 1 \times 2^3 = 8$

வலதுபுறம் இறுதியில் உள்ள மதிப்பு 10 அடிமான இலக்கங்களின் மதிப்பினைக் குறிக்கும்.

முக்கிய குறிப்புகள்:

	பத்தடிமானம்	**ஈரடிமானம்**
அடிமானம்	10	2
இலக்கங்களின் இடங்கள்	**10 இன் அடுக்குகள்**	**2 இன் அடுக்குகள்**
எண்ணைக்குறிக்கும் இலக்கங்கள்	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 (10 இலக்கங்கள்)	0,1 (இரண்டு இலக்கங்கள்)

ஈரடிமான எண்ணின் விரிவாக்கம்:

தசம எண் 12,435 ஆனது. அதன் இடமதிப்பான 10இன் அடுக்குகளில் இலக்கங்கள் அமைந்திருப்பது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$12{,}435 = 1(10000) + 2(1000) + 4(100) + 3(10) + 5(1)$$
$$= 1(10^4) + 2(10^3) + 4(10^2) + 3(10^1) + 5(10^0)$$

இவ்வாறே ஈரடிமான எண் 101101_2 அதன் இடமதிப்பை பொறுத்து இலக்கங்கள் அமைந்திருப்பது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

	1	0	1	1	0	1
இடங்கள்	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$$101101_2 = 1(2^5) + 0(2^4) + 1(2^3) + 1(2^2) + 0(2^1) + 1(2^0)$$

அடிமானம் எண்ணின் இறுதியில் சிறிய எண்ணால் அதற்குரிய அடிமானத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். 11_2 என்ற எண்ணின் அடிமானம் 2 என்பது எண்ணின் இறுதியில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக 101_2 என்ற ஈரடிமான எண்ணை ஒன்று -பூச்சியம் - ஒன்று அடிமானம் 2 என்று வாசித்தல் வேண்டும். (விவாதிக்க 101_2 என்ற எண்ணை நூற்று ஒன்று அடிமானம் 2 என வாசித்தல் கூடாது)

தசம எண்ணை ஈரடிமான எண்ணாக மாற்றுதல்:

தசம எண்ணை ஈரடிமான எண்ணாக மாற்றும் பொழுது நாம்

1. கொடுக்கப்பட்ட தசம எண்ணை 2 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.
2. ஈவு பூச்சியம் கிடைக்கும் வரையில் எண்ணை வகுத்து ஈவையும் மீதியையும் எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.
3. கிடைக்கும் மீதிகளை கீழிருந்து மேலாக எழுத மிகப்பெரிய மதிப்புள்ள இலக்கத்திலிருந்து குறைந்த மதிப்புள்ள இலக்கம்வரை உள்ள ஈரடிமான எண் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 44:
எண்கள் 23 மேலும் 58 ஆகியவைகளை ஈரடிமான எண்களாக மாற்றவும்.

தீர்வு:

2	23	
2	11	1
2	5	1
2	2	1
2	1	0
	0	1

$23 = 10111_2$

2	58	
2	29	0
2	14	1
2	7	0
2	3	1
2	1	1
	0	1

$58 = 111010_2$

ஈரடிமான எண்ணை தசம எண்ணாக மாற்றுதல்

ஈரடிமான எண்ணிலுள்ள ஒவ்வொரு இலக்கத்தினையும் அது அமைந்துள்ள இடத்தின் மதிப்பால் பெருக்க கிடைக்கும் பலன்களின் கூடுதலே அந்த எண்ணின் தசம எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 45:
ஈரடிமான எண் 101101_2 யை தசம எண்ணாக மாற்றவும்.

தீர்வு:

	1	0	1	1	0	1
இடமதிப்பு	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$$= 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0$$
$$= (1\times32) + 0 + (1\times8) + (1\times4) + 0 + (1\times1)$$
$$= 32 + 8 + 4 + 1$$
$$= 45$$
$$\therefore\ 101101_2 = 45$$

பயிற்சி 1. 5. 1 (அ)

1. கோடிட்ட இரண்டடிமான இலக்கத்தின் இடமதிப்பைக் காண்க.
   (i) $\underline{1}10$ (ii) $10\underline{1}1$ (iii) $1\underline{0}110$ (iv) $\underline{1}1101$ (v) $10\underline{1}011$
2. கீழ்க்கண்ட இரண்டடிமான எண்கள் குறிக்கும் தசம எண்களைக் காண்க.
   (i) 101_2 (ii) 1011_2 (iii) 11001_2 (iv) 100011_2 (v) 101011_2
3. கீழ்க்கண்ட எண் குறிக்கும் தசம எண்ணின் அடுத்து வரும் தசம எண்ணை எழுதவும்.
   (i) 10_2 (ii) 110_2 (iii 1100_2 (iv) 1010_2 (v) 10111_2
4. கீழ்க்கண்டவற்றை இரண்டடிமான எண்ணாக எழுதவும்.
   (i) 15 (ii) 29 (iii) 35 (iv) 48 (v) 60

இரண்டடிமான கூட்டல்:

எத்தகைய எண்முறையினங்களாக இருந்தாலும் கூட்டல் செயல்முறைகள் ஒன்றே ஆகும். ஈரடிமான கூட்டலில் கூட்டலின் மதிப்பு 1 யை விட அதிகமாக வரும்பொழுது அதனை அடுத்த இலக்கத்திற்கு அட்டவணையில் கண்டவாறு எடுத்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 46:
கூட்டுக $10101_2 + 1010_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 10101 \\ +\ 1010 \\ \hline 11111 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 10101_2 + 1010_2 = 11111_2$

கூட்டல் அட்டவணை

$0_2 + 0_2 = 0_2$

$1_2 + 0_2 = 1_2$

$0_2 + 1_2 = 1_2$

$1_2 + 1_2 = 10_2$

(0 வுடன் 1 எடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$1_2 + 1_2 + 1_2 = 11_2$

எடுத்துக்காட்டு 47:
கூட்டுக $1011_2 + 11_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ \ \ 11 \\ \hline 1110_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 1011_2 + 11_2 = 1110_2$

எடுத்துக்காட்டு 48:
கூட்டுக $1011_2 + 1101_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ 1101 \\ \hline 11000_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 1011_2 + 1101_2 = 11000_2$

எடுத்துக்காட்டு 49:
கூட்டுக $11_2 + 1101_2 + 1111_2$

தீர்வு:
இரண்டிற்கு மேல் உள்ள எண்களை கூட்டும்பொழுது முதலில் இரண்டு எண்களை கூடுதல் செய்து அதனுடன் அடுத்த எண்ணை கூட்டலாம். இதனையே ஒவ்வொரு முறையும் பயன்படுத்தலாம்.

படி **1**

$$\begin{array}{r} 11 \\ +\ 1101 \\ \hline 10000_2 \\ \hline \end{array}$$

படி **2**

$$\begin{array}{r} 10000 \\ +1111 \\ \hline 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 11_2 + 1101_2 + 1111_2 = 11111_2$

எடுத்துக்காட்டு 50:
கூட்டுக $101_2 + 1011_2 + 11101_2 + 10011_2$

தீர்வு:

படி 1

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ 1011_2 \\ \hline 10000_2 \\ \hline \end{array}$$

படி 2

$$\begin{array}{r} 10000_2 \\ 11101_2 \\ \hline 101101_2 \\ \hline \end{array}$$

படி **3**

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ 10011_2 \\ \hline 1000000_2 \\ \hline \end{array}$$

$$101_2 + 1011_2 + 11101_2 + 10011_2 = 1000000_2$$

இரண்டடிமான கழித்தல்:

நாம் கழித்தல் செயலை செயல்படுத்தும்பொழுது தேவை எனில் அடுத்த இலக்கத்திலிருந்து மதிப்பினை எடுத்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 51:

கழிக்க $110_2 - 10_2$

தீர்வு

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ 10_2 \\ \hline 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 110_2 - 10_2 = 100_2$

கழித்தல் அட்டவணை

$0_2 - 0_2 = 0_2$

$1_2 - 0_2 = 1_2$

$1_2 - 1_2 = 0_2$

$10_2 - 1_2 = 1_2$

எடுத்துக்காட்டு 52:

கழிக்க : $1001_2 - 111_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1001_2 \\ 111_2 \\ \hline 10_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 1001_2 - 111_2 = 10_2$

எடுத்துக்காட்டு 53:

கழிக்க : $10001_2 - 101_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 10001_2 \\ 101_2 \\ \hline 1100_2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 10001_2 - 101_2 = 1100_2$

பயிற்சி 1.5.1 (ஆ)

1. கீழ்க்காணும் ஈரடிமான எண்களைக் கூட்டவும்

    (i) $1010_2 + 101_2$ (ii) $1110_2 + 1010_2$

    (iii) $10101_2 + 11001_2$ (iv) $11010_2 + 11111_2$

    (v) $1111_2 + 1011_2 + 101_2$ (vi) $11011_2 + 1001_2 + 1101_2$

    (vii) $1001_2 + 11000_2 + 101101_2$ (viii) $11001_2 + 10110_2 + 101010_2$

    (ix) $10_2 + 101_2 + 111_2 + 100_2$ (x) $11_2 + 111_2 + 110_2 + 1001_2$

2. கீழ்க்காணும் ஈரடிமான எண்களைக் கழிக்கவும்.

    (i) $101_2 - 11_2$ (ii) $110_2 - 11_2$ (iii) $111_2 - 101_2$

    (iv) $1001_2 - 101_2$ (v) $1101_2 - 111_2$ (vi) $11001_2 - 1010_2$

    (vii) $11010_2 - 1011_2$ (viii) $11000_2 - 1011_2$ (ix) $101011_2 - 11101_2$

    (x) $110110_2 - 11011_2$

ஈரடிமான பெருக்கல்:

எடுத்துக்காட்டு 54:

பெருக்குக $101_2 \times 111_2$

பெருக்கல் அட்டவணை

×	0	1
0	0	0
1	0	1

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 111 \\ \hline 101 \\ 101 \\ 101 \\ \hline 100011_2 \end{array}$$

(கூட்டலுக்கு கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தவும்.)

$\therefore 101_2 \times 111_2 = 100011_2$

எடுத்துக்காட்டு 55:

மதிப்பு காண்க $110011_2 \times 1101_2$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 110011 \\ \times \quad 1101 \\ \hline 110011 \\ 000000 \\ 110011 \\ 110011 \\ \hline 1010010111_2 \end{array}$$

$\therefore 110011_2 \times 1101_2 = 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1_2$

ஈரடிமான வகுத்தல்

வகுத்தல் விதி

$0_2 \div 1_2 = 0_2$

$1_2 \div 1_2 = 1_2$

$0_2 \div 0_2,\ 1_2 \div 0_2$ அர்த்தமற்றது

எடுத்துக்காட்டு 56:

1111_2 யை 11_2 ஆல் வகுக்க

தீர்வு:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \ \ 101 \\
\hline
11 & 1111 \\
 & \underline{11} \\
 & \ \ \ 11 \\
 & \ \ \ \underline{11} \\
 & \ \ \ \ \ 0
\end{array}
$$

ஈவு 101_2

மீதி 0_2

எடுத்துக்காட்டு 57:

$10111000_2 \div 11001_2$

தீர்வு:

முதல் ஐந்து இலக்கம் 10111 ஆனது 11001 வைவிட சிறியது என்பதால் முதல்ஆறு இலக்கங்களை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

$$
\begin{array}{r}
111 \\
11001\overline{)10111000} \\
\underline{11001} \\
101010 \\
\underline{11001} \\
100010 \\
\underline{11001} \\
1001
\end{array}
$$

ஈவு 111_2

மீதி 1001_2

பயிற்சி 1.5.1 (இ)

1. கீழ்க்கண்டவற்றை பெருக்குக
   (i) $1001_2 \times 11_2$ (ii) $1101_2 \times 101_2$ (iii) $10011_2 \times 1110_2$
   (iv) $1000111_2 \times 1001_2$ (v) $1110001_2 \times 10001_2$
2. கீழ்க்கண்டவற்றை வகுத்து ஈவு, மீதி கண்டுபிடிக்கவும்.
   (i) $1101_2 \div 11_2$ (ii) $10101_2 \div 100_2$ (iii) $11011_2 \div 1001_2$
   (iv) $1100101_2 \div 111_2$ (v) $11110011_2 \div 1011_2$

1.5.2 அடிமானம் 5 எண்முறையினம்

0,1,2,3,4 ஆகிய இலக்கங்கள் மட்டுமே அடிமானம் 5 எண்முறையினத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டிருக்கும் எனவே அடிமான 5 இல் எழுதப்படும் எண்களில் மேற்கூறிய இலக்கங்களே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 58:

3241_5 என்ற எண்ணின் முகமதிப்பையும், இட மதிப்பையும் எழுதுக.

தீர்வு:

3241_5 எண்ணின் இலக்கங்களின் முகமதிப்பு 1,4,2,3 ஆகும்.

இலக்கங்களின் இடமதிப்பு

இலக்கம் 1 : $1 \times 1 = 1$

இலக்கம் 2. : $4 \times 5 = 20$

இலக்கம் 3 : $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

இலக்கம் 4 : $3 \times 5^3 = 3 \times 125 = 375$

முக்கிய குறிப்புகள்:

	பத்தடிமானம்	அடிமானம் 5
அடிமானம்	10	5
இலக்கங்களின் இடங்கள்	10 இன் அடுக்குகள்	5இன் அடுக்குகள்
எண்ணைக் குறிக்கும் இலக்கங்கள்	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 (10 இலக்கங்கள்)	0,1,2,3,4 (ஐந்து இலக்கங்கள்)

ஐந்தடிமான எண்ணின் விரிவாக்கம்

ஐந்தடிமான எண் 3421 அதன் இடமதிப்பை பொறுத்து இலக்கங்கள் அமைந்திருப்பது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இலக்கங்கள்	3	4	2	1
இடங்கள்	5^3	5^2	5^1	5^0
மதிப்புகள்	$3(5^3) +$	$4(5^2) +$	$2(5^1) +$	$1(5^0)$

அடிமானம் எண்ணின் இறுதியில் சிறிய எண்ணால் அதற்குரிய அடிமானத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் 3421_5 என்ற எண்ணின் அடிமானம் 5 என்பது எண்ணின் இறுதியில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த எண் குறிக்கப்படாவிட்டால் அது தசம எண் என கருதப்படும். 421_5 என்ற ஐந்தடிமான எண்ணை நான்கு, இரண்டு, ஒன்று அடிமானம் 5 என்று வாசித்தல் வேண்டும்.

தசம எண்ணை ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்றுதல்:

தசம எண்ணை ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்றும் பொழுது நாம்

1. கொடுக்கப்பட்ட தசம எண்ணை 5 ஆல் வகுக்கவேண்டும்.
2. ஈவு, பூச்சியம் கிடைக்கும் வரையில் எண்ணை வகுத்து ஈவையும், மீதியையும் எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். கிடைக்கும் மீதிகளை கீழிருந்து மேலாக எழுத மிகப் பெரிய மதிப்புள்ள இலக்கத்திலிருந்து குறைந்த மதிப்புள்ள இலக்கம்வரை உள்ள ஐந்தடிமான எண் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 59:

342, 4531 ஆகிய எண்களை ஐந்தடிமான எண்களாக மாற்றவும்

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|l l}
5 & 342 & \\
5 & 68 & 2 \\
5 & 13 & 3 \\
5 & 2 & 3 \\
 & 0 & 2
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l l}
5 & 4531 & \\
5 & 906 & 1 \\
5 & 181 & 1 \\
5 & 36 & 1 \\
5 & 7 & 1 \\
5 & 1 & 2 \\
 & 0 & 1
\end{array}$$

$342 = 2332_5$ $\qquad$ $4531 = 121111_5$

ஐந்தடிமான எண்ணை தசம எண்ணாக மாற்றுதல்.

ஐந்தடிமான எண்ணிலுள்ள ஒவ்வொரு இலக்கத்தினையும் அது அமைந்துள்ள இடத்தின் மதிப்பால் பெருக்க கிடைக்கும் பலன்களின் கூடுதலே அந்த எண்ணின் தசம எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 60:

2443_5 என்ற எண்ணை தசம எண்ணாக மாற்றுக.

தீர்வு:

2443_5

	2	4	4	3
இடங்கள்	5^3	5^2	5^1	5^0

$$= 2 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0$$
$$= (2 \times 125) + (4 \times 25) + (4 \times 5) + (3 \times 1)$$
$$= 250 + 100 + 20 + 3$$
$$= 373$$

பயிற்சி 1.5.2 (அ)

1. கோடிட்ட ஐந்தடிமான இலக்கத்தின் இடமதிப்பைக் காண்க.

   (i) $\underline{2}31_5$ (ii) $40\underline{1}2_5$ (iii) $3\underline{0}102_5$ (iv) $\underline{4}1021_5$ (v) $\underline{1}00012_5$

2. கீழ்க்கண்ட ஐந்தடிமான எண்கள் குறிக்கும் தசம எண்களைக் காண்க

   (i) 34_5 (ii) 243_5 (iii) 1044_5 (iv) 2341_5 (v) 21131_5

3. கீழ்க்கண்ட எண்குறிக்கும் தசம எண்ணின் அடுத்து வரும் தசம எண்ணை எழுதவும்

   (i) 23_5 (ii) 42_5 (iii) 232_5 (iv) 1321_5 (v) 11102_5

4. கீழ்க்கண்டவற்றை ஐந்தடிமான எண்ணாக எழுதவும்.

   (i) 37 (ii) 427 (iii) 5469 (iv) 3578 (v) 10796

ஐந்தடிமான எண்ணின் கூட்டல்:

$+_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

எடுத்துக்காட்டு 61:

கூட்டுக $134_5 + 211_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1\,3\,4 \\ +\,2\,1\,1 \\ \hline 4\,0\,0 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 134_5 + 211_5 = 400_5$

எடுத்துக்காட்டு 62:

கூட்டுக $4312_5 + 1234_5$

தீர்வு :

$$\begin{array}{r} 4312 \\ +\underline{1234} \\ 11101_5 \end{array}$$

$\therefore 4312_5 + 1234_5 = 11101_5$

எடுத்துக்காட்டு 63:

கூட்டுக : $34_5 + 122_5 + 2431_5$

தீர்வு:

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எண்களை கூட்ட வேண்டும் எனில் இரண்டு எண்களை முதலில் கூடுதல் செய்து அதனுடன் அடுத்த எண்ணை கூட்டலாம். இதனையே ஒவ்வொரு முறையும் பயன்படுத்தலாம்.

படி 1

$$\begin{array}{r} 34 \\ +\underline{122} \\ 211_5 \end{array}$$

படி 2

$$\begin{array}{r} 211 \\ +\underline{2431} \\ 3142_5 \end{array}$$

$\therefore 34_5 + 122_5 + 2431_5 = 3142_5$

ஐந்தடிமான எண்ணின் கழித்தல்

நாம் கழித்தல் செயலை செயல்படுத்தும்பொழுது தேவை எனில் அடுத்த இலக்கத்திலிருந்து மதிப்பினை எடுத்துக் கொள்ளுதல் வேண்டும். எடுத்ததன் மதிப்பு 10 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 64:

கழிக்க: : $2431_5 - 1342_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 3\ 1 \\ -\underline{1\ 3\ 4\ 2} \\ 1\ 0\ 3\ 4_5 \end{array}$$

குறிப்பு

ஐந்தடிமான எண்	ஒத்த தசம எண்
10	5
11	6
12	7
13	8
14	9

எடுத்துக்காட்டு 65:

கழிக்க : $13241_5 - 4331_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 2\ 4\ 1 \\ -\ \underline{4\ 3\ 3\ 1} \\ 3\ 4\ 1\ 0_5 \end{array}$$

$\therefore 13241_5 - 4331_5 = 3410_5$

எடுத்துக்காட்டு 66:

கழிக்க : $10010_5 - 4321_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ -\ \ 4\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 1\ 3\ 4_5 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 10010_5 - 4321_5 = 134_5$

ஐந்தடிமான பெருக்கல்

அடிமானம் 5ன் பெருக்கல் அட்டவணை

X_5	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

எடுத்துக்காட்டு 67:

பெருக்குக: $403_5 \times 23_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 4\ 0\ 3 \\ \times\ \ 2\ 3 \\ \hline 2\ 2\ 1\ 4 \\ 1\ 3\ 1\ 1\ \ \\ \hline 2\ 0\ 3\ 2\ 4_5 \\ \hline \end{array}$$

$3 \times 3 = 9 = 14_5$
$3 \times 4 = 12 = 22_5$
$2 \times 3 = 6 = 11_5$
$2 \times 4 = 8 = 13_5$

$\therefore 403_5 \text{ x } 23_5 = 20324_5$

எடுத்துக்காட்டு 68:

பெருக்குக : $3221_5 \times 112_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 2\ 1 \\ \times\ \ 1\ 1\ 2 \\ \hline 1\ 1\ 4\ 4\ 2 \\ 3\ 2\ 2\ 1\ \ \\ 3\ 2\ 2\ 1\ \ \ \ \\ \hline 4\ 2\ 1\ 3\ 0\ 2_5 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 3221_5 \text{ x } 112_5 = 421302_5$

ஐந்தடிமான வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 69:

வகுக்க: $4442_5 \div 11_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 403 \\ 11\overline{)4442} \\ \underline{44} \\ 42 \\ \underline{33} \\ 4 \end{array}$$

ஈவு 403_5

மீதி 4_5

எடுத்துக்காட்டு 70:

வகுக்க : $24314_5 \div 12_5$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 2022 \\ 12\overline{)24314} \\ \underline{24} \\ 31 \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

ஈவு 2022_5

மீதி 0_5

பயிற்சி 1.5.2 (ஆ)

1. கீழ்க்கண்டவற்றைக் கூட்டுக.
   (i) $433_5 + 121_5$ (ii) $3213_5 + 422_5$ (iii) $1044_5 + 211_5$
   (iv) $14_5 + 213_5 + 1021_5$ (v) $13_5 + 21_5 + 101_5 + 1001_5$
2. கீழ்க்கண்டவற்றை கழிக்க
   (i) $414_5 - 143_5$ (ii) $2131_5 - 234_5$ (iii) $3124_5 - 1434_5$
   (iv) $42231_5 - 343_5$ (v) $11012_5 - 3423_5$
3. கீழ்க்கண்டவற்றை பெருக்குக
   (i) $1223_5 \times 12_5$ (ii) $10121_5 \times 101_5$ (iii) $2211_5 \times 112_5$
   (iv) $100121_5 \times 121_5$ (v) $11321_5 \times 311_5$
4. கீழ்க்கண்டவற்றை வகுக்க
   (i) $14021_5 \div 14_5$ (ii) $23141_5 \div 11_5$ (iii) $24212_5 \div 220_5$
   (iv) $33421_5 \div 324_5$ (v) $401001_5 \div 400_5$

நினைவிற் கொள்ளக

1. x , y இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் எனில் x , y ஆகியவைகளுக்கு இடையே $\frac{x+y}{2}$ என்ற விகிதமுறு எண் உள்ளது.
2. x , y ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விதிமுறு எண்களை காண இயலும்.
3. முழுவர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலம் வர்க்க எண்களின் பகாக்காரணிகளாகக் கொண்டு கண்டுபிடிக்க முடியும்.
4. முழுவர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலம் நீள்வகுத்தல் முறையிலும் கண்டுபிடிக்க முடியும்.
5. வகுத்தல் முறையில் எண்களை இரண்டு இரண்டாக பிரித்தல் தசமப்புள்ளியில் ஆரம்பித்தல் வேண்டும். முழு எண்பகுதியை வலப்புறமிருந்து இடப்புறமாகவும் தசமப்பகுதியை இடப்புறமிருந்து வலப்புறமாகவும் பிரித்தல் வேண்டும்.
6. ஒரு மிகை எண் முழுவர்க்கம் இல்லை எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தின் தோராய மதிப்பை நீள்வகுத்தல் முறையில் கண்டுபிடிக்க முடியும்.
7. p, q அகியவை முழுவர்க்க எண்களாக இல்லாமல் இருந்து $\sqrt{\frac{p}{q}}$ காணவேண்டும் எனில் $\frac{p}{q}$ வின் தசம வடிவம் கண்டுபிடித்து வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலம் கண்டுபிடிக்க முடியும்.
8. முழுகன எண்ணின் கனமூலம் கனஎண்களின் பகாக்காரணிகளைக் கொண்டு கணடுபிடிக்க முடியும்.
9. இரண்டு கன எண்களின் பெருக்கற்பலனின் கன மூலம் அந்த் இரண்டு கன எண்களின் கனமூலங்களின் பெருக்கற்பலனாகும். அதாவது $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ aயும் bயும் முழுகனங்களாகும்.
10. இரண்டு கன எண்களின் வகுத்தற்பலனின் கன மூலம் அந்த இரண்டு கன எண்களின் கனமூலங்களின் வகுத்தல் பலனாகும். அதாவது $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$, $b \neq 0$ a யும் b யும் முழுகனங்களாகும்.
11. குறைமுழுகன எண்ணின் கனமூலம் ஒரு குறை எண்ணாகும்.
12. ஒரு எண் இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் சமதூரத்தில் இருந்தால் அந்த எண்களுள் மிகப்பெரிய எண்ணின் மதிப்பே அந்த எண்ணின் தோராய மதிப்பாகும்.

2. அன்றாடக் கணக்குகள்

சென்ற வகுப்புகளில் அன்றாட வாழ்க்கைக்குத் தேவையான வரி, தள்ளுபடி, தனிவட்டி, விகிதம், விகிதசமம், போன்ற தலைப்பின் கீழ் கணக்குகளைப் பயின்றோம். இந்த வகுப்பில் வாழ்க்கைக்கு பயன்தரும் மேலும் சில கணக்குகளைக் கற்போம்.

2.1 சதவீதம்
2.2 வங்கியியல், கூட்டுவட்டி
2.3 குடும்ப நிதி நிலை

2.1 சதவீதம்

2.1.1 திருப்புதல்
2.1.2 வீட்டுக்கடன் திட்டம்
2.1.3 கடனுக்குப் பொருள் வாங்கல் மற்றும் தவணை முறைத்திட்டம்

2.1.1 திருப்புதல்

சதவீதம் என்பது 100 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட பின்னம் என்பது நாமறிந்ததே. பின்வரும் பயிற்சியில் சதவீதம் பற்றிய சிலவகைக் கணக்குகளை மீள்பார்வையாகக் காண்போம்.

பயிற்சி 2.1 (திருப்புதல்)

1. பின் வருவனவற்றை சதவீதமாக மாற்றுக.
   (i) $\frac{1}{25}$ (ii) 0.75 (iii) $3\frac{2}{5}$ (iv) 2.15
2. பின்வருவனவற்றை பின்னமாக மாற்றுக.
   (i) 70% (ii) 60% (iii) 20% (iv) 45%
3. பின்வருவனவற்றை சதவீதத்தில் குறிப்பிடுக.
   (i) ரூ.40 ல் ரூ.5 (ii) 200 கி.மீயில் 5 கி.மீ
   (iii) 1 கி.கி.-யில் 100 கிராம் (iv) 2 லிட்டரில் 200 மி.லி
4. மதிப்பு காண்க.
   (i) 900 இல் 30% (ii) 150 இல் 9%
   (iii) 160 கி.கியில் $3\frac{1}{5}$ % (iv) 21 லிட்டரில் $10\frac{1}{2}$ %
5. ஒரு பேனாவின் விலை ரூ.30. அதை 10% லாபத்திற்கு விற்றால் விற்றவிலை யாது?
6. ஒரு வீடு 2,50,000 க்கு விற்கப்பட்டது. வாங்கிய விலை ரூ.3,00,000 எனில் லாப அல்லது நஷ்ட சதவீதம் யாது?
7. இராசு ரூ 12000 ஐ ஆண்டுக்கு 19% வட்டி கொடுக்கும் ஒரு நிதி நிறுவனத்தில் முதலீடு செய்கிறார். ஆண்டு முடிவில் அவருக்குக் கிடைக்கும் வட்டியாது?

8. ரூ.40000 க்கு ஒரு மோட்டார் வண்டி கடனாக வாங்கப்பட்டது. ஆண்டுக்கு 7% தனிவட்டி வீதம் மூன்று ஆண்டுகள் கழித்து வண்டியை தனது முழு உடைமை ஆக்கிக்கொள்வதற்காக அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத்தொகை யாது?
9. ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ.250. புத்தக நிறுவனம் 20% தள்ளுபடி அளித்தால் புத்தகத்தின் விற்பனை விலை யாது?
10. வாணி ரூ.5000 ஐ 12% தனிவட்டி தரும் ஒரு வங்கியில் முதலீடு செய்தார். 3 ஆண்டுகள் கழித்து அவருக்கு கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை யாது?

2.1.2 வீட்டுவசதி நிதி உதவி:

வீட்டுவசதி நிதி உதவித்திட்டம் என்பது நாட்டிலுள்ள தனிப்பட்ட நபருக்கோ அங்கீகரிக்கப்பட்ட ஒரு குழுவிற்கோ அமைப்பிற்கோ தங்கள் குடியிருப்பை கட்டுவதற்கோ, வாங்குவதற்கோ, சில நிபந்தனைகளுடன் நிதி உதவியைத் தருவதாகும். தேசிய மயமாக்கப்பட்ட வங்கிகள், கூட்டுறவு வங்கிகள், வீட்டுவசதி சங்கங்கள் போன்ற நிதி நிறுவனங்கள் பொது மக்களுக்கு வீட்டுவசதி நிதி உதவிகளை அளித்து வருகின்றன.

வீட்டு வசதி நிதி உதவி பெற வழிமுறைகள்

கடன் தொகை	:	வீடு கட்ட அல்லது வாங்கத் தேவைப்படும் மொத்தத் தொகையில் 75% முதல் 80% வரை
வட்டி விகிதம்	:	1) நிலை வட்டி 2) மாறும் வட்டி. இந்திய ரிசர்வ் வங்கியின் ஒழுங்குக் கட்டுப்பாட்டின் கீழ் வட்டி விகிதங்கள் நிர்ணயம் செய்யப்படுகின்றன. காலமாறுதலுக்குட்பட்டவை.
கடன் உத்திரவாதம்	:	சொத்தின் அடமானப் பத்திரம்
சேவைக்கட்டணம்	:	நிறுவனங்கள் விதிகளின்படி 0.50% (அ) 1% (கடன் தொகையில்)
மாதாந்திரத் தவணை	:	$\dfrac{\textbf{கடன்தொகை + மொத்த வட்டி}}{\textbf{மொத்த மாதங்கள்}}$

பல்வேறு வீட்டுவசதி நிதி நிறுவனங்களை ஒப்பிடுதல்

வங்கிகள் மற்றும் தனியார் நிதி நிறுவனங்கள் அளிக்கக் கூடிய வீட்டு வசதி நிதி உதவி பற்றிய அட்டவணை (5 ஆண்டு காலத்திற்கானது)

வங்கிகள் மற்றும் நிதி நிறுவனங்கள்	வட்டி வீதம்	மாதாந்திரத் தவணை (ஒரு லட்சத்திற்கு ரூபாயில்)	கடன் பெறுவதற்கான சேவைக்கட்டணம்
வங்கி – 1	7,25%	1993	0.5%
வங்கி – 2	7,50%	2004	0.8%
வங்கி – 3	8,00%	2250	0.7%
வங்கி – 4	7,00%	1850	1.0%
நிதி நிறுவனம் - X	8,50%	2400	1.0%
நிதி நிறுவனம் - Y	11,00%	2640	1.5%

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடை அளிக்கவும்.

1. எந்த வங்கி குறைந்த வட்டியைப் பெறுகிறது?
2. எந்த வங்கி குறைந்த மாதத் தவணையை அறிவிக்கிறது?
3. வங்கி 3 பெறும் சேவைக்கட்டணம் யாது?
4. எந்த நிதி நிறுவனம் அதிகபட்ச வட்டியை பெறுகிறது?
5. வங்கி 1 பெறும் சேவைக்கட்டணம் யாது?

செய்துபார்:

உங்கள் ஊரில் உள்ள வங்கிகள் மற்றும் நிதி நிறுவனங்களுக்குச் செல்க. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்குரிய விடையினை அறிந்துகொள்க.

1. கல்விக்கடன் என்றால் என்ன? வங்கியில் அதற்காக வசூலிக்கப்படும் வட்டி வீதம் யாது?
2. தவணை தவறிய வீட்டுக்கடன்களுக்கு வசூலிக்கப்படும் கூடுதல் வட்டி யாது?
3. வங்கிகள் மற்றும் நிதி நிறுவனங்கள் வீட்டு வசதிக் கடன் தவிர வேறு என்னென்ன கடன்கள் வழங்குகின்றன?

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு வீட்டு மனையின் விலை ரூ.50,000. இந்த மனையை வாங்க ஒரு நிதிநிறுவனம் வீட்டு வசதிக் கடன் அளிக்கின்றது.மொத்தத் தொகையில் 20% முன்வைப்புத் தொகையாகப் பெறப்பட்டால் அவ்வீட்டு மனையின் முன்வைப்புத்தொகை, கடன் தொகையினைக் காண்க.

தீர்வு:

வீட்டு மனையின் மொத்த விலை = ரூ. 50000

முன்வைப்புத்தொகையின் சதவீதம் = 20%

வீட்டுமனையின் முன்வைப்புத்தொகை = $50{,}000 \times \frac{20}{100}$

= ரூ.10000

கடன் தொகை = மொத்தவிலை – முன்வைப்புத்தொகை

= 50000 – 10000

= ரூ. 40000

எனவே கடன் தொகை = ரூ. 40000

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு தேசிய வங்கி ரூ.1,50,000 க்கான வீட்டுக் கடனை இராசன் என்பவருக்கு வழங்குகிறது. கடனுக்கு ஆண்டுக்கு 7.5% தனிவட்டி கணக்கிடப்பட்டால் இராசன் 60 மாதங்கள் கழித்து செலுத்த வேண்டிய வட்டி, மொத்தத் தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

அனுமதிக்கப்பட்ட வீட்டுக்கடன் = ரூ.1,50,000

வட்டி விகிதம் = 7.5%

காலம் = 60 மாதங்கள் (அ) 5 ஆண்டுகள்.

வட்டி = $1{,}50{,}000 \times 5 \times \frac{7.5}{100}$

$$= 1,50,000 \times 5 \times \frac{75}{10} \times \frac{1}{100}$$

வட்டி = ரூ. 56,250

கடனுக்காக செலுத்தப்பட வேண்டிய மொத்தத் தொகை = அசல் + வட்டி

= 1,50.000 + 56250

மொத்தத் தொகை = ரூ 2,06,250.

எடுத்துக்காட்டு 3:

வெண்ணிலா ஓர் தனியார் நிதி நிறுவனத்திடம் வீட்டுக் கடனாக ரூ.80,000 ஐ 9% ஆண்டு வட்டியில் 10 வருடங்களுக்குப் பெற்றார். அவர் செலுத்த வேண்டிய மாதத்தவணை யாது?

தீர்வு:

கடன்தொகை = ரூ.80000

வட்டி வீதம் = 9%

காலம் = 10 ஆண்டுகள்

மொத்த வட்டி $= 80,000 \times \frac{9}{100} \times 10$

= ரூ.72,000

$$\text{மாதத்தவணை} = \frac{\text{மொத்தக்கடன் தொகை + வட்டி}}{\text{மொத்த மாதங்கள்}}$$

$$= \frac{80,000 + 72,000}{120}$$

$$= \frac{1,52,000}{120}$$

= ரூ. 1266.66

∴ மாதத்தவணைத்தொகை = ரூ 1267 (ரூபாய் திருத்தமாக)

பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்கண்ட வீட்டுக்கடன்களுக்கு முன்வைப்புத் தொகை காண்
   (i) ரூ.50000 இல் 20% முன்வைப்புத்தொகை
   (ii) ரூ.70000 இல் 15% முன்வைப்புத்தொகை
   (iii) ரூ.1,00,000 இல் 30% முன்வைப்புத்தொகை
   (iv) ரூ.3,00,000 இல் 10% முன்வைப்புத்தொகை
2. கீழ்க்கண்ட வீட்டுக் கடன் தொகைகளுக்கு சேவைக்கட்டணம் காண்
   (i) ரூ. 1,50,000 இல் சேவைக்கட்டணம் 0.5%
   (ii) ரூ. 90,000 இல் சேவைக்கட்டணம் 0.75%
   (iii) ரூ. 3,00,000 இல் சேவைக்கட்டணம் 1.0%
   (iv) ரூ. 2,50,000 இல் சேவைக்கட்டணம் 1.5%

3. கீழ்க்கண்ட வீட்டுக் கடன்களுக்குச் செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி, மொத்தத் தொகைகளைக் காண்.

(i) ரூ.1,00,000 க்கு 7% வீதம் 5 ஆண்டுகள்

(ii) ரூ.30,000 க்கு 8% வீதம் 7 ஆண்டுகள்

(iii) ரூ.2,70,000 க்கு 6.5% வீதம் 10 ஆண்டுகள்

(iv) ரூ.1,75,000 க்கு 10% வீதம் 8 ஆண்டுகள்

4. அமுதாவிற்கு வீட்டுக் கடனாக ரூ.2,00,000 பத்து ஆண்டுகளுக்கு 10.5% வட்டியில் அனுமதிக்கப்படுகிறது. சேவைக்கட்டணமாக 0.5% வசூலிக்கப்படுகிறது. அவர் செலுத்த வேண்டிய சேவைக்கட்டணம் யாது? அவருக்கு நிர்ணயம் செய்யப்பட்ட மாதாந்திரத்தவணை (EMI) மதிப்பு யாது?

2.1.3 வாடகைக் கொள்முதல் திட்டம் மற்றும் தவணை முறைத்திட்டம்:

தேவையென்பது மனிதனுக்கு மனிதன் வேறுபடுகின்றது. அனைத்து தேவைகளும் ஒரே நேரத்தில் பூர்த்தி செய்திடல் இயலாது. சில நேரங்களில் நாம் நம்முடைய தேவைகளை வாங்குவதற்குக் கடன் பெற வேண்டிய நிலை ஏற்படுகின்றது எனவே இதற்காக அனைத்து தேசிய வங்கிகளும் நிதி நிறுவனங்களும் மாதத்தவணை முறை என்ற முறையை செயல்படுத்தி வருகின்றன.

வாடகைக் கொள்முதல் திட்டம்: (Hire purchase)

உந்து ஊர்திகள், பேருந்து ஊர்திகள் போன்ற வாகனங்களை இம்முறையில் நாம் வாங்க இயலும். சில கட்டுப்பாடுகளுடன் இந்த நிதி உதவித்திட்டம் செயல்படுத்தப் படுகின்றன. நாம் வாகனங்களுக்குரிய விலை மற்றும் வட்டி இவைகளை குறிப்பிட்ட காலத்தில் அடைத்த பின்னரே அப்பொருள்கள் நமக்குச் சொந்தமாகும். இவ்வாறு நாம் பொருள்கள் வாங்கும் முறைக்கு வாடகைக் கொள்முதல் திட்டம் எனப்படும்.

தவணைமுறைத் திட்டம்: (Instalment scheme)

பொருள்களின் மொத்த விலையுடன் அதற்குரிய வட்டியையும் சில குறிப்பிட்ட கட்டணங்களுடன் (சேவைக்கட்டணம், ஆய்வுக்கட்டணம்) பொருள்களை வாங்குபவர்கள் வங்கிகள் மற்றும் நிதிநிறுவனங்களுக்கு குறிப்பிட்ட மாதங்கள் வரை செலுத்தவேண்டும். இவ்வாறு குறிப்பிட்ட மாதந்தோறும் பணம் செலுத்தி பொருள்கள் வாங்கும் முறைக்கு தவணைமுறைத்திட்டம் என்று பெயர்.

$$\text{தவணை} = \frac{\text{பொருட்களின் விலை} + \text{வட்டி}}{\text{மொத்த மாதங்கள்.}}$$

மாதாந்திரத் தவணைமுறைத் திட்டம்: (Monthly instalment scheme)

மாதாந்திரத் தவணைமுறையில் செலுத்தப்படும் தொகையில் ஆரம்ப மாதங்களில் பெரும்பகுதி வட்டிக்காகவும் சிறிய பகுதி அசலுக்காகவும் கணக்கிடப்படும். தவணை முடிவு காலங்களில் பெரும்பகுதி அசலுக்காகவும், சிறிய பகுதி வட்டிக்காகவும் கணக்கிடப்படும். இம்முறைக்கு பகுதிக்குறைவுத்திட்டம் (depreciation) என்று பெயர். இவ்வாறாக பெறப்படும் தவணைமுறைகளுக்கு மாதாந்திரத் தவணைத்திட்டம் என்று பெயர்.

பல்வேறுபட்ட தவணை முறைத்திட்டங்கள்:

1. 0% வட்டித்திட்டம் **(0% scheme):** இத்திட்டத்தின் கீழ் சேவைக்கட்டணம், ஆய்வுக்கட்டணம் போன்றவைகள் வசூலிக்கப்படுகின்றன. 4 அல்லது 5 முன்தவணைகள் பெறப்படுகின்றன. வட்டி இல்லை.
2. 100% கடன் திட்டம் **(100% scheme):** இதற்கு வட்டி, மாதத்தவணைகள், ஏனைய கட்டணங்கள் உண்டு. முன்பணம் கட்டத்தேவையில்லை.
3. தள்ளுபடி விற்பனை **(discount sale):** இன்றைய வியாபார போட்டிகளில் பொருள்களின் விலையில் தள்ளுபடி செய்யப்படுகின்றது. தவணை முறையிலும் தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட பொருள்கள் விற்கப்படுகின்றன.
4. முன்வைப்புத்தொகை விற்பனை **(Initial payment Scheme):**பொருள்களின் விலையில் 10% முதல் 15% முன்வைப்புத்தொகையாகக் கோரப்படுகின்றது. மீதமுள்ள பொருள்களின் விலை கடன் தொகையாகக் கருதப்பட்டு தவணை முறையில் பொருள்கள் விற்கப்படுகின்றன.

இரு டிராக்டர்களின் இயந்திரத்தின் விற்பனை விளம்பரம் பின்வருமாறு.

	ஜம்போ டிராக்டர் நிறுவனம்		டர்போ டிராக்டர் நிறுவனம்
	ஜம்போ டிராக்டருடன் இந்தியாவில் பசுமை புரட்சி செய்	-	உங்களுக்காக உங்கள் வீட்டுவாசலில் காத்துக்கிடக்கும் உங்கள் நண்பன். டர்போ டிராக்டர்
	5% வட்டி		20% தள்ளுபடி
	12,28,24,30 மேலும் 36 மாதத்தவணைகள்		6.1% வட்டி
	2 ஆண்டுகள் உத்திரவாதம்		பதிவுக்கட்டணங்கள் ஏதும் இல்லை
	வாருங்கள் வாருங்கள்		மிகக்குறைந்த மாதத்தவணை உங்கள் வசதிக்கேற்ப

தன்னறிவு வினாக்கள்

1. ஜம்போ டிராக்டர்களில் தள்ளுபடி உள்ளதா?
2. ஜம்போ டிராக்டர் நிறுவனம் வசூலிக்கும் வட்டி வீதம் யாது?
3. டர்போ டிராக்டர் நிறுவனம் அளிக்கும் தள்ளுபடி யாது?
4. டர்போ டிராக்டர் நிறுவனம் ஏதாகிலும் முன் வைப்புத்தொகை கோரியுள்ளதா?
5. டர்போ நிறுவனம் டிராக்டர்க்கு உத்திரவாதம் அளித்துள்ளதா?

எடுத்துக்காட்டு 4:

ஒரு கணினியின் விலை ரூ.18000. எவெரஸ்ட் நிதி நிறுவனம் தவணை முறை விற்பணையில் 5% வட்டியாகப் பெறுகிறது. 36 மாதங்களுக்கு தவணை முறையில் வாங்க ஒருவர் அந்த நிறுவனத்திற்குச் செலுத்த வேண்டிய மாதத் தவணை எவ்வளவு?

தீர்வு:

கணினியின் விலை = ரூ.18000

ஆண்டுவட்டி வீதம் = 5%

காலம் = 36 மாதங்கள் (அ) 3 ஆண்டுகள்

$$\text{மொத்தவட்டி} = 18{,}000 \times \frac{5}{100} \times 3$$

$$= \text{ரூ.}2700$$

$$\text{செலுத்த வேண்டிய மொத்த தொகை} = \text{ரூ.}18000 + 2700$$

$$= \text{ரூ.}20700$$

$$\text{மாதத்தவணைத் தொகை} = \frac{\text{மொத்தத் தொகை}}{\text{மொத்த காலம் (மாதங்களில்)}}$$

$$= \frac{20700}{36} = 575$$

மாதத்தவணைத் தொகை = ரூ. 575

எடுத்துக்காட்டு 5:

ஓர் இருசக்கர ஊர்தியின் குறித்த விலை ரூ1700. அந்த நிறுவனம் 10% தள்ளுபடி அளித்திடின் அந்த வண்டியின் விற்பனை விலை யாது?

தீர்வு:

குறித்த விலை = ரூ.1700

தள்ளுபடி சதவீதம் = 10%

$$\text{வண்டியின் தள்ளுபடி} = 1700 \times \frac{10}{100}$$

$$= \text{ரூ.}170$$

விற்பனை விலை = குறித்தவிலை − தள்ளுபடி

= 1700 − 170 = ரூ.1530

அந்த வண்டியின் விற்பனை விலை = ரூ.1530.

எடுத்துக்காட்டு 6:

ஷீலா தான் வங்கிய தையல் எந்திரத்துக்காக ரூ.325 ஐ மாதா மாதம் 10 மாதங்கள் வரை செலுத்த வேண்டும். தையல் எந்திரத்தின் விலை ரூ.3000 எனில் கடனுக்காக அவர் செலுத்த வேண்டிய வட்டி சதவீதம் யாது?

தீர்வு:

மாதத்தவணை = ரூ.325

கால அளவு = 10 மாதங்கள்

ஷீலா செலுத்திய தொகை = $325 \times 10 = 3250$

மொத்தத் தொகை = குறித்தவிலை + வட்டி

$= P + Pni$.

$$3250 = 3000 + 3000 \times \frac{10}{12} \times \frac{r}{100}$$

$$= 3000 + 25r$$

$$25r = 3250 - 3000$$

$$= 250$$

$$\text{வட்டி வீதம்}, r = \frac{250}{25} = 10$$

வட்டி வீதம் = 10%

எடுத்துக்காட்டு 7:

ஓர் புகைபடக் கருவியின் அடக்கவிலை ரூ.2000.கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் வேறுபட்ட தவணைமுறைத்திட்டங்கள் அளிக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் பயனளிக்கத் தக்க திட்டத்தினை தேர்ந்தெடு.

	தவணை முறைத் திட்டங்கள்	விலை	முன் பணம்	வட்டி வீதம்	சேவைக் கட்டணம்	மாத தவனைகள் E.M.I	காலம்	மொத்தத் தொகை
I	75 % நிதித்திட்டம்	2000	25 %	12 %	1 %		24 மாதம்	
II	100 % நிதித்திட்டம்	2000	Nil	16 %	2 %		24 மாதம்	
III	0 % நிதித்திட்டம்	2000	5 மாத தவனைகள்	இல்லை	2 %		24 மாதம்	

மேலே கண்ட அட்டவணையை பயன்படுத்தி மாதத்தவணை, மொத்தத் தொகைகளைக் காண்

தீர்வு:

(i) **75%** கடன் திட்டம்

சேவைக்கட்டணம் = 1%

முன்பணம் = 25%

வட்டிவீதம் = 12%

சேவைக்கட்டணம் $= 2000 \times \frac{1}{100} =$ ரூ 20

∴ முன்வைப்புத்தொகை = 25%

முன்வைப்புத்தொகை $= 2000 \times \frac{25}{100}$

= ரூ. 500

கடன் தொகை = 2000 - 500

= ரூ. 1500

வட்டிவீதம் = 12 %

கடனுக்கான வட்டி $= 1500 \times \frac{12}{100} \times 2$

∴ வட்டி = ரூ. 360

செலுத்தவேண்டிய மொத்தத்தொகை = P + i

= 1500 + 360

∴ செலுத்தவேண்டிய மொத்தத்தொகை = ரூ. 1860.

$$\text{மாதத்தவணை} = \frac{\text{மொத்தத்தொகை}}{\text{மொத்த மாதங்கள்}}$$

$= \frac{1860}{24} = 77.5$

= ரூ. 78.

2. **100 %** கடன் திட்டம்

சேவைக்கட்டணம் = 2 %

$$= 2000 \times \frac{2}{100}$$

செலுத்தவேண்டிய சேவைக்கட்டணம் = ரூ. 40

∴ கடனுக்கான வட்டி = 16 %

$$\text{கடனுக்கான வட்டி} = 2000 \times \frac{16}{100} \times 2$$

= ரூ. 640

செலுத்தவேண்டிய மொத்தத்தொகை = விலை + வட்டி

= 2000 + 640 = 2640

செலுத்தவேண்டிய மொத்தத்தொகை = ரூ. 2640

$$\text{மாதத்தவணை} = \frac{\text{மொத்தத்தொகை}}{\text{மொத்த மாதங்கள்}}$$

$$\text{மாதத்தவணை (EMI)} = \frac{2640}{24}$$

∴ மாதத்தவணை (EMI) = ரூ. 110

3. 0% வட்டி திட்டம்

சேவைக்கட்டணம்= 2 %

$$= 2000 \times \frac{2}{100}$$

∴ செலுத்தவேண்டிய சேவைக்கட்டணம் = ரூ. 40

$$\text{மாதத்தவணை} = \frac{\text{மொத்தத் விலை}}{\text{மொத்த மாதங்கள்}}$$

$$\text{மாதத்தவணை EMI} = \frac{2000}{24}$$

= 83.33

∴ செலுத்தவேண்டிய மாதத்தவணை EMI = ரூ.83 (ரூபாய் திருத்தமாக)

5 மாத முன் தவணைகள் EMI = ரூ 83 × 5

= ரூ. 415

முடிவு:

முன் தவணைகள் விற்பனையாளருக்கு கூடுதல் வட்டியை பெற்றுத் தரும். 0% வட்டித்திட்டமே மற்ற திட்டங்களை விடச் சிறந்ததாகும்.

தவணைத்தொகை கணக்கிடபயன்படும் அட்டவணை:

கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை (ரூபாய் ஒரு லட்சத்திற்கான மாதாந்திரத் தவணைகளை வேறுபட்ட வட்டி விகிதத்தில் குறிக்கிறது.

வட்டி விகிதம் / மாதங்கள்	7 %	7.5 %	8 %	8.5 %	9 %	9.5 %	10 %
12	8653	8676	8699	8722	8745	8768	8792
24	4477	4500	4523	4546	4568	4591	4614
36	3088	3111	3134	3157	3180	3203	3227
48	2395	2418	2441	2465	2489	2512	2536
60	1980	2004	2028	2052	2076	2100	2125
72	1705	1729	1753	1778	1903	1827	1853
84	1509	1534	1559	1584	1609	1634	1660
96	1363	1388	1414	1439	1465	1491	1517
108	1251	1276	1302	1328	1354	1381	1408
120	1161	1187	1213	1240	1267	1294	1322
132	1088	1115	1142	1169	1196	1224	1252
144	1028	1055	1082	1110	1138	1166	1195
156	978	1005	1033	1061	1090	1119	1148
168	935	963	991	1020	1049	1078	1108
180	899	927	956	985	1014	1044	1075

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிக்கப்படாத மதிப்புகளைக் காண்.
   வேறுபட்ட மின் விசிறிகளின் விலை, வட்டி வீதம், தள்ளுபடி, ஏனைய விவரங்கள் (கடனின் கால அளவு 24 மாதங்கள்) ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

வ. எண்	மின்விசிறி வகைகள்	விலை	வட்டிவீதம்	தள்ளுபடி	EMI	முன்தொகை	செலுத்த வேண்டிய மொத்தத்தொகை
(i)	மேசை மின்விசிறி	ரூ.1800	12%	இல்லை		ரூ. 300	
(ii)	கூரை மின்விசிறி	ரூ.1000	8%	இல்லை		-	
(iii)	உள்வாங்கி மின்விசிறி	______	10%	இல்லை	ரூ.75		
(iv)	பல்நோக்கு மின்விசிறி	ரூ.3000	10%	10%			

2. ஒரு செல்போனின் விலை ரூ.4000. ஒரு நிறுவனம் செல்போனிற்கு 10% தள்ளுபடி அளிக்கிறது. செல்போனின் விற்பனை விலை யாது?
3. பிரஷர் குக்கர் ஒன்றின் விலை ரூ.2000. தேன்மொழி இதனை ஐந்து மாதத் தவணைகளில் வாங்க முடிவு செய்தார். அந்த விற்பனை நிறுவனம் குக்கரை வாங்கிட 10% வீதம் தனிவட்டி வசூல் செய்தால் தேன்மொழி செலுத்த வேண்டிய மாதத்தவணை, மொத்ததொகை எவ்வளவு?

4. மணி இருசக்கர மோட்டார் வண்டி ஒன்றினை ரூ.40000 க்கு நிதி நிறுவனம் ஒன்றின் மூலமாக வாங்கினார். தவணை முறையில் வாங்கிட அந்த நிறுவனம் 5% தனிவட்டி வசூல் செய்தது. மூன்று ஆண்டுகளுக்கு மாதந்தோறும் அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை காண். மாதத்தவணையின் மதிப்பு யாது? (சேவைகட்டணம் 0.5%)

2.2 வங்கியியல், கூட்டுவட்டி:

2.2.1 வங்கியியல்
2.2.2 கூட்டுவட்டி

2.2.1 வங்கியியல்:

வங்கி என்பது பண வாய்ப்புகளை உண்டாக்கி தேவைக்கேற்ப கொடுக்கல் வாங்கல் வசதிகளை மேம்படுத்த உதவும் ஓர் ஆக்க பூர்வமான அமைப்பாகும்.

குறிப்பு: அனைத்து வங்கிகளும் மத்திய ரிசர்வ் வங்கியின் கண்காணிப்பின் கீழ் இயங்குகின்றன.

வங்கியின் முக்கிய செயல்பாடுகள்:

1. வாடிக்கையாளர்களிடமிருந்து பணத்தை பெறுகிறது
2. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட தேவையாளர்களுக்கு முறைப்படி கடனளிக்கின்றது.
3. ஓரிடத்திலிருந்து மற்ற இடத்திற்கு பணமாற்றம் செய்ய உதவுகிறது.
4. தொலைபேசி, மின்சாரம், வீட்டுவரி, வருமானவரி, தண்ணீர் கட்டணங்கள் கட்ட வசதியளிக்கிறது.
5. பாதுகாப்புப் பெட்டக வசதியை வாடிக்கையாளர்களுக்களிக்கிறது.
6. வெளிநாட்டு செலாவணி மாற்றம் செய்ய உதவுகிறது.

சேமிப்புக் கணக்குகளின் வகைகள்

(i) சேமிப்புக் கணக்கு
(ii) நடப்புக் கணக்கு
(iii) நிரந்தர வைப்புக்கணக்கு
(iv) தொடர் வைப்பு முதல்

1. சேமிப்பு வங்கிக் கணக்கு: (SB account)

குறைந்தபட்ச முதலீடுகொண்ட வருமானமுள்ள எவரும் இத்தகைய கணக்குகளை வங்கிகளில் ஆரம்பிக்கலாம். இதற்கான படிவம் அனைத்து வங்கிக் கிளைகளிலும் கிடைக்கும். நாம் சேமித்து வைத்த பணத்தை நம் கணக்கிலிருந்து வங்கி வேலைநாட்களில் எப்பொழுது வேண்டுமானாலும் பெறலாம். பணம் போடவும் பெறவும் உண்டான மாதிரிப்படிவங்கள் முடிவில் இணைக்கப் பட்டுள்ளன. வங்கிக் கணக்கில் ஒவ்வொரு மாதமும் 10 ஆம் தேதிமுதல் மாதஇறுதி வரையில் உள்ள குறைந்த பட்சத் தொகையே வட்டிக்கு ஏற்புடையதாகும்.

2. நடப்புக் கணக்கு: (current account)

வியாபாரிகள், பண முதலீட்டாளர்கள், தொழில் துறையினர் ஆகியோர் வியாபார நிமித்தம் இத்தகைய நடப்புக் கணக்கை வங்கிகளில் துவக்குவர். இந்தக் கணக்கில் செலுத்தும் பணத்திற்கு வட்டி கிடையாது. மூன்று மாதங்களுக்கு ஒருமுறை இத்தகைய சந்தாதாரர்களிடமிருந்து சேவைக்கட்டணமாக ஒரு தொகையை வங்கி வசூல் செய்கிறது நடப்புக்கணக்கு ஆரம்பிக்க ஒரு பெரும் தொகை முதலில் செலுத்தப்பட வேண்டும்.

3. நிரந்தர வைப்புத்தொகை: (Fixed deposit account)

ஒரு பெருந்தொகை நிரந்தர வைப்புத் தொகையாக வங்கிகளால் பெறப்படுகின்றது. வாடிக்கையாளர்களின் விருப்பத்திற்கிணங்க கால அளவு நிர்ணயம் செய்யப்படுகிறது. வங்கிகளின் செயல்முறைகளுக்கேற்ப வைப்புத்தொகைக்கான வட்டி மாதம், காலாண்டு, அரையாண்டு அல்லது ஆண்டு முடிவில் கணக்கில் சேர்க்கப்படுகிறது. வைப்புத்தொகைக்கான வட்டி பற்றிய விபரங்கள் அட்டவணையில் அளிக்கப்பட்டுள்ளது. வைப்புத்தொகைக்காக சான்றிதழ் வங்கிகளால் வாடிக்கையாளருக்கு அளிக்கப்படுகிறது.

4. தொடர்வைப்புக் கணக்கு: (Recurring deposit account)

ஒவ்வொரு மாதமும் வாடிக்கையாளர்கள் ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகையை இத்தகைய வைப்புக் கணக்கில் செலுத்தி வருவர். ஓர் குறிப்பிட்ட வட்டித்தொகையை வங்கிகள் தொடர்வைப்புத் தொகைக்கு வளர்நிகழ்வுத் தொகையாகக் கணக்கீடு செய்யும். முதிர்ச்சி காலம் நிறைவடைந்தவுடன் வாடிக்கையாளர்கள் கணக்கீடு செய்யப்பட்டத் தொகையினை வங்கியிலிருந்து பெறுவர். முதிர்ச்சியடையா தொகைகளுக்கு வட்டி வழங்கப்பட மாட்டாது.

வங்கிப்படிவங்கள்:

(i) பணம் செலுத்துச்சீட்டு (பண வரவுச்சீட்டு): (Pay –in-Slip)

வங்கிகளில் நாம் பணமாகவோ, காசோலைகளாகவோ கேட்புச்சீட்டாகவோ செலுத்தும்போது வரவுச் சீட்டினை பயன்படுத்த வேண்டும். ரிசர்வ் வங்கியின் ஆலோசனையின்படி படிவங்கள் வடிவமைக்கப் பெறும்.

(ii) பணம் பெறும் சீட்டு (Withdrawl form)

நாம் வங்கிக் கணக்கிலிருந்து பணத்தை பெற வேண்டுமானால் பணம் பெறும் சீட்டு, அல்லது காசோலையை பயன்படுத்த வேண்டும்.

(iii) காசோலை (Cheques)

இதுவும் பணம் பெறும் படிவம்தான். நாமோ, அல்லது நமக்காக நம்மால் அனுமதிக்கப்பட்ட நபர்கள் மூலமாகவோ நாம் வங்கிகளிலிருந்து நம்கணக்கில் உள்ள பணத்தை பெற்றுக்கொள்ளலாம். மாதத் தவணை வியாபாரங்களில் காசோலைகள் காப்புறுதிகளாகக் கருதப்படுகின்றன. ரிசர்வ் வங்கியின் செயல் முறைக்கேற்ப கணக்கில் பணம் இல்லாமல் கொடுக்கப்படும் காசோலைகள் திரும்பிடின் குற்றமாக கருதப்பட்டு காவல்துறை நடவடிக்கைக்கு ஏற்புடையதாகிறது.

(iv) சேமிப்புக் கணக்கு புத்தகம் (Pass book)

ஒவ்வொரு தனிநபருக்கும் அல்லது தனி நிறுவனத்திற்குமான சேமிப்புக் கணக்குகளில் உள்ள வரவு மற்றும் பணம் பெறுதல் போன்ற விவரங்களை உள்ளடக்கிய ஓர் புத்தகம் சேமிப்புக் கணக்கு புத்தகமாகும்.

சேமிப்பு புத்தகத்தில் வரவு/பணம் எடுத்தல் விபரம்

தேதி	விபரம்	எடுக்கப்பட்ட தொகை ரூ.	பை	செலுத்தப்பட்ட தொகை ரூ.	பை	மீதித்தொகை ரூ.	பை	ஒப்பம்

நிரந்தர வைப்புத்தொகைக்கான வட்டி விவரம்
(01.08.2004 இல் உள்ள படி)

காலம்	வட்டி வீதம்
15 - 29 நாட்கள்	4.00 %
30 - 45 நாட்கள்	4.00 %
46 - 90 நாட்கள்	4.50 %
91 - 179 நாட்கள்	4.75 %
6 மாதங்கள் -1ஆண்டு	5.00 %
1 ஆண்டு - 2 ஆண்டுகள்	5.25 %
2 ஆண்டுகள் - 3 ஆண்டுகள்	5.50 %
3 ஆண்டுகள் அதற்கு மேலும்	5.75 %

சேமிப்பு வங்கியில் வட்டி கணக்கீடு செய்யும் முறை:

ஒவ்வொரு மாதமும் 10 ஆம் தேதியிலிருந்து மாத இறுதிவரை கணக்கிலுள்ள குறைந்த பட்ச தொகை வட்டிக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்படும்.

வட்டி, வாடிக்கையாளர் கணக்குகளில் குறிப்பிட்ட கால அளவுகளில் சேர்க்கப்படுகிறது. தேசிய வங்கிகளுக்கும், நிதிநிறுவனங்களுக்குமிடையே வட்டி கணக்கீடு செய்வதில் வேறுபாடுள்ளது. இவைகளின் செயல்பாடுகள் மத்திய ரிசர்வ் வங்கியின் மேற்பார்வையின் கீழ்நடைபெறுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 8:

திரு பாண்டியன் அவர்களின் சேமிப்பு வங்கிப்புத்தகத்திலிருந்து எடுக்கப்பட்ட ஓர் பகுதி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தேதி	விபரம்	எடுக்கப்பட்ட தொகை ரூ. பை	செலுத்தப்பட்ட தொகை ரூ. பை	மீதித்தொகை ரூ. பை
சனவரி 2004	முன்பக்கம்	-	-	3000.00
20-02-2004	பணம் மூலம்	-	1201.00	4201.00
25-02-2004	தனக்காக	500.00	-	3701.00
15-05-2004	பணமாக	-	2000.00	5701.00
09-06-2004	பணமாக		1000.00	6701.00
25-06-2004	காசோலை 078912க்காக	1701	-	5000.00

சனவரி முதல் சூன் வரையிலும் சூலையிலிருந்து டிசம்பர் வரையிலும் என 6 மாத காலத்திற்கு 4% ஆண்டு தனி வட்டி வீதம் வட்டி கணக்கீடு செய்யப்படுகிறது. சூன் மாத இறுதியில் அவர் கணக்கில் சேர்க்கப்படும் வட்டியின் மதிப்பு யாது?

தீர்வு:

சனவரி மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 3000.00
பிப்ரவரி மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 3701.00
மார்ச் மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 3701.00
ஏப்ரல் மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 3701.00
மே மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 5701.00
சூன் மாதத்தில் குறைந்தபட்ச தொகை	=	ரூ. 5000.00
மொத்தம்	=	ரூ.24804.00

கணக்கீடு

ரூ 24804 ஒருமாத அசலாகக் கருதப்படுகிறது.

$$\text{வட்டி} = \frac{PNR}{100}$$

$$= \frac{24804 \times 1 \times 4}{100 \times 12} \qquad [1 \text{ மாதம்} = \frac{1}{12} \text{வருடம்}]$$

$=$ ரூ. 82.68

$=$ ரூ 83 (ரூபாய் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 9:

திருமதி தாமரை அவர்களின் வங்கிக் கணக்கில் 6 மாதங்கள் வரை உள்ள மிகக்குறைந்த தொகைகளின் கூடுதல் ரூ15,246.00. இத்தொகைக்கு 4.5% வீதம் தனிவட்டி கணக்கிடப்பட்டு 6 மாத முடிவில் இவர்கணக்கில் சேர்க்கப்படும் வட்டியின் மதிப்பு யாது?

தீர்வு:

மொத்தத் தொகை = ரூ.15246 (ஒரு மாத அசலாகக் கருதப்படுகிறது)

வட்டி வீதம் = 4.5%

$$\text{தனிவட்டி} = \frac{PNR}{100}$$

$$= 15246 \times \frac{1}{12} \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{100} = 57.17$$

தனிவட்டி = Rs. 57.17

தாமரை அவர்களின் கணக்கில் 6 மாதங்கள்
கழித்து சேர்க்கப்படும் வட்டி = ரூ.57 (ரூபாய் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 10:

இராணி தம்மிடமுள்ள ரூ.5000 ஐ 4.5% ஓராண்டிற்கு தனிவட்டி அளிக்கும் வங்கியில் 73 நாட்களுக்கு முதலீடு செய்கிறார். அவருக்கு கிடைக்கும் மொத்தத்தொகை யாது?

தீர்வு:

முதலீட்டுத்தொகை = ரூ.5000.00
வட்டி வீதம் = 4.5%
காலம் = 73 நாட்கள்

$$\text{வட்டி} = \frac{PNR}{100}$$

$$= \frac{5000 \times 4.5 \times 73}{100 \times 365}$$

$$= \frac{5000 \times 45 \times 73}{100 \times 10 \times 365} = 45$$

கிடைக்கப்பெற்ற வட்டி = ரூ.45

முதிர்ச்சியடைந்த மொத்தத் தொகை = P + I

= 5000 + 45 = ரூ5045

இராணிக்குக் கிடைக்கப்பெற்ற மொத்தத்தொகை = ரூ5045

எடுத்துக்காட்டு 11:

பாரத் ரூ.2000 ஐ 4% ஆண்டு வட்டிக் கொடுக்கும் ஓர் தேசியமயமாக்கப்பட்ட வங்கியில் முதலீடு செய்கிறார். ஒவ்வொரு ஆண்டும் வட்டி அசலுடன் கணக்கிடப்பட்டால் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் அவர் கணக்கில் உள்ள தொகை யாது?

தீர்வு:

அசல் = ரூ.2000

ஆண்டு வட்டி வீதம் = 4%

காலம் = 2 ஆண்டுகள் (2 தடவை வட்டி கணக்கிடப்படும்)

முதல் வருட அசல் = ரூ 2000,00

4% வீதம் வட்டி $= 2000 \times \frac{4}{100}$

= ரூ 80,00

2 வது வருட அசல் = ரூ 2080,00

4% வீதம் வட்டி $= 2080 \times \frac{4}{100}$

= ரூ 83.20

அவர் கணக்கில் சேர்க்கப்படும் மொத்தத் தொகை = ரூ. 2163. 20

எடுத்துக்காட்டு 12:

சச்சின் ரூ.10000 ஓராண்டிற்கு நிரந்தர வைப்புத்தொகையாக ஓர் வங்கியில் முதலீடு செய்கிறார். அந்த வங்கி ஆண்டு வட்டியாக 6% அரையாண்டிற்கோர் முறை கணக்கீடு செய்தால் ஆண்டு முடிவில் சச்சினுக்குக் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை யாது?

தீர்வு:

நிரந்தர வைப்புத்தொகை = ரூ.10000

காலம் = 1 ஆண்டு (2 அரையாண்டுகள்)

வட்டி வீதம் = 6%

அரையாண்டு வட்டிவீதம் = 3%

முதல் அரை வருட அசல் = ரூ 10000.00

3% வீதம் வட்டி $= 10000 \times \frac{3}{100}$

$= ரூ\ 300,00$

2 வது அரை வருட அசல் $= ரூ\ 10300.00$

3% வீதம் வட்டி $= 10300 \times \frac{3}{100}$

$= ரூ\ 309.00$

$= ரூ.\ 10609.\ 00$

சச்சின் தன்வங்கிக் கணக்கில் பெறும் மொத்தத்தொகை = ரூ.10609.

எடுத்துக்காட்டு 13:

ஒன்றரை ஆண்டு காலத்திற்கு அருண் ரூ.2000 ஐ ஓர் வங்கியில் நிரந்தர வைப்பாக முதலீடு செய்கின்றார். அந்த வங்கி 6% ஆண்டு வட்டியாக ஒவ்வொரு 6 மாதத்திற்கும் வட்டி கணக்கீடு செய்யப்படின் அவருக்கு இறுதியில் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை யாது?

தீர்வு:

முதல் ஆறு மாத அசல் $= ரூ\ 2000.00$

3% வீதம் வட்டி $= 2000 \times \frac{3}{100}$

$= ரூ\ 60,00$

2 வது ஆறு மாத அசல் $= ரூ\ 2060.00$

3% வீதம் வட்டி $= 2060 \times \frac{3}{100}$

$= ரூ\ 61.80$

3 வது ஆறு மாத அசல் $= ரூ\ 2121.80$

3% வீதம் வட்டி $= 2121.80 \times \frac{3}{100}$

$= ரூ\ 63.65$

மொத்தத்தொகை $= ரூ\ 2185.45$

விவாதிக்க

1) வங்கியியல் வரையறு

2) காசோலை என்றால் என்ன?

3) வங்கியில் நடைமுறையிலுள்ள சேமிப்புக் கணக்குகள் யாவை?

பயிற்சி 2.4

1. அட்டவணையிலிருந்து கீழ்க்கண்டகாலங்களுக்கு வட்டிவீதம் காண்க.
   (i) 30 நாளிலிருந்து ஓராண்டுக்குக் குறைவான நாட்கள்
   (ii) 2 ஆண்டிலிருந்து 3 ஆண்டுக்குள் உள்ள காலம்
   (iii) 5 ஆண்டுகள் அதற்கு மேல் உள்ள காலம்
   (iv) 11 மாதங்க்ள் வரை

2. வசந்தனின் சேமிப்பு வங்கிக் கணக்கிலிருந்து ஒருபகுதி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நாள்	விவரங்கள்	எடுக்கப்பட்ட தொகை ரூ.பை	செலுத்தப்பட்ட தொகை ரூ.பை	மீதித்தொகை ரூ.பை	ஒப்பம்
10.07.2004	பணம் மூலம்	----	1000.00	1000.00	
5.08.2004	பணம் மூலம்	---	500.00	1500.00	
25.08.2004	தனக்காக	300.00	-----	1200.00	
09.09.2004	பணம் மூலம்	----	600.00	1800.00	
07.10.2004	பணம் மூலம்	----	200.00	2000.00	
09.11.2004	காசோலைக்காக 078916	500.00	---	1500.00	
7.12.2004	பணம் மூலம்	---	700.00	2200.00	
26.12.2004	தனக்காக	300.00	----	1900.00	

31.12.04 வரை 6 மாத காலத்திற்கு 4% ஆண்டு வட்டி கணக்கிட்டால் அவர் கணக்கில் சேர்க்கப்படும் மொத்த வட்டி யாது?

3. மணி ரூ.5000 ஐ 8% தனிவட்டிக் கொடுக்கும் வங்கியில் முதலீடு செய்கிறார். பின்வரும் விவரங்களுக்கு குறிப்பிட்ட கால இறுதியில் கிடைக்கும் மொத்த தொகை யாது?
   (i) 2 ஆண்டுகள் (ஆண்டிற்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது)
   (ii) $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் ($\frac{1}{2}$ ஆண்டிற்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது)
4. எழிலின் சேமிப்பு வங்கிக்கணக்கில் 6 மாத குறைந்தபட்ச தொகைகளின் கூடுதல் ரூ.15,250.00 எனில் 6% ஆண்டு வட்டி வீதம் அவருக்கு கிடைக்கும் வட்டி யாது? (6 மாங்களுக்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது).
5. இராசா தம்மிடமுள்ள ரூ.15000 நிரந்தர வைப்புக் கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். அந்த வங்கி 4% ஆண்டு வட்டி கொடுத்தால் 73 நாட்கள் கழித்து அவருக்கு கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை யாது?
6. ஆனந்தி ரூ.4000 ஐ 5% ஆண்டு வட்டி கொடுக்கும் வங்கியில் நிரந்தர வைப்புத் தொகையாக முதலீடு செய்கிறார். வட்டி அரையாண்டிற்கு ஒருமுறை கணக்கீடு செய்யப்பட்டால் ஆண்டு முடிவில் ஆனந்தி பெறும் முதிர்ச்சித் தொகை யாது?

குறிப்பு.

நவீன வங்கியியல் செயல்பாடுகள்

1. தானியங்கி (வங்கி) காசாளர் இயந்திரம் (ATM - Automatic teller machine) இத்தகைய இயந்திரங்கள் மூலம் நம் வங்கிக் கணக்கிலிருந்து பணத்தை எந்நேரமும் எடுக்க இயலும்.
2. தற்காலத்தில் தகவல் தொடர்புகளில் அறிவியல் மாற்றங்கள் ஏற்பட்டுள்ளன, இதனை பயன்படுத்தி வங்கியியல் இணையதளம் (internet) வழியாக வங்கி செயல்பாடுகள் வேகமாக நடைபெறுகின்றன. (net banking)

செய்துபார்

1. உமது ஊரில் அல்லது ஊருக்கு அருகில் உள்ள ஒரு வங்கிக்கு செல்க. வங்கிச் செயல்பாட்டினை உற்று நோக்கிய பின்பு அதுபற்றிய ஆய்வறிக்கையினை உம் ஆசிரியரிடம் அளிக்கவும்.
2. வரவுச்சீட்டு (Pay-in-slip) காசோலை (Cheque) போன்ற படிவங்களின் மாதிரிகளை கொணர்ந்து உம் ஆசிரியரின் உதவியுடன் பூர்த்திச் செய்யக் கற்றுக்கொள்.

2.2.2 கூட்டு வட்டி

2.2.2 (அ) தனிவட்டிக்கும் கூட்டு வட்டிக்குமிடையே உள்ள வேறுபாடுகள்:

தனிவட்டி:

அசலுக்கான வட்டி முழுக்காலத்திற்கும் அசலுடன் சேர்க்கப்படாமல் தனியாகக் கணக்கிடப்படின் அது தனிவட்டி எனப்படும்.

தனிவட்டி (Simple interest) = $\left(\dfrac{pnr}{100}\right)$

கூட்டுவட்டி:

ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட காலக்கட்டத்தில் அசலுடன் வட்டி கணக்கிடப்பட்டு அத்தொகை வரும் காலங்களில் அசலாகக் கருதப்படின் அத்தகைய வட்டி கூட்டுவட்டி எனப்படும். தனிவட்டியை விட கூட்டுவட்டியினால் கிடைக்கும் தொகை சற்று அதிகமாகும்.

அசல் = P, காலம் = n , வட்டிவீதம் = r எனக்கொண்டால்

$$\boxed{\text{கூட்டுத்தொகை } \mathbf{A = p}\left(1+\frac{r}{100}\right)^n}$$

எனவே இதனை விதியாகக் கொண்டால் கூட்டு வட்டி = A - P

எடுத்துக்காட்டாக

அசல் ரூ.1000. வட்டிவீதம் 6%, ஆண்டு = 1 எனக்கொண்டால்

முதலாமாண்டு தனிவட்டி $I = \left(\dfrac{pnr}{100}\right)$

$$= \frac{1000 \times 1 \times 6}{100} = 60$$

முதலாம் ஆண்டு வட்டி = ரூ.60

இரண்டாம் ஆண்டு அசல் = முதலாமாண்டு அசல் + முதலாம் ஆண்டு வட்டி
= 1000 + 60

இரண்டாம் ஆண்டு அசல் = ரூ.1060

கூட்டுவட்டி = மொத்தத் தொகை - அசல்

$$= p \times \left(1+\frac{r}{100}\right)^n - p$$

எடுத்துக்காட்டு 14:

ரூபாய் 2000க்கு 4% கூட்டு வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டி காண்க.

தீர்வு:
நேர்வழி

	அசல் வட்டி ரூ.பை	கணக்கிடுதல்
முதலாமாண்டு அசல்	2000.00	$i = \frac{r}{100}$
4% வீதம் வட்டி	80.00	$2000 \times \frac{4}{100} = 80$
முதலாண்டு முடிவில் மொத்தத் தொகை	2080.00	
இரண்டாமாண்டு அசல்	2080.00	$2080 \times \frac{4}{100} = 83.20$
4% வீதம் வட்டி	83.20	
முதலாண்டு முடிவில் மொத்தத் தொகை	ரூ 2163.20	

மொத்தத்தொகை = ரூ.2163.20
அசல் = ரு.2000.00
கூட்டுவட்டி = மொத்தத்தொகை - அசல்
= 2163.20 - 2000
= ரூ.163.20

விதியைப்பயன்படுத்தி கூட்டுவட்டி காணல்.
P = ரூ.2000 n = 2 ஆண்டுகள். r = 4%

$$A = p \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$= 2000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$$

$$= 2000 \times \left(\frac{104}{100}\right)^2$$

$$= 2000 \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100}$$

இரண்டாமாண்டு முடிவில் கிடைக்கம் மொத்தத்தொகை = ரூ.2163.20
கூட்டு வட்டி = 2163.20 - 2000
= ரூ.163.20

எடுத்துக்காட்டு 15:
இரண்டு ஆண்டுகளில் 4% கூட்டு வட்டி மூலம் ரூ.81.60 கூட்டுவட்டி தரும் அசலை நேர்வழி மூலம் காண்.

தீர்வு:

அசல் ரூ.100 எனக் கொள்க காலம் = 2 ஆண்டுகள்.

முதலாமாண்டு வட்டி

வட்டி வீதம் = 4%

வட்டி $= 100 \times \frac{4}{100} = 4$

= ரூ. 4

$\therefore$ இரண்டாமாண்டு அசல் = ரூ. 100 + 4

= ரூ. 104

வட்டி வீதம் = 4%

வட்டி = $104 \times \frac{4}{100}$

= ரூ. 4.16

மொத்தத்தொகை = 104.00 + 4.16 = 108.16

= ரூ. 108.16

கூட்டுவட்டி = 108.16 − 100

= ரூ. 8.16

ரூ.8.16 கூட்டு வட்டியெனில் அசல் ரூ.100 ஆகும்.

81.60 கூட்டுவட்டியெனில் அசல் = ?

$$= \frac{81.60}{8.16} \times 100$$

$$= \frac{8160}{816} \times 100$$

$\therefore$ தேவையான அசல் = ரூ. 1000

எடுத்துக்காட்டு 16:

இரண்டாண்டுகளில் 5% கூட்டு வட்டி வீதம் ரூ.410 வட்டியளிக்கும் அசலினை விதியைப் பயன்படுத்திக் காண்.

தீர்வு:

அசல் ரூ p எனக்கொள்க

இரண்டாண்டுகளில் கிடைக்கப்பெறும் மொத்தத்தொகை

$$A = p \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n ,$$

$$410 = p \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 - p$$

$$= p \times \left(\frac{105}{100}\right)^2 - p$$

$$= p \times \left(\frac{21}{20}\right)^2 - p$$

$$= p \times \left(\frac{441}{400} - 1\right)$$

$$= p \times \frac{41}{400}$$

$$\therefore \quad p = \left(\frac{410 \times 400}{41}\right)$$

$$= 4000$$

$\therefore$ தேவையான அசல் = ரூ. 4000

எடுத்துக்காட்டு 17:

ஆண்டிற்கு 4% கூட்டுவட்டியளிக்கும் தேசிய வங்கியொன்றில் மாறன் ரூ.5000 ஐ ஒன்றரை ஆண்டுக்கு முதலீடு செய்கிறார் வட்டி 6 மாதங்களுக்கொரு முறை கணக்கிடப்பட்டால் அவருக்குக் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை யாது?

தீர்வு:

அசல் p = ரூ..5000, காலம். $n = 1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள், வட்டி வீதம் $r = 4\%$, அரைஆண்டு வட்டி வீதம் = 2%,

$$A = p \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n ,$$

$$= 5000 \times \left(1 + \frac{1}{50}\right)^3$$

$$= 5000 \times \left(\frac{51}{50}\right)^3$$

$$= 5000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50}$$

$$= 5306.04$$

$\therefore$ கூட்டு வட்டி $= A - p$

$= 5306.04 - 5000 = 306.04$

$\therefore$ கூட்டு வட்டி (CI) = ரூ.. 306.04

எடுத்துக்காட்டு 18:

மலர் ரூ.3000 ஐ 3 மாதங்களுக்கு ஆண்டுக்கு 12% கூட்டுவட்டி தரும் ஒரு தேசிய வங்கியில் முதலீடு செய்கின்றார். ஆனால் ஒரு தனியார் நிறுவனம் 12% தனிவட்டி வைப்புத்தொகைக்கு அளிக்கிறது. தன்யார் நிதி நிறுவனத்தைக்காட்டிலும் தேசிய வங்கியில் மலருக்குக் கிடைக்கும் லாபம் எவ்வளவு? (தேசிய வங்கியில் ஒவ்வொரு மாதமும் வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது)

தீர்வு:

வைப்புத்தொகை = ரூ.3000, காலம் , n = 3 மாதங்கள் , வட்டி வீதம் r = 12%

தனிவட்டி $= pni , i = \frac{r}{100}$

$= 3000 \times \frac{3}{12} \times \frac{12}{100} = 90$

தனிவட்டி = ரூ 90

கூட்டுத்தொகை A $= p \times \left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$= 3000 \times \left(1+\frac{1}{12}\times\frac{12}{100}\right)^3$

$= 3000 \times \left(1+\frac{1}{100}\right)^3$

$= 3000 \times \left(\frac{101}{100}\right)^3$

மலர் பெறும் கூட்டுத்தொகை $= 3000 \times \frac{101}{100} \times \frac{101}{100} \times \frac{101}{100} = 3090.90$

= ரூ 3090.90

$= 90.90 - 90 = 0.90$

மலருக்குக் கிடைக்கும் இலாபம் = ரூ 0.90.

பயிற்சி 2.5

1. கீழ்க்கண்ட கணக்குகளுக்கு கூட்டு வட்டி காண்
   (i) ரூ.5000 க்கு 6% வீதம் 2 ஆண்டுகள்
   (ii) ரூ.8000 க்கு 8% வீதம் 3 ஆண்டுகள்
   (iii) ரூ.2000 க்கு 5% வீதம் 2 ஆண்டுகள்
   (iv) ரூ.6000 க்கு 10% வீதம் 3 ஆண்டுகள்
2. கீழ்க்கண்ட கணக்குகளுக்குக் கூட்டுவட்டி மற்றும் மொத்ததொகைகளைக் காண்.
   (i) ரூ.4000 க்கு 5% வீதம் 2 ஆண்டுகள்
   (ii) ரூ.2600 க்கு 4% வீதம் 2 ஆண்டுகள்
   (iii) ரூ.1000 க்கு 10% வீதம் 3 ஆண்டுகள்
   (iv) ரூ.10000 க்கு 4.5% வீதம் 3 ஆண்டுகள்
3. ரூ.4500 க்கு 6% வீதம், 3 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டுவட்டி காண்க.
4. கீழ்க்கண்ட கணக்குகளுக்கு அரைஆண்டிற்கொருமுறை வட்டி கணக்கிடப்பட்டால் கூட்டு வட்டி மற்றும் மொத்தத் தொகை யாது?
   (i) ரூ.2000 க்கு 8% வீதம் 1 ஆண்டு
   (ii) ரூ.5000 க்கு 6% வீதம் 1 ஆண்டு

5. ஓர் அசல் தனிவட்டி மூலம் 2 ஆண்டுகளுக்கு 4% வீதம் ரூ.160 வட்டியாகத் தருகிறது. அதே தொகைக்கு 5% வீதம் கூட்டுவட்டியால் 2 ஆண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியாது?
6. ஓர் அசலுக்கு 3 ஆண்டுகளுக்கு 6% தனிவட்டி மூலம் ரூ.540 வட்டியாகக் கிடைக்கிறது. அதே அசலுக்கு 5% கூட்டுவட்டி வீதம் 3 ஆண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியாது?
7. இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு 6% கூட்டுவட்டி வீதம் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டி ரூ.309 எனில் அசலின் மதிப்பு யாது?
8. இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு 4% கூட்டு வட்டிவீதம் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டி ரூ.1632 எனில் அசலின் மதிப்பு யாது?
9. மூன்று ஆண்டுகளுக்கு 5% கூட்டுவட்டி வீதம் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டி ரூ1261 எனில் அசலின் மதிப்பு யாது?

2.2.2 கூட்டுவட்டிக்கும் தனி வட்டிக்குமிடையே உள்ள வேறுபாடுகள்.

இரண்டாண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்குமிடையே உள்ள வித்தியாசத்தினை விதி மூலம் காணல்.

அசல் = ரூ p காலம் = 2 ஆண்டுகள் வட்டிவீதம் = i

2 ஆண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும்

கூட்டுவட்டிக்குமிடையே உள்ள வேறுபாடு. $\mathbf{d = P(i)^2}$

எடுத்துக்காட்டு 19:

ரூபாய் 5000 க்கு 6% ஆண்டு வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்குமிடையே உள்ள வேறுபாட்டினைக் காண்.

தீர்வு:

2 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்குமிடையே

உள்ள வேறுபாடு $= p\,(i)^2$

$$d = 5000 \times \left(\frac{6}{100}\right)^2$$

$$d = 5000 \times 0.06 \times 0.06$$

$$= \text{ரூ}.18$$

வித்தியாசம் = ரூ.18

எடுத்துக்காட்டு 20:

ஓர் அசலிற்குக் கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்குமிடையே 4% ஆண்டு வட்டிவீதம் உள்ள வேறுபாடு ரூ.4.80 எனில் அந்த அசலினைக் காண்

தீர்வு:

அசல் ரூ. P வட்டிவீதம் = 4%, வித்தியாசம் ரூ.4.80

$$4.80 = p \times \left(\frac{4}{100}\right)^2$$

$$= p \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100}$$

$$\therefore p = \left(\frac{4.8 \times 100 \times 100}{4 \times 4}\right)$$

$\therefore$ அசல் (P) = ரூ. 3000

எடுத்துக்காட்டு 21:

ஓர் அசலிற்குத் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்குமிடையே இரண்டாண்டிற்கு 5% வட்டி வீதம் உள்ள வேறுபாடு ரூ. 5 எனில் அந்த அசலினைக் காண்.

தீர்வு:

அசல் = ரூ P, வட்டிவீதம் = 5% , வித்தியாசம் = ரூ.5

$$d = p\,(i)^2$$

$$5 = p\left(\frac{5}{100}\right)^2$$

$$5 = p \times 0.05 \times 0.05$$

$$p = \frac{5}{0.05 \times 0.05} = 2000$$

$\therefore$ அசல் p = ரூ. 2000.

பயிற்சி 2.6

1) கீழ்க்கண்ட கணக்குகளுக்குத் தனிவட்டிக்கும் கூட்டு வட்டிக்குமிடையே இரண்டாண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் வித்தியாசத்தைக்காண்.
   (i) அசல் ரூ.5000 வட்டி வீதம் 4%
   (ii) அசல் ரூ.2000 வட்டி வீதம் 8%
   (iii) அசல் ரூ.3000 வட்டி வீதம் 4%
   (iv) அசல் ரூ.6000 வட்டி வீதம் 10%
2) இரண்டாண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்குமிடையே வட்டி வீதம் 5% , வேறுபாடு ரூ.7.50 எனில் அசலினைக் காண்க.
3) கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் 6% வீதம் இரண்டாண்டுக்குக் வேறுபாடு ரூ.18 எனில் அசலினைக் காண்க.

2.2.2. (c) உயர்வு மற்றும் வீழ்ச்சி (Appreciation and Depreciation)

மக்கள் தொகை உயர்வு, வாகனங்களின் மதிப்பீடு போன்ற பழைய பொருட்களின் விலை நிர்ணயத்தினை கீழே குறிப்பிட்ட விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

மக்கள் தொகை வளர்ச்சி (அ) விலையேற்றம் $A = p \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

வீழ்ச்சி $D = p \times \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

எடுத்துக்காட்டு 22:

ஒரு கிராமத்தின் மக்கள் தொகை 20000. **மக்கள் தொகை வளர்ச்சி** வீதம் ஆண்டுக்கு 5% எனில் இரண்டாமாண்டு முடிவில் அந்த **கிராமத்தின் மக்கள்** தொகை எவ்வளவாக இருக்கும்.

தீர்வு:

வளர்ச்சி வீதம் $= 5\%$ ஆண்டுகள் $= 2$

இரண்டாமாண்டு முடிவில் மக்கள் **தொகை** $\mathbf{A} = \mathrm{p} \times \left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$= 20000 \times \left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 20000 \times \left(\frac{105}{100}\right)^2 \times$$

$$= 20000 \times 1.05 \times 1.05 = 22050$$

இரண்டாமாண்டு முடிவில் மக்கள் **தொகை** $= 22050$

எடுத்துக்காட்டு 23:

ஒரு கணினியின் விலை ஆண்டுக்கு 4% **வீதம் குறைகிறது.** இதனுடைய தற்போதைய விலை ரூ.24000 எனில் 3 ஆண்டுகள் **முடிவில் கணினியின்** விலை என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு:

தற்போதைய விலை = ரூ.24000

ஆண்டுகள் = 3

வட்டி வீதம் = 4%

கணினியின் விலை மூன்று ஆண்டுகள் கழித்து $= \mathrm{p} \times \left(1-\frac{r}{100}\right)^n$

$$= 24000 \times \left(1-\frac{4}{100}\right)^3$$

$$= 24000 \times \left(\frac{96}{100}\right)^3$$

$$= 24000 \times 0.96 \times 0.96 \times 0.96$$

$$= 21233.66$$

கணினியின் விலை மூன்று ஆண்டுகள் **கழித்து ரூ. 21234** (ரூபாய் திருத்தமாக)

பயிற்சி 2.7

1. ஒரு கிராமத்தின் மக்கள் தொகை 10000. **ஒவ்வொரு** ஆண்டும் 3% வீதம் மக்கள் தொகை உயருகிறது. இரண்டாண்டுகள் **கழித்து** கிராமத்தின் மக்கள் தொகை எவ்வளவாக இருக்கும்?

2. ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை 200000. ஒவ்வொரு ஆண்டும் 5% வீதம் மக்கள் தொகை உயருகிறது. மூன்றாண்டுகள் கழித்து அந்த நகரத்தின் மக்கள் தொகை எவ்வளவாக இருக்கும்?
3. ஒரு பள்ளியின் மாணவ, மாணவியரின் மொத்த எண்ணிக்கை 2000. ஒவ்வொரு ஆண்டும் 5% வீதம் எண்ணிக்கை உயர்ந்திடின் 2 ஆண்டுகள் கழித்து பள்ளியின் மாணவ மாணவியரின் எண்ணிக்கை எவ்வளவாக இருக்கும்?
4. ஓர் இருசக்கர மோட்டார் சைக்கிள் ரூ.44000 க்கு வாங்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு ஆண்டும் விலை 5% வீதம் குறைந்தால் 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வண்டியின் விலை யாது?
5. ரூ.50000 மதிப்புள்ள ஓர் இயந்திரத்தின் விலை 10% வீதம் ஒவ்வொரு ஆண்டும் குறைகிறது. 3 ஆண்டுகளுக்குப்பிறகு வண்டியின் விலை யாது?

2.3 குடும்ப நிதி நிலை (Domestic finance)

பொதுநிதித்திட்டம்:

வரவு மற்றும் செலவு பற்றிய முன்னோடித்திட்டமே பொது நிதித்திட்டம் எனப்படும். இந்த பொது நிதித்திட்டத்தினை கீழ்க்கண்ட பிரிவுகள் செயல்படுத்துகின்றன.

1. மத்திய அரசாங்கம்
2. மாநில அரசாங்கம்
3. உள்ளாட்சிகள் மற்றும் பொது நிறுவனங்கள்

குடும்பநிதித்திட்டம்.

ஒரு குடும்பத்தின் வரவு மற்றும் செலவு பற்றிய முன்னோடித் திட்டமே குடும்ப நிதித்திட்டமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 24:

மாலாவின் குடும்ப மாத வருமானம் ரூ.6000 எனில் கீழ்க்கண்டவற்றின் சதவீதத்தினைக் காண்

வாடகைக்காக செலவிடப்படும் தொகை = ரூ.1000
கல்விக்காக ஒதுக்கப்பட்ட தொகை = ரூ.500
உணவு மற்றும் சில்லரைச் செலவுகள் = ரூ.1500

தீர்வு

(i) மாலாவின் குடும்ப மாத வருமானம் = ரூ.6000
வாடகைக்காக செலவிடப்படும் தொகை = ரூ.1000

$$\text{வாடகை சதவீதம்} = \frac{1000}{6000} \times 100 = 16.6$$
$$= 16.6\%$$
$$\therefore \text{ வாடகை சதவீதம்} = 16.6\ \%$$

ii. கல்விக்காக மாதம் செலவிடப்படும் தொகை = ரூ 500

$$\therefore \text{ கல்வியின் சதவீதம்} = \frac{500}{6000} \times 100 = 8.3$$
$$= 8.33\ \%$$
$$\therefore \text{ கல்வியின் சதவீதம்} = 8.33\ \%$$

iii உணவு மற்றும் சில்லரைச் செலவினங்கள் = ரூ 1500

$\therefore$ உணவிற்கான சதவீதம் $= \frac{1500}{6000} \times 100 = 25$

$= 25\ \%$

$\therefore$ உணவிற்கான சதவீதம் 25 %

எடுத்துக்காட்டு 25:

போஸ் அவர்களின் குடும்ப மாத வரவு/செலவு பற்றிய விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

போஸ் குடும்ப மாத வரவு செலவு அட்டவணை

தேதி	விபரம்	வரவு	செலவு
1-6-04	சம்பளம்	6000	
3-6-04	மளிகை	-	1500
4-6-04	வாடகை	-	700
5-6-04	பள்ளிக்கட்டணம்/புத்தகம்	-	400
9-6-04	சீருடை	-	500
10-6-04	நிலத்திலிருந்து வருமானம்	2000	-
10-6-04	நிரந்தரவைப்புத் தொகையின் மூலம் கிடைத்த வட்டி	500	-
12-6-04	எல்.ஐ.சி	-	200
13-6-04	தொடர்வைப்பு முதல்	-	250
15-6-04	காய்கறிகள்	-	500
20-6-04	வீட்டுகடன் தவணைத்தொகை	-	1500
25-6-04	போக்குவரத்து	-	500
27-6-04	உரங்கள்	-	450
30-6-04	ஏணைய செலவினங்கள்	-	1000
30-6-04	சேமிப்பு	-	1000
	மொத்தம்	8500	8500

1. போஸின் மொத்த மாத வருவாய் எவ்வளவு?
2. கல்விக்காக செலவிடப்படும் தொகைய யாது?
3. சேமிப்பிற்காக தொகை ஒதுக்கப்பட்டுள்ளதா? ஆம் எனில் சேமிப்பின் மதிப்பு யாது?
4. நிலத்திலிருந்து போஸிற்குக் கிடைக்கும் வருமானம் யாது?
5. மொத்த செலவின் மதிப்பு யாது?
6. போஸ் குடும்பத்தின் மாத வரவு/செலவு திட்டம் உபரி நிதித்திட்டமா அல்லது பற்றாக்குறை நிதித்திட்டமா?

தீர்வு:

1) மொத்த வருமானம்

6000 + 2000 + 500 = ரூ.8500

2) கல்விக்காக செலவிடப்படும் **தொகை**

400 + 500 = ரூ.900

3) ஆடம், சேமிப்புத் தொகை

200 + 250 + 1000 = ரூ.1450

4) நிலத்திலிருந்து கிடைக்கும் வருமானம் = ரூ.2000

5) மொத்த செலவுத்தொகை = ரூ.8500 - 1450

= ரூ.7050

6) இது ஒரு உபரி நிதித்திட்டம்

ஏனெனில் சேமிப்பு = **ரூ.1450 உள்ளது.**

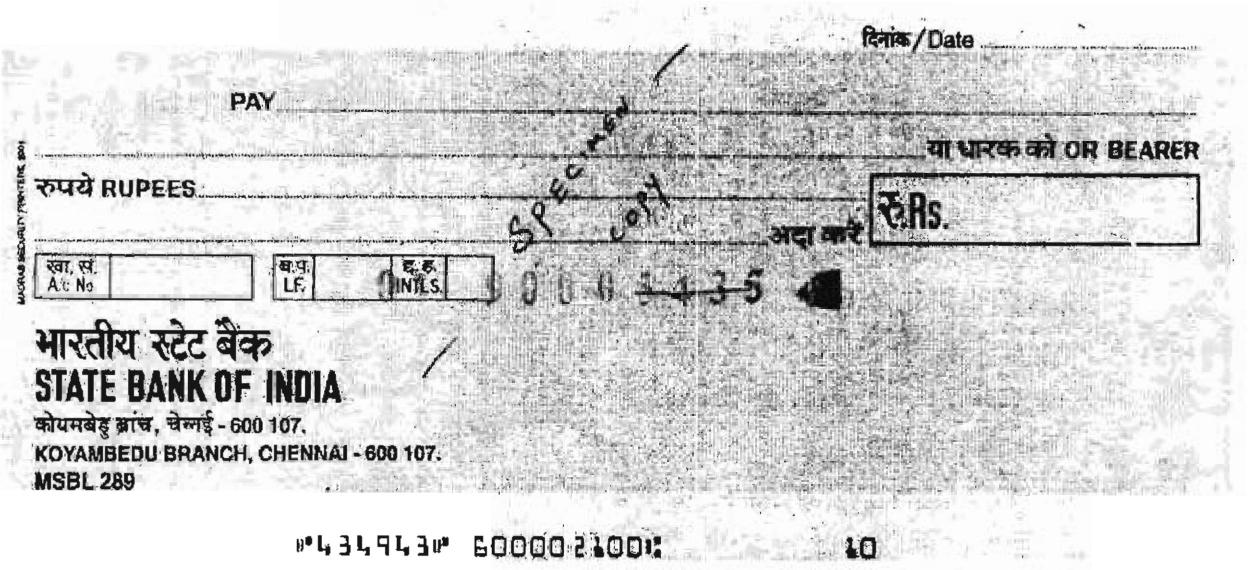
செய்து பார்:

உமது பெற்றோரின் **உதவியுடன்** உமது குடும்ப மாத வரவு . செலவுத் திட்டத்தினை அட்டவணைப்படுத்துக.

பயிற்சி 2.8

1. வெற்றியின் மாத **வருமானம் ரூ. 8000** எனில் கீழ்க்கண்டவைகளின் சதவீதத்தினை காண்
   1) வாடகை = ரூ.2000 2) கல்வி = ரூ.1000
   3) சேமிப்பு = ரூ.1600 4) உணவு = ரூ.3000
2. கயல்விழி குடும்பத்தின் **மாத வருமானம்** ரூ.1000 எனில் கீழ்க்கண்ட செலவினங்களின் மதிப்பைக் காண்
   1) கல்வி = 25% 2) மருத்துவசெலவு = 10%
   3) உணவு = 30% 4) பொழுது போக்கு = 5%
3. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை **பயன்படுத்தி** உபரி மற்றும் பற்றாக்குறை வரவு / செலவு நிதித் திட்டத்தினை **நிறைவு செய்க.**

தேதி	விபரம்	வரவு	செலவு
1.7.04	ஊதியம்	6000	-
	வாடகை	-	
	கல்வி	-	
	மற்றவகைகளில் வருமானம்		-
	சுற்றுலாச் செலவு	-	



दिनांक / Date

PAY

या धारक को OR BEARER

रुपये RUPEES

रु.Rs.

अदा करें

खा. सं. A/c No

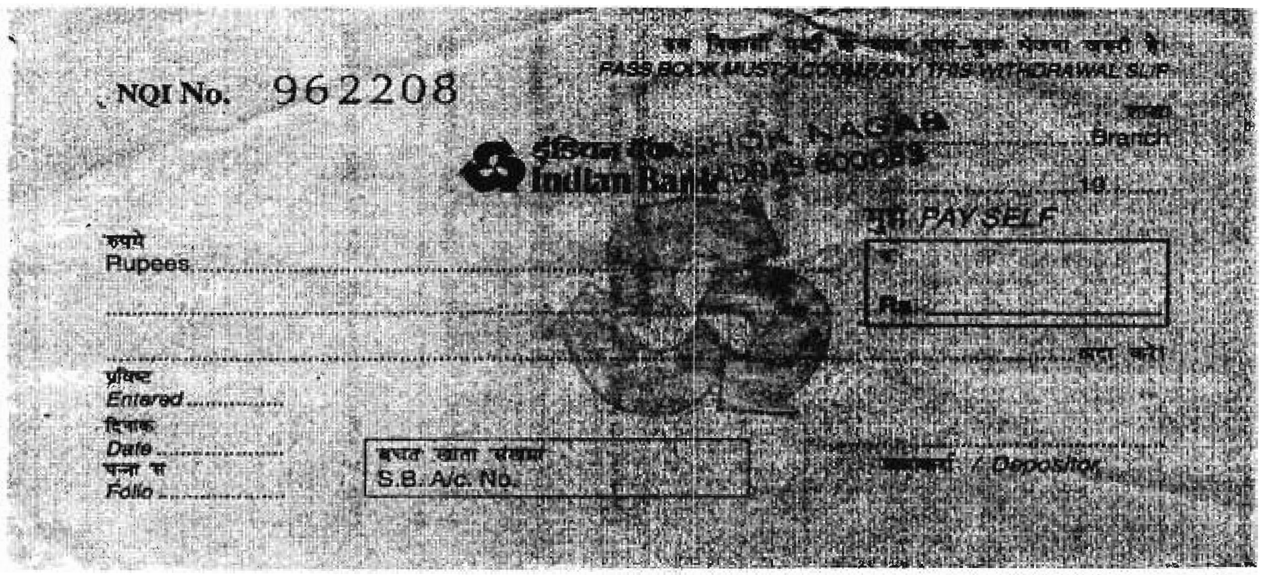
खा.पृ. LF.

ह.अ. INTLS.

SPECIMEN COPY

भारतीय स्टेट बैंक
STATE BANK OF INDIA
कोयमबेडु ब्रांच, चेन्नई - 600 107.
KOYAMBEDU BRANCH, CHENNAI - 600 107.
MSBL 289

⑈434943⑈ 600002100⑆ 10



PASS BOOK MUST ACCOMPANY THIS WITHDRAWAL SLIP

NQI No. 962208

इंडियन बैंक
Indian Bank

Branch

19

PAY SELF

रुपये
Rupees

Rs.

अदा करें

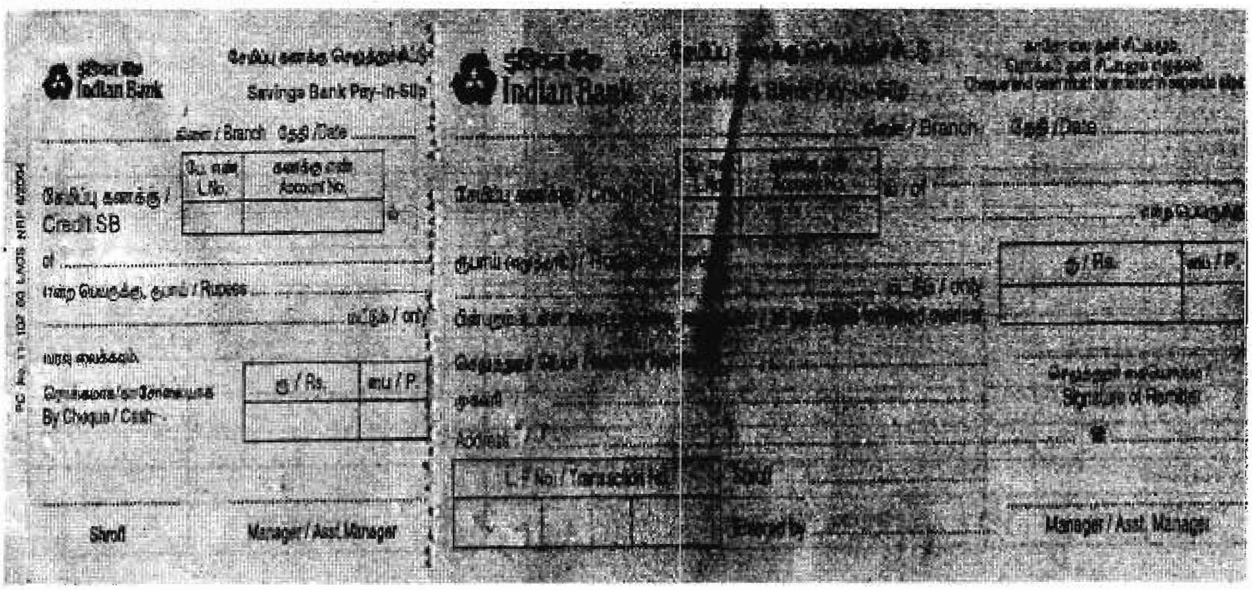
प्रविष्ट
Entered

दिनांक
Date

पन्ना सं
Folio

बचत खाता संख्या
S.B. A/c. No.

/ Depositor



इंडियन बैंक
Indian Bank

Savings Bank Pay-in-Slip

/ Branch / Date

L.F. No.

Account No.

Credit SB

of

Rupees

only

By Cheque / Cash

ரூ / Rs.

பை / P.

Shroff

Manager / Asst. Manager

Signature of Remitter

Address

L.F. No / Transaction No.

Entered by

நினைவிற்கொள்க

1. ***E.M.I.*** = *சமன் செய்யப்பட்ட மாதத் தவணை*
2. ***E.M.I.*** = $\dfrac{\text{கடன் தொகை + வட்டி}}{\text{மொத்த மாதங்கள்}}$
3. *தனிவட்டி* = $\dfrac{PNR}{100}$
4. *கூட்டுவட்டி*   *அ) கூட்டுத்தொகை* $= p\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^{n}$

   ஆ) கூட்டுவட்டி $= p\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^{n} - P$
5. 2 *ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கம் உள்ள வேறுபாடு* $d = p(i)^2$
6. *வளர்ச்சி (அ) ஏற்ற அளவு* $= A = p \times \left(1+\dfrac{r}{100}\right)^{n}$
7. *வீழ்ச்சி (அல்லது) குறையளவு* $= A = p \times \left(1-\dfrac{r}{100}\right)^{n}$
8. ***A.T.M.*** = *தானியங்கி காசாளர் இயந்திரம்.*

3. அளவைகள்

நாம் முன் வகுப்புகளில் முக்கோணங்கள், சதுரம், செவ்வகம் மற்றும் வட்டங்களின் பரப்பளவுகளும் சுற்றளவுகளும் காணும் முறைகளைக் கற்றறிந்தோம். இவ்வகுப்பில் வட்ட கோணப்பகுதிகள், முப்பரிமாண வடிவங்கள் வரைதல் மற்றும் நேர்ப்பட்டகம், உருளை, கூம்பு, கோளம் மற்றும் அரைக்கோளம் போன்ற உருவங்களின் புறப்பரப்பும், கன அளவும் காணும் முறை பற்றி அறிவோம்.

3.1 வட்ட கோணப் பகுதிகள்
3.2 முப்பரிமாண படங்களை (**3D**) வரைதல்
3.3 நேர்ப்பட்டகம். உருளை, கூம்பு, கோளம், அரைக்கோளம், இவற்றின் புறப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணுதல்.

3.1 வட்ட கோணப் பகுதிகள்:

வட்டத்தின் சுற்றளவு, பரப்பளவு காணும் முறையினை இதற்கு முன் வகுப்பில் கற்றறிந்தோம். மேலும் அரைவட்டம், கால் வட்டம் போன்றவற்றின் சுற்றளவு, பரப்பளவு காணும் முறையினையும் அறிந்தோம். இப்பாடப்பகுதியில் இதன் தொடர்ச்சியாக வட்டவில்லின் நீளம், மற்றும் வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவும், பரப்பளவும் காணும் முறையினை அறிவோம்.

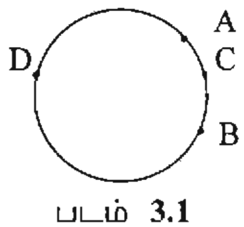
3.1.1 மீள்பார்வை
3.1.2 வட்ட கோணப்பகுதியின் வட்டவில்லின் நீளம் காணுதல்
3.1.3 வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு காணுதல்
3.1.4 வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு காணுதல்.

3.1.1 மீள்பார்வை:

வில்:

ஒரு வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதியே வில் எனப்படும்

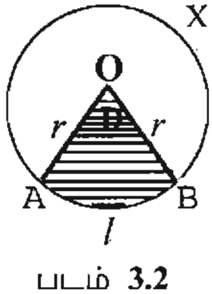
படம் **3.1** இல் ACB என்பது சிறுவில்.
வில் ADB என்பது பெருவில்.



படம் **3.1**

வட்டகோணப்பகுதி:

வட்டத்தின் இரு ஆரங்களாலும் இவற்றால் வெட்டப்படும் வில்லினாலும் அடைபடும் பகுதி (பரப்பு) வட்ட கோணப் பகுதியாகும்.
எனவே ஒரு வட்டத்தின் வட்ட வில்லாலும், இவற்றின் இரு முனைகளை இணைக்கும் இரு ஆரங்களாலும் அடைபடும் பகுதியே வட்டகோணப் பகுதியாகும்.

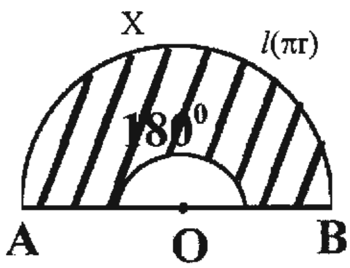


படம் **3.2**

படம் 3.2 இல் OAB என்பது ஒரு வட்டகோணப் பகுதியாகும். $\angle AOB$ என்பது **வட்டகோணமாகும்.** வட்ட கோணமானது பொதுவாக D எனக்குறிப்பிடப்படும். OA, OB வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரங்களாகும். AXB என்பது வட்ட வில் ஆகும். வட்ட வில் வழக்கமாக l எனக்குறிப்பிடப்படும்.

வட்டம்:

1. வட்டத்தின் பரப்பளவு $A = \pi r^2$ சதுர அலகுகள்
2. வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r$ அலகுகள்.

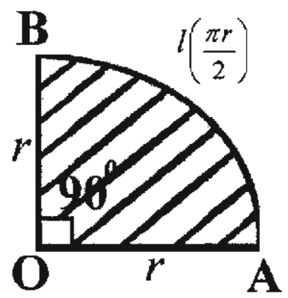


படம் 3.3

அரைவட்டம்:

அரைவட்டமானது, 180° வட்ட கோணமுள்ள வட்ட கோணப்பகுதியாகும்.

1. அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $A = \dfrac{\pi r^2}{2}$ ச.அலகுகள்
2. அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $P = (\pi + 2)\,r$ அலகுகள்.



படம் 3.4

கால்வட்டம்:

கால்வட்டமானது 90° வட்ட கோணமுள்ள வட்ட கோணப்பகுதியாகும்.

1. கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு $A = \dfrac{\pi r^2}{4}$ சதுர அலகுகள்
2. கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு , $P = \left(\dfrac{\pi}{2} + 2\right) r$ அலகுகள்.

குறிப்பு**:** 360° வட்ட கோணம் கொண்ட வட்ட கோணப்பகுதி ஒரு வட்டமாகும்.

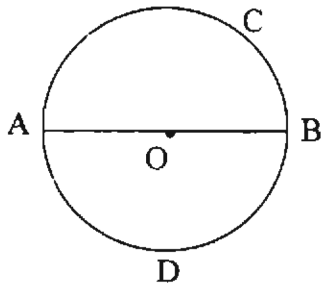
மீள்பார்வைப் பயிற்சி

1. பின்வரும் ஆர அளவுகள் கொண்ட வட்டங்களின் பரப்பளவையும் சுற்றளவையும் கணக்கிடுக
   (i) 7செ.மீ (ii) 3.5 செ.மீ (iii) 10.5 செ.மீ
2. பின்வரும் ஆர அளவுகள் கொண்ட அரைவட்டங்களின் பரப்பளவையும், சுற்றளவையும் கணக்கிடுக.
   (i) 14 செ.மீ (ii) 21 டெசி.மீ (iii) 17.5செ.மீ
3. பின்வரும் ஆர அளவுகள் கொண்ட கால்வட்டங்களின் பரப்பளவையும், சுற்றளவையும் கணக்கிடுக.
   (i) 42 மி.மீ (ii) 5.6 செ.மீ (iii) 7.மீ
4. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 88 செ.மீ. இதன் பரப்பளவு காண்க.
5. ஒரு அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு 77 செ.மீ^{2}. இதன் ஆரம் மற்றும் சுற்றளவு காண்க.

3.1.2 ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம்:

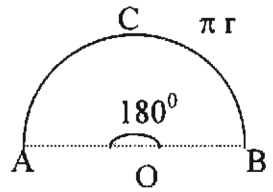
ஒரு வட்டத்தின் மையம் O என்க. இதன் ஆரம் r அலகுகள் என்க. இதன் வட்ட கோணம் 360° என்பதும், சுற்றளவு $2\pi r$ என்பதும் நமக்குத் தெரிந்ததே (படம் 3.5).

இப்பொழுது இதன் விட்டம் AOB வழியாக வட்டத்தை வெட்டினால், நமக்கு இரண்டு அரைவட்டப்பகுதிகள் கிடைக்கும்.



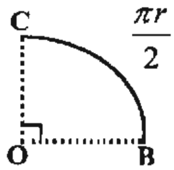
படம்3.5

இதில் ACB என்ற அரை வட்டத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம். (படம் 3.6) இப்பொழுது இதன் வட்ட கோணம் 180° ஆகும். மேலும் ACB என்ற வட்ட வில்லின் நீளம் πr அலகுகள் ஆகும்.
மேலும் இந்த அரைவட்டப்பகுதியினை இரு கால் வட்டப் பகுதிகளாக வெட்டவும்.
இதில் BOC (படம் 3.7) என்ற கால்வட்டத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம்.
இதன் வட்ட கோணம் 90° ஆகும்.
மேலும் BC என்ற வட்டவில்லின் நீளம் $\frac{\pi r}{2}$ அலகுகள் ஆகும்.



படம் 3.6

மேற்கண்ட வட்ட வில்லின் நீளங்களையும். வட்டகோணங்களையும் ஒப்பிட்டு நோக்கும் பொழுது நமக்கு பின்வரும் விவரங்கள் கிடைக்கின்றன.



படம் 3.7

படம்	வட்டகோணம்	வட்டவில்லின் நீளம்
வட்டம்	360°	$2\pi r$ அலகுகள்
அரைவட்டம்	180°	πr அலகுகள்
கால்வட்டம்	90°	$\frac{\pi r}{2}$ அலகுகள்

மேற்காண் அட்டவணையிலிருந்து ஒருவட்ட கோணப் பகுதியின்வட்டகோணம் 360° எனில், இதன் வட்டவில்லின் நீளம் $2\pi r$ அலகுகள் என அறியலாம். இதேபோன்று வட்டகோணம் 180° எனில் இதன் வட்டவில்லின் நீளம்.

$\frac{180}{360} \times 2\pi r = \pi r$ அலகுகள் எனவும்

வட்டகோணம் 90° எனில், இதன் வட்ட வில்லின் நீளம்

$\frac{90}{360} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$ அலகுகள் எனவும்

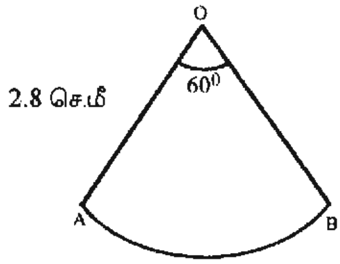
அறிய முடிகிறது. எனவே இதன் மூலம் பொதுவாக ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் வட்ட கோணம் D° எனில். இதன் வட்ட வில்லின் நீளம் $\frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

எனவே

> D° வட்ட கோணமும் r அலகுகள் ஆரமும் உடைய வட்ட கோணப்பகுதியின் வட்டவில்லின் நீளம்,
> $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:
ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரம் 2.8 செ.மீ. இதன் வட்டகோணம் 60° எனில் வில்லின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:
இங்கு, $r = 2.8$ செ.மீ
$D = 60^\circ$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



படம் **3.8**

எனவே வில்லின் நீளம், $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 = 2.93333$$

$\therefore$ வில்லின் நீளம், $l = 2.93$ செ.மீ (இரு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு. 2:
வில்லின் நீளம் 66 செ.மீ . வட்டகோணம் 45° கொண்ட வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரம் என்ன?

தீர்வு:
$l = 66$ செ.மீ, $D = 45^\circ$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

வில்லின் நீளம் $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள் என்பது நமக்குத் தெரியும்

எனவே $\frac{D}{360} \times 2\pi r = l$ என எழுதலாம்

$$\frac{D}{360} \times 2\pi r = 66$$

$$\frac{45}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$$

$$r = 66 \times \frac{360}{45} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$= 84$$

$\therefore$ ஆரம், $r = 84$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3:
22 செ.மீ வில்லின் நீளமும், 10.5 செ.மீ ஆரமும் உள்ள வட்ட கோணப்பகுதியின் கோணத்தினைக் காண்க.

தீர்வு:
$l = 22$ செ.மீ. , $r = 10.5$ செ.மீ. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நமக்கு $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள் என்பது தெரியும்.

எனவே $\frac{D}{360} \times 2\pi r = l$ என எழுதலாம்

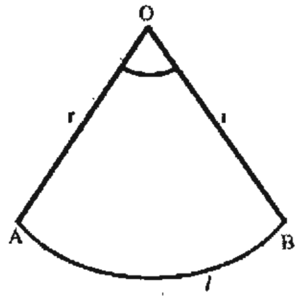
$$\frac{D}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 = 22$$

$$D = 22 \times 360 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{10}{105} \qquad \left[\frac{1}{10.5} = \frac{10}{105}\right]$$

$\therefore$ வட்டகோணம் $D = 120°$

3.1.3 வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு காணல்:

விளிம்புகளால் அடைபடும் படத்தின் வெளிச்சுற்றின் நீளமே சுற்றளவு எனப்படும். **படம் 3.9** இல் AOB என்ற வட்ட கோணப்பகுதியைக் காண்க. இதன் சுற்றளவு இதன் வெளிச்சுற்றின் நீளங்களாகும்.



படம் 3.9

எனவே இதன் சுற்றளவு

$$P = \overset{\frown}{AB} + \overline{BO} + \overline{OA}$$

$$= l + r + r$$

$$= l + 2r$$

$\therefore$ சுற்றளவு, $\mathbf{P = l + 2r}$ அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு. 4:

10 செ.மீ ஆர அளவும், 18 செ.மீ வில்லின் நீளமும் உள்ள வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு காண்க.

தீர்வு:

$r = 10$ செ.மீ, $l = 18$ செ.மீ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$P = l + 2r$ அலகுகள்

$= 18 + 2 \times 10$

$= 18 + 20 = 38$

$P = 38$ செ.மீ

$\therefore$ சுற்றளவு $P = 38$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 5:

ஒரு வட்டகோணப்பகுதியின் ஆரம் 15 மீ. இதன் வட்ட கோணம் 210°. இதன் சுற்றளவு காண்க.

தீர்வு:

$r = 15$மீ, $D = 210°$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சுற்றளவு காண, நமக்கு வில்லின் நீளம் தேவைப்படுகிறது.

எனவே $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{210}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 15 = 55$$

$l = 55$ மீ

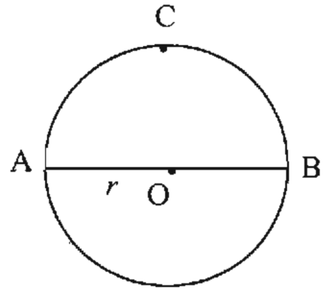
இப்பொழுது சுற்றளவு, $P = l + 2r$

$$= 55 + 2 \times 15$$

$$= 55 + 30 = 85$$

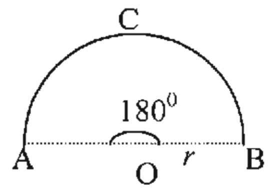
$\therefore$ **சுற்றளவு $P = 85$ மீ**

3.1.4 வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு:



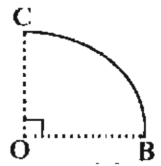
படம் 3.10

ஒரு வட்டத்தின் மையம் O என்க. இதன் ஆரம் r அலகுகள் என்க. இவ்வட்டத்தின் வட்ட கோணம் (படம் 3.10) 360° ஆகும். இதன் பரப்பு πr^2 சதுர அலகுகள் ஆகும். இதனை இரு அரைவட்டங்களாக வெட்டுக. இப்பொழுது ACB என்ற அரைவட்டத்தினை எடுத்துக் கொண்டால் (படம் 3.11) அரைவட்டத்தின் வட்டகோணம் 180° ஆகும். மேலும் அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}\pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



படம் 3.11

மீண்டும் இந்த அரைவட்டத்தினை இரண்டு கால் வட்டங்களாக வெட்டுக. இப்பொழுது, COB என்ற கால் வட்டத்தில் கால்வட்டத்தின் வட்ட கோணம் 90° ஆகும். மேலும் கால்வட்டத்தின் பரப்பு $\frac{1}{4}\pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



படம் 3.12

இப்பொழுது மேற்காண் படங்களிலிருந்து வட்டகோணங்களையும், அதன் பரப்பளவுகளையும் ஒப்பிட்டுப்பார்.

படம்	வட்டகோணம்	வட்ட கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு
வட்டம்	360°	πr^2 சதுர அலகுகள்
அரைவட்டம்	180°	$\frac{1}{2}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்
கால்வட்டம்	90°	$\frac{1}{4}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

மேற்காண் அட்டவணையிலிருந்து பின்வருமாறு நாம் எழுதலாம்.

வட்ட கோணப் பகுதியின் வட்டகோணம் $360°$ எனில்
இதன் பரப்பளவு πr^2 சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதேபோன்று வட்ட கோணம் $180°$ எனில் இதன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{180}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதேபோன்று வட்ட கோணம் $90°$ எனில் இதன் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}\pi r^2$

$= \frac{90}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

எனவே பொதுவாக ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் வட்டகோணம் $D°$ எனில் இதன் பரப்பளவு $= \frac{D}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

எனவே $D°$ வட்டகோணமும், r அலகுகள் ஆரமும் கொண்ட ஒரு வட்டகோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $A = \frac{D}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

$D°$ வட்டகோணமும் r அலகுகள் ஆரமும் கொண்ட ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு $A = \frac{D}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

இங்கு A என்பது வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு ஆகும். மேலும் வட்ட கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளமும் (l) ஆரமும் (r) கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் பரப்பளவினைக் கணக்கிடும் முறையினை இங்கே காண்போம்.

வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு $A = \frac{D}{360} \times \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

இதனை பின் கண்டவாறு எழுத $A = \frac{D}{360} \times \frac{2\pi r \times r}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times (\frac{D}{360} \times 2\pi r) \times r$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times l \times r$ (இங்கே $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$)

$\therefore A = \frac{1}{2}\, l\, r$ சதுர அலகுகள்

எனவே வில்லின் நீளம் l உம், ஆரம் r உம் கொண்ட ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{2}\, l\, r$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6:
3.5 செ.மீ ஆரமும் 120° வட்ட கோணமும் கொண்ட வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு காண்.

தீர்வு:
$r = 3.5$ செ.மீ ; $D = 120^\circ$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு , $A = \frac{D}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 = \frac{38.5}{3}$$

$= 12.83$ (இரு தசம இடத் திருத்தமாக)

$A = 12.83$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 7:
ஒரு வட்டகோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் 25 மீ. இதன் ஆரம் 12 மீ எனில் இதன் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு:
$l = 25$ மீ ; $r = 12$ மீ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வட்டகோணப்பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{2}\, l\, r$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{1}{2} \times 25 \times 12 = 150$$

$A = 150$ சதுர மீ

எடுத்துக்காட்டு 8:
7 செ.மீ ஆர அளவு கொண்ட வட்ட கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு 34 செ.மீ எனில் இதன் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு:

ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

சுற்றளவு, $p = 34$ செ.மீ

சுற்றளவு , $P = l + 2r$ என்பது நமக்குத் தெரியும்

எனவே $l + 2r = 34$ என எழுதலாம்

$$l + (2 \times 7) = 34$$
$$l + 14 = 34$$
$$l = 34 - 14 = 20$$

$l = 20$ செ.மீ

இப்பொழுது வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு

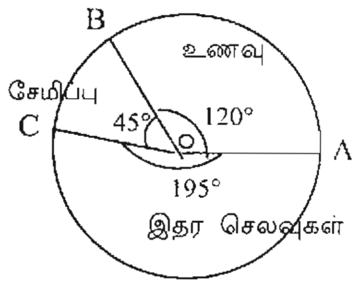
$A = \frac{1}{2} \times l \times r$ சதுர அலகுகள்

$$A = \frac{1}{2} \times 20 \times 7$$
$$A = 70$$

$\therefore A = 70$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 9:

படம் 3.13இல் ஒருவர் தனது மாத வருமானத்தில் செய்யும் வெவ்வேறு செலவுகள் மற்றும் சேமிப்புகள் காட்டப்பட்டுள்ளன இவருடைய மொத்த மாத வருமானம் ரூ.12000 எனில் தனது உணவிற்காக செலவிடும் தொகையினைக் கணக்கிடுக. மேலும் தனது வருமானத்திலிருந்து சேமிக்கும் தொகை எவ்வளவு?



படம் 3.13

தீர்வு:

மொத்த வருமானம் = ரூ.12000 என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. படத்தில் வட்டத்தின் மொத்தப்பரப்பளவு. மொத்த வருமானத்தைக் குறிப்பதாகக் கருதுக.

எனவே $A = \pi r^2 = 12000$

படம் 3.13 இல் வட்ட கோணப்பகுதி AOB என்பது உணவிற்காக செலவிடும் தொகையினைக் குறிக்கும். வட்டகோணப்பகுதியின் வட்ட கோணம் $D = 120°$

வட்ட கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $= \dfrac{D}{360}\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{120}{360} \times 12000 \quad (\text{இங்கே } \pi r^2 = 12000)$$

$$= 4000$$

$\therefore$ **உணவிற்காக செலவிடும் தொகை = ரூ. 4000.**

வட்டகோணப்பகுதி BOC சேமிக்கும் தொகையினைக் குறிக்கும் பகுதியாகும்.

இதன் வட்ட கோணம் $D = 45°$.

வட்ட கோணப்பகுதியின் BOC யின் பரப்பளவு

$$= \frac{D}{360}\pi r^2 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{45}{360} \times 12000 = 1500$$

$\therefore$ இவருடைய மாத சேமிப்புத் தொகை = **ரூ.1500**

பயிற்சி 3.1

1. பின்வரும் வட்ட கோணப்பகுதிகளின் வில்லின் நீளம் கணக்கிடுக.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
ஆரம்	14 செ.மீ	2.1 மீ	7 டெசி.மீ	10 செ.மீ
வட்ட கோணம்	90°	150°	270°	126°

2. பின்வரும் வட்ட கோணப்பகுதிகளின் வட்டகோணங்களைக் கணக்கிடுக.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
வில்லின் நீளம்	88 செ.மீ	66 மீ	33 செ.மீ	55 டெசி.மீ
ஆரம்	35 செ.மீ	30 மீ	10 செ.மீ	18 டெசி.மீ

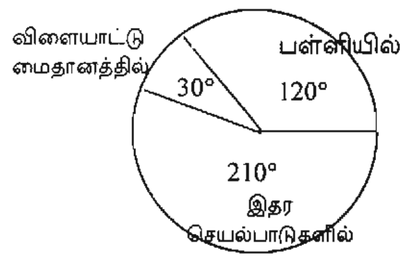
3. பின்வரும் வட்ட கோணப்பகுதிகளின் பரப்பளவு கணக்கிடுக. வட்டகோணமும், ஆர அளவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
வட்டகோணம்	210°	90°	240°	60°
ஆரம்	12 செ.மீ	14 மீ	21 டெசி.மீ	4.2 மீ

4. பின்வரும் ஆர அளவும், வில்லின் நீளமும் உள்ள வட்ட கோணப்பகுதியின் (i) பரப்பளவு (ii) சுற்றளவு கணக்கிடுக.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
ஆரம்	20 மீ	15 செ.மீ	10 டெசி.மீ	7 செ.மீ
வில்லின் நீளம்	32 மீ	24 செ.மீ	35 செ.மீ	12.6 செ.மீ

5. படத்தில், கவிதா ஒரு நாளில் தனது நேரத்தைக் கழிக்கும் விவரம் காட்டப்பட்டுள்ளது. அவர் (i) பள்ளியில் (ii) விளையாட்டு மைதானத்தில் (iii) இதர செயல்பாடுகளில் செலவிடும் கால அளவினைக் கணக்கிடுக.



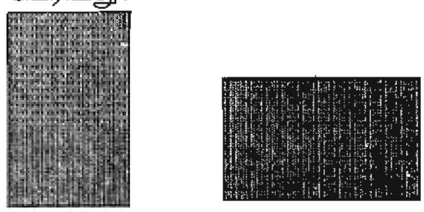
3.2 முப்பரிமாண படங்களை வரைதல்:

3,2.1 மாயத்தோற்றம் (Optical Illusion)
3.2.2 முப்பரிமாண (3D shapes) படங்களை வரைதல்

3.2.1 மாயத்தோற்றம்:

கணிதத்தில் சில சமயங்களில் நமது கண்கள் பொய்யான தோற்றத்தினை நமக்கு ஏற்படுத்தும். பின்வரும் படங்கள் இவ்வாறான மாயத்தோற்றத்திற்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

இவற்றில் எந்த வடிவம் பெரியது?

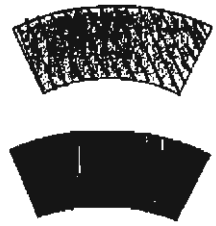


A B

படம் 3.14

இவற்றில் எது அதிக பரப்பளவு உடையது?

A



B

படம் 3.15

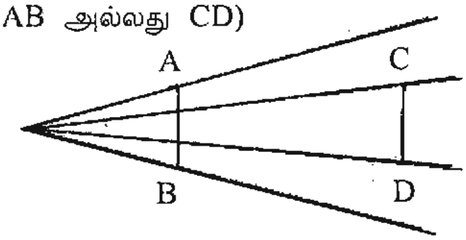
படம் 3.14 இல் நம்மில் பலர் A என்பது B ஐக்காட்டிலும் பெரியதாக உள்ளது எனக் கூறுவர். ஆனால் உண்மையில் இரண்டும் வெவ்வேறு நிலைகளில் இருப்பினும் வடிவத்தில் சமமாகப் பொருந்துவதைக் காணலாம்.

B இன் அச்சு நகலை எடுத்து A இன் மேல் பொருத்துக.

B இன் அச்சு நகல் A இன் மீது சரியாகப் பொருந்துவதை நாம் தெளிவாக அறியலாம். ஆகவே A யும் B யும் சமமான பரப்பளவு கொண்டுள்ளது. இதே போன்று படம் 3.15 இல் B இன் அச்சு நகல் A யுடன் சரியாகப் பொருந்துகிறது. ஆகவே A-யும். B-யும் சமமான பரப்பளவு கொண்டதே.

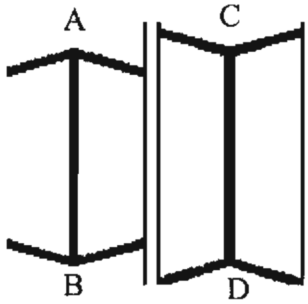
(AB அல்லது CD)

எந்த நேர்கோடு நீளமானது?
(AB அல்லது CD)



படம் 3.16

எது உயரமானது? (AB அல்லது CD)



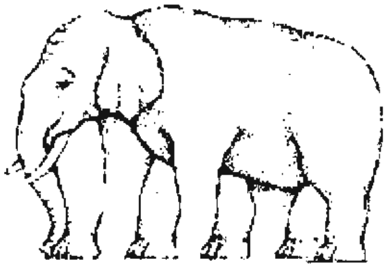
படம் 3.17

படம் 3.16 இல் AB மற்றும் CD இவற்றின் நீளங்களை அளந்து பார்க்க. இரண்டுமே சமமான நீளங்களை உடையது என்பதை நாம் காணலாம்.

படம் 3.17 இல். AB மற்றும் CD இவற்றின் உயரங்களை அளந்து பார்க்க. இரண்டு மையக்கோடுகளும் சமமான உயரங்களையே கொண்டுள்ளதை நாம் காணலாம்.

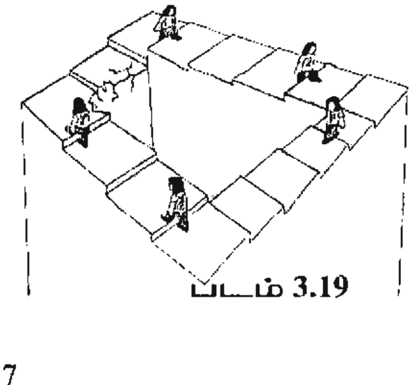
இப்படிப்பட்ட தோற்றங்கள் யாவும் மாயத்தோற்றத்தினால் ஏற்படுவதாகும். அதாவது சில சமயங்களில் நமது கண்கள் தவறான தோற்றத்தினை ஏற்படுத்தும். இது போன்ற மேலும் சில எடுத்துக் காட்டுகள் மூலம் நமது கண்கள் நமக்கு எவ்வாறு மாயத்தோற்றத்தினை அளிக்கிறது என்பதைக் காண்போம்.

எத்தனை கால்கள் உள்ளன?



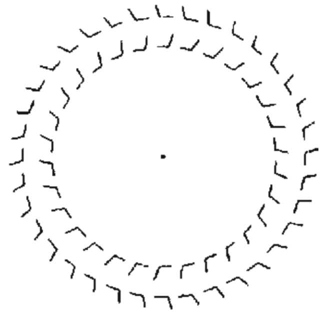
படம் 3.18

இவர்கள் படிகளில் ஏறுகிறார்களா?
இறங்குகிறார்களா?



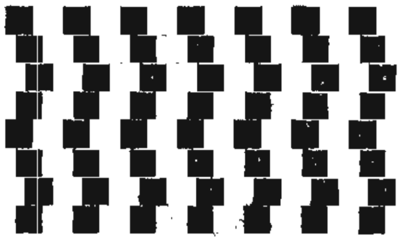
படம் 3.19

நடுவில் இருக்கும் கறுப்புப்புள்ளியினை நோக்கி உனது கண்களை அருகில் கொண்டு செல். வட்டம் சுழல்கின்றதா?



படம் 3.20

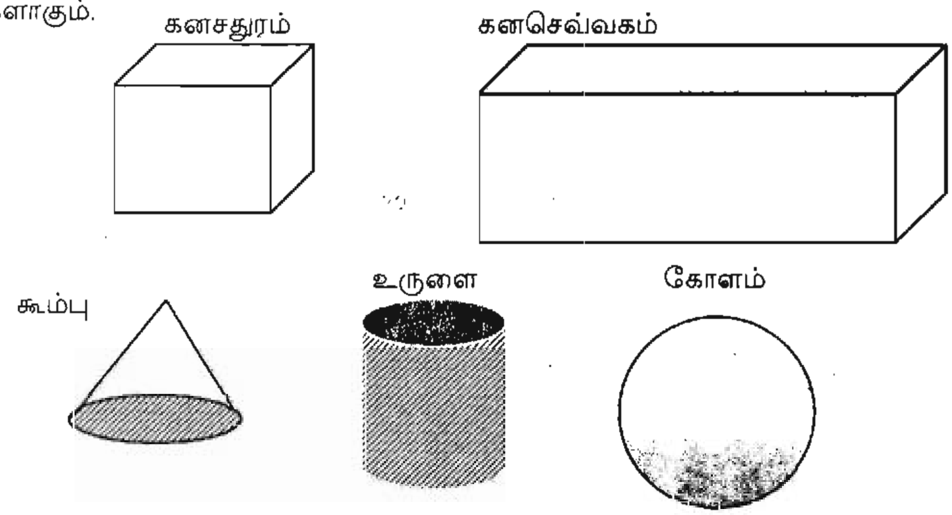
பின்வரும் கோடுகள் இணையாக உள்ளனவா?



படம்3.21

இவ்வாறான தோற்றங்கள், பல சமயங்களில் நமக்கு உடனடியாக ஒரு முடிவினை அளிக்கும். இம்முடிவுகள் தவறாக அமையும். மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமதளத்தில் உள்ள படங்கள் யாவும் நமது கண்களுக்கு வித்தியாசமான ஒரு தோற்றத்தினை அளிப்பதாக அமைந்துள்ளது. இது மாயத்தோற்றத்தின் காரணமே. **பொதுவாக மாயத்தோற்றம் (illusion)என்பது உண்மையான காட்சியை தவறாகப் புரிந்து கொள்வதாகவும் ஒரு பொருளின் மீது பொய்யான அபிப்பிராயத்தினை ஏற்படுத்துவதாகவும் அமைகின்றது.**

நாம் சுவரில் காணப்படும் படங்களையும், தொலைக்காட்சியில் காட்சிகளையும், காண்கின்றோம். இவை யாவும் சமதளத்தில் உள்ளவையாகும். ஆனால் இவற்றைக் காணும் போது முப்பரிமாணத் தோற்றமளிக்கக் கூடியதாக உள்ளன. இதுபோன்றே, சமதளங்களில் படங்கள் வரையப்பட்டாலும், நம்மால் அப்படத்தின் முழுமையான கன உருவத்தினை சமதளத்தில் காண முடியாது. பின்வரும் படங்கள் சில எடுத்துக் காட்டுகளாகும்.



படம் 3.22

எனவே இவை போன்ற கன உருவங்கள் வெளியில் (space) குறிப்பிட்ட அளவு அடைத்துக்கொள்ளும். இந்த வெளியின் பகுதிக்கு (space region) குறிப்பிட்ட தடிமன் அல்லது உருவ அமைப்பு உள்ளது. எனவே ஓர் உருவம் அல்லது ஒரு பொருள் ஓர்

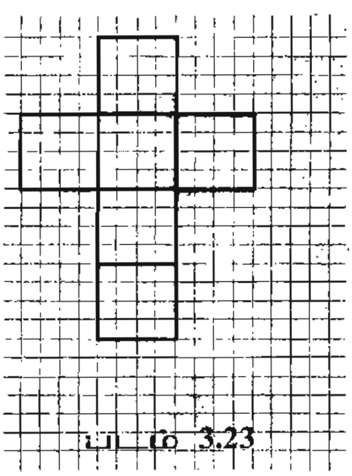
இடத்தில் அடைத்துக்கொள்ளும் வெற்றிடத்தின் அளவு அப்பொருளின் கன அளவு எனப்படுகிறது. இம்மாதிரியான திடப்பொருட்கள் கன உருவங்கள் (geometric figures) எனப்படும்.

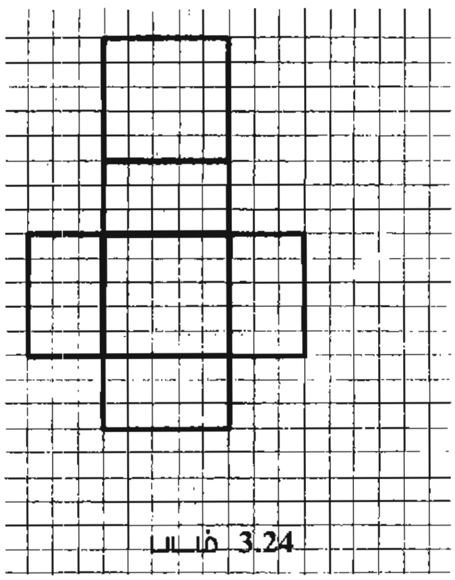
மேற்காண் படங்களில் (3.22) ஒருபகுதி மட்டுமே நமது கண்களுக்குப் புலப்படுகின்றது. இதன் இதர பகுதிகளை நமது சிந்தனையில் நினைவுறுத்துவோம். இப்படிப்பட்ட திடப்பொருட்களான கன உருவங்களே முப்பரிமாண (3D) உருவங்களாகும். இதிலிருந்து காகிதத்தில் வரையப்படும் முப்பரிமாண உருவங்கள் அனைத்தும் ஒரு மாயத்தோற்றம் என்பது நமக்குத் தெளிவாகின்றது.

இனி இப்பகுதியில் முப்பரிமாண (3D) உருவங்களை கட்டக்காகித வரைதாளில் வரையும் முறை பற்றி கற்போம்.

3.2.2 கன சதுரம் மற்றும் கன செவ்வகம் வரைதல்:

படம் 3.23 இல் கட்டக் காகிதத்தில் மாதிரி வரைபடம் (Diagram) ஒன்று வரையப்பட்டுள்ளது. இதே போன்று பெரிய வரைபடம் ஒன்றை வரைந்து கெட்டியான அட்டைத் தாளில் அச்சு எடுத்துக் கொள்ளவும். இதனை வெட்டி எடுத்து, புள்ளிகள் கொண்ட விளிம்பினை மடிக்கவும் (ஓரங்களைப் பாதுகாப்பாக Sellotape கொண்டு ஒட்டவும்). இப்பொழுது நமக்குக் கிடைத்துள்ள கன உருவம் கன சதுரம் ஆகும்.


படம் 3.23


படம் 3.24

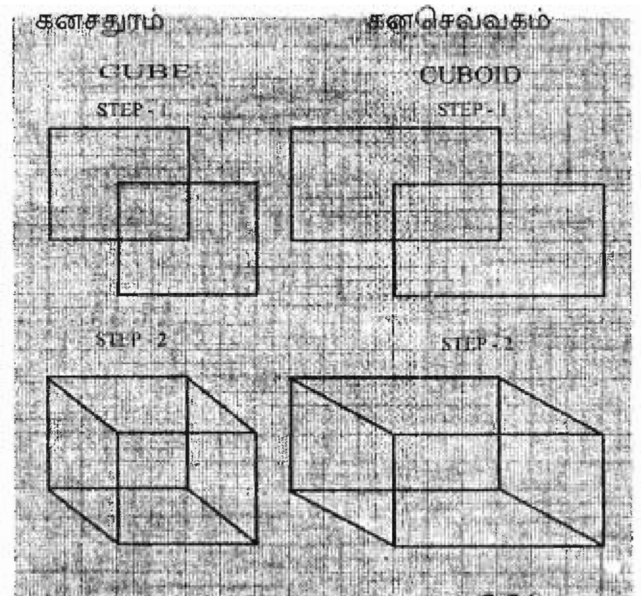
இது ஆறு முகங்களைக்கொண்டது (faces). ஆறும் சதுர முகங்களைக் கொண்டிருக்கும். பகுதிகளாகும். அடுத்தடுத்துள்ள இரு முகங்களின் இணைப்பு ஒரு கோட்டுத்துண்டாகும். இந்த கோட்டுத்துண்டே கன சதுரத்தின் ஒரு விளிம்பு (edge) எனப்படும். எனவே இதற்கு 12 விளிம்புகள் இருக்கும். கன சதுரத்தின் மூன்று விளிம்புகள் வெட்டும் புள்ளி கன சதுரத்தின் ஓர் உச்சி (vertex) எனப்படும். இதற்கு 8 உச்சிகள் இருக்கும். படம் 3.23 இல் வரையப்பட்டுள்ள வரைபடம் ஒரே தளத்தில், குறிப்பிட்ட பரப்பை மட்டும் அடைக்கும். கிடைத்துள்ள கனசதுரம் வெளியில் (space) ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு இடத்தையும் அடைத்துக் கொள்ளும். எனவே கன சதுரமானது முப்பரிமாண (3D) உருவமாகும்.

இதே போன்று படம் 3.24 இல் காட்டியுள்ள வரைபடத்தின் வாயிலாக கிடைக்கும் கன உருவம். கன செவ்வகமாகும். இதன் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகள் காண்க. கன சதுரத்திற்கும்,கன செவ்வகத்திற்கும் உள்ள வேறுபாட்டினைக் காண்க.

வரைபடத்தாளில் கன சதுரம் மற்றும் கன செவ்வகம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 10:
கனசதுரம் மற்றும் கன செவ்வகத்தினை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இரு படிகளில் (in two steps) வரைக.

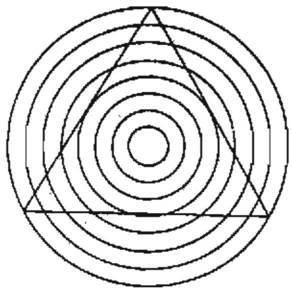
தீர்வு:



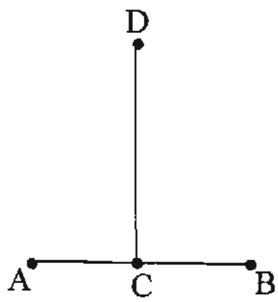
படம் 3.25 படம் 3.26

பயிற்சி 3.2

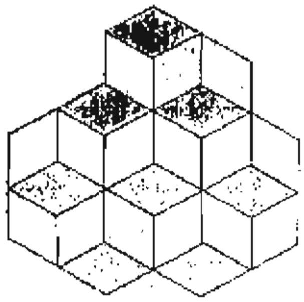
1. படத்தில் உள்ள முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் நேர்கோடா அல்லது வளைவு கோடா?



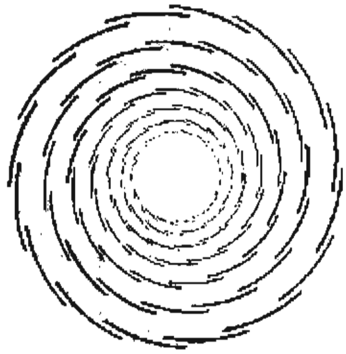
2. எந்தக் கோட்டுத்துண்டு நீளமானது? (AB அல்லது CD)



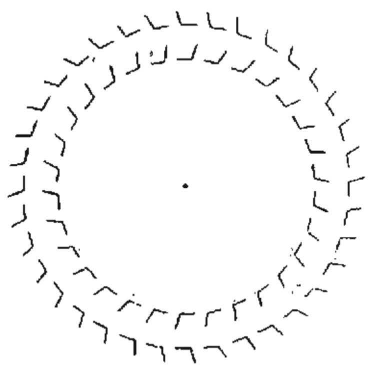
3. படத்தில் எத்தனை கனசதுரங்கள் உள்ளன?



4: படத்திலிருந்து நீ அறிவது என்ன? பொதுமைய வட்டங்களா அல்லது சுருள் வட்டங்களா?



5. படத்தில் வட்டமையத்தில் உள்ள கறுப்பு புள்ளியினைப் உற்று நோக்கி உன் தலையினை படத்தின் முன் நோக்கியும், பின்நோக்கியும் சென்று பார். என்ன நீ உணர்கிறாய்?



6. வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்ட கனசதுரம், கன செவ்வகம் மற்றும் கன இணைகரம் இவற்றை வரைபடத்தாளில் வரைக.

7. வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்ட கன சதுரம், மற்றும் கன செவ்வக உருவங்களை கெட்டியான அட்டைத்தாளில் செய்து பார்க்க.

8. படத்தில் ஓர் அலகு கொண்ட 8 கன சதுர உருவங்கள் ஒன்றாக இணைத்து வைக்கப் பட்டுள்ளன. இதன் முழுமையான உருவத்தின் வடிவம் எவ்வாறு உள்ளது? இதன் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் காண்க.

3.3 நேர்ப்பட்டகம், உருளை, கூம்பு, கோளம் மற்றும் அரைக்கோளம் இவைகளின் வளைபரப்புகள் மற்றும் கன அளவு காணுதல்.

இந்த அத்தியாயத்தில், நேர்ப்பட்டகம், உருளை, கூம்பு, கோளம் மற்றும் அரைக்கோளம் போன்ற வெவ்வேறு கன உருவங்களின் அறிமுகமும். இவற்றின்

வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணும் முறையையும் கற்போம்.

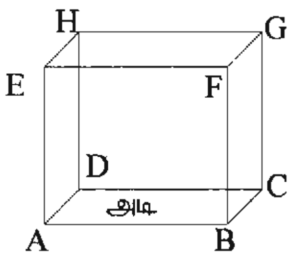
3.3.1 நேர்ப்பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்
3.3.2 உருளையின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்
3.3.3 கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்
3.3.4 கோளம் மற்றும் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்

3.3.1 நேர்ப்பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு காணல்:

இப்பிரிவில் முப்பரிமாண கன உருவமான பட்டகத்தைப் பற்றி கற்போம். குறிப்பாக நேர்ப்பட்டகங்களான முக்கோணப்பட்டகம், செவ்வகப்பட்டகம் பற்றியும் இவற்றின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணும் முறை பற்றியும் காண்போம்.

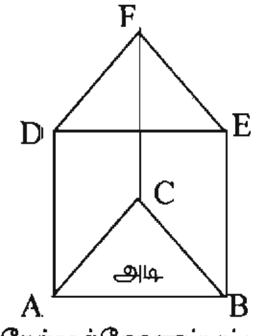
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கன உருவங்களைப்பார். இக்கன உருவங்களின் தட்டையான பகுதிகள் இவற்றின் முகங்களாகும். (பக்கங்கள்). இவற்றின் மேல் பகுதியும், கீழ்ப்பகுதியும் அடிப்பரப்புகளாகும். இவற்றைச் சுற்றியுள்ள முகங்கள் (பக்கங்கள்) பெட்டகங்களின் புறங்களில் அமைந்த முகங்கள் அல்லது புறங்களில் அமைந்த பகுதிகளாகும்.

நேர்ப்பட்டகம் என்பது தட்டையான முகங்களைக் கொண்டதும், இவற்றின் அடிப்பரப்புகள் ஒன்றிற்கொன்று இணையாகவும் அமைந்து சுற்றியுள்ள அனைத்துப்புற (பக்க) முகங்களும் செவ்வக வடிவில் அமைந்தும் உள்ள கன உருவமாகும்.



செவ்வகப்பட்டகம்

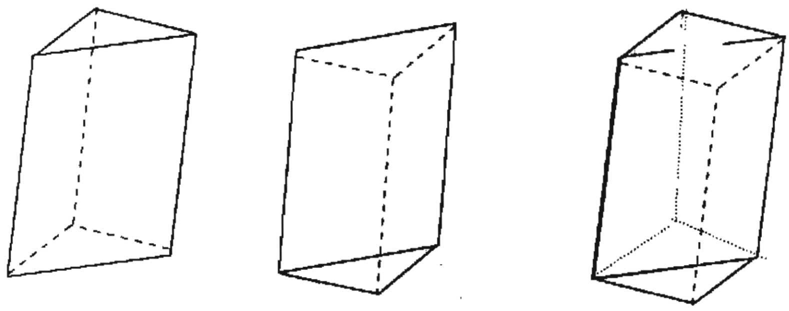
படம் 3.27



நேர்முக்கோணப்பட்டகம்

படம் 3.28

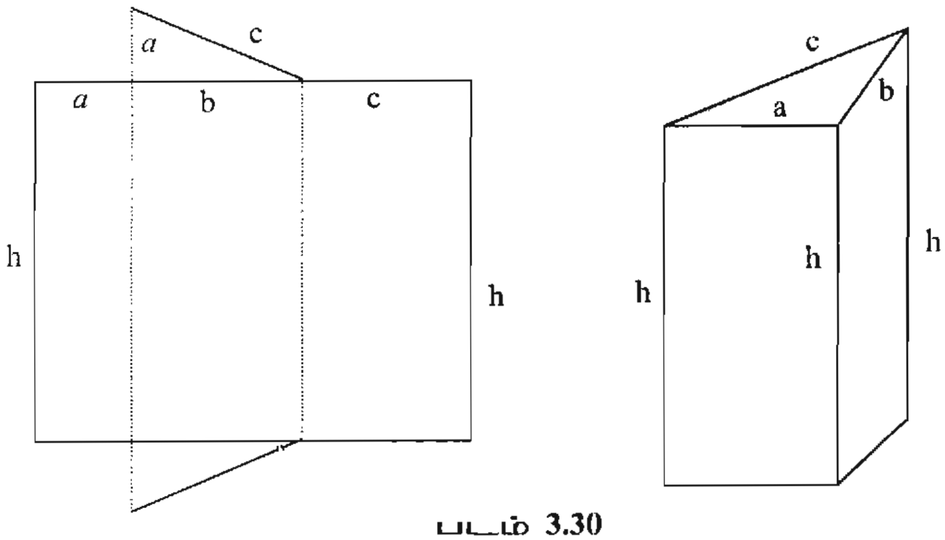
பட்டகத்தின் வகையானது இதன் அடிப்பரப்பின் வடிவத்தைப் பொருத்து அமையும். பட்டகத்தின் அடிப்பரப்புகள் (படம் 3.27) செவ்வக வடிவம் எனில், இது செவ்வகப்பட்டகமெனப்படும். அடிப்பக்கங்கள் முக்கோண வடிவம் எனில் (படம் 3.28) இது முக்கோணப்பட்டகம் எனப்படும். கனச்சதுரம் மற்றும் கன செவ்வகம் செவ்வகப்பட்டகங்களுக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.



படம் 3.29

3.3.1 (அ) முக்கோணப்பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு (புறப்பரப்பு) காணல்:

தட்டையான அட்டைத்தாளினைக்கொண்டு படத்தில் (3.30) காட்டியுள்ளவாறு வெட்டி எடுத்து பட்டகம் செய்யவும். நமக்கு நேர் முக்கோணப்பட்டகம் கிடைத்துள்ளது. இவற்றின் அடியின் பக்க அளவுகள் a, b, c அலகுகள் எனவும், பட்டகத்தின் உயரம் h அலகுகள் எனவும் கருதுக.



படம் 3.30

மேற்காண் உருவத்திலிருந்து

(i) ஒரு முக்கோணப்பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு (lateral surface area)

L.S.A. = மூன்று செவ்வக முகங்களின் பரப்பளவு

$$= a \times h + b \times h + c \times h$$

$$= (a + b + c) \times h$$

= (அடியின் சுற்றளவு) × (பட்டகத்தின் உயரம்)

∴ பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு **L.S.A** = **P h** சதுர அலகுகள்
இதில் **P** என்பது அடிச்சுற்றளவு

(ii) முக்கோணப்பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு:

மொத்தப்பரப்பு = பக்கப் பரப்பு + 2 × அடிப்பரப்பு.

இங்கே, பட்டகத்தின் அடியானது முக்கோண வடிவத்தில் உள்ளது.

எனவே, முக்கோணப்பட்டகத்தின் அடிப்பரப்பு = முக்கோணத்தின் பரப்பு ஆகும்.

முக்கோணத்தின் பரப்பு = A சதுர அலகுகள் என்க

எனவே, மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = (Ph + 2A) சதுர அலகுகள் (P என்பது அடிச்சுற்றளவு. A என்பது அடிப்பரப்பு, h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்)

(iii) முக்கோணப்பட்டகத்தின் கன அளவு (V)

கன செவ்வகம் என்பது ஒரு நேர்ப்பட்டகம் ஆகும். எனவே ஒரு கனசெவ்வகத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்

கன செவ்வகத்தின் கன அளவு = அடிப்பரப்பு × உயரம்

கன செவ்வகத்தின் கன அளவு காணும் வாய்ப்பாடு மற்ற அனைத்து வகை நேர்ப்பட்டகங்களுக்கும் பொருந்தும்.

எனவே, நேர்ப்பட்டகத்தின் கன அளவு = அடிப்பரப்பு × உயரம்

இப்பொது முக்கோணப்பட்டகத்தின் கன் அளவு = அடிப்பரப்பு × உயரம்

முக்கோணப் பட்டகத்தின் அடி முக்கோண வடிவில் உள்ளது.

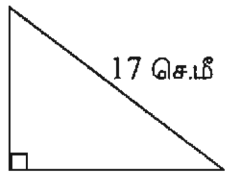
எனவே பட்டகத்தின் அடிப்பரப்பு = முக்கோணத்தின் பரப்பு = A ச. அலகு என்க

முக்கோணப்பட்டகத்தின் கன அளவு = A h கன அலகாகும்.

(A என்பது அடிப்பரப்பு h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்)

எடுத்துக்காட்டு 11:

நேர்ப்பட்டகத்தின் அடியானது 8 செ.மீ, 15 செ.மீ மற்றும் 17 செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட செங்கோண முக்கோண வடிவத்தில் உள்ளது. பட்டகத்தின் உயரம் 20 செ.மீ. பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் மொத்தப் பரப்பைக் காண்க.



படம் 3.31

(**குறிப்பு:** ஓர் செங்கோண முக்கோணத்தில் அதன் நீளமான பக்கம், கர்ணம் எனப்படும். மற்ற இரண்டு பக்கங்களை. முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கமாகவோ அல்லது முக்கோணத்தின் உயரமாகவோ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்).

தீர்வு:

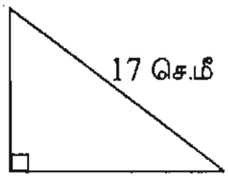
முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 8 செ.மீ. 15 செ.மீ மற்றம் 17செ.மீ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

பட்டகத்தின் உயரம் 20 செ.மீ

பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு = Ph சதுர அலகுகள்

$= (8 + 15 + 17) \times 20$

$= 40 \times 20 = 800$ ச.செ.மீ



படம் 3.32

∴ பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A.= 800 ச.செ.மீ

பட்டகத்தின் அடிப்பரப்பு காண்போம்:

முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம், a = 8 செ.மீ எனக்கொள்வோம்.

முக்கோணத்தின் உயரம், b = 15 செ.மீ

இப்பொழுது, இதன் அடிப்பரப்பு A $= \frac{1}{2}$ ab சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$ ச.செ.மீ.

A = 60 ச.செ.மீ.

பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. $= P\,h + 2\,A$ சதுர அலகுகள்

$= 800 + 2 \times 60 = 920$

$\therefore$ பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. $= 920$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 12:
அடிப்பரப்பு 350 செ.மீ^{2} ஆகவும், உயரம் 24 செ.மீ ஆகவும் உள்ள முக்கோணப்பட்டகத்தின் கனஅளவு காண்க
தீர்வு:

அடிப்பரப்பு $A = 350$ செ.மீ ^{2}

பட்டகத்தின் உயரம் $h = 24$ செ.மீ

எனவே பட்டகத்தின் கன அளவு = அடிப்பரப்பு $\times$ உயரம் கன அலகுகள்

$= A\,h$

$= 350 \times 24 = 8400$

$\therefore$ கன அளவு $= 8400$ செ.மீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 13:
ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் அடியானது 3 செ.மீ, 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட செங்கோண முக்கோண வடிவமானது. பட்டகத்தின் உயரம் 8 செ.மீ. இதன் பக்கப்பரப்பு மற்றும் மொத்தப்பரப்பினைக் காண்க. மேலும் இதன் கன அளவினையும் காண்க
தீர்வு:

செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் = 3 செ.மீ, 4 செ.மீ, 5செ.மீ

பட்டகத்தின் உயரம் = 8 செ.மீ

முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் = 3 செ.மீ என்க

முக்கோணத்தின் உயரம் = 4 செ.மீ

பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A. $= P\,h$ சதுர அலகுகள்

$= (3 + 4 + 5) \times 8$

$= 12 \times 8 = 96$

$\therefore$ L.S.A $= 96$ செ.மீ ^{2}

பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. $= \mathbf{P\,h + 2A}$ சதுர அலகுகள்

அடிப்பரப்பு, A $= \frac{1}{2}\,ab$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

A $= 6$ செ.மீ ^{2}

$\therefore$ பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. $= P\,h + 2A$ சதுர அலகுகள்

$= 96 + 2 \times 6$

$= 96 + 12 = 108$

$\therefore$ T.S.A. $= 108$ செ.மீ ^{2}

பட்டகத்தின் கனஅளவு, $V = Ah$ கன அலகுகள்

$= 6 \times 8 = 48$

$\therefore$ பட்டகத்தின் கனஅளவு $= 48$ செ.மீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 14:

அடி சமபக்க முக்கோண வடிவம் கொண்ட ஒரு பட்டகத்தின் உயரம் 12 செ.மீ. இதன் பக்கப்பரப்பு 360 ச.செ.மீ எனில் அம்முக்கோணத்தின் பக்க அளவு காண்க.

தீர்வு:

பட்டகத்தின் பக்கப் பரப்பு $= 360$ ச.செ.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

இதன் உயரம், $h = 12$ செ.மீ

$$\therefore \quad Ph = 360$$

$$P \times 12 = 360$$

$$P = \frac{360}{12} = 30$$

அடிச்சுற்றளவு $= 30$ செ.மீ

(பட்டகத்தின் அடி சமபக்க முக்கோண வடிவம்)

$$\therefore 3a = 30$$

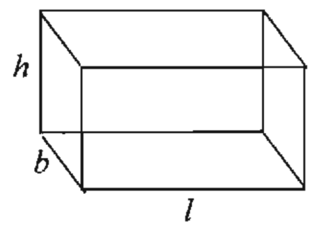
$$a = \frac{30}{3} = 10 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ பட்டகத்தின் அடி சமபக்க முக்கோண வடிவம்

முக்கோணத்தின் அடிப்பக்க அளவு $= 10$ செ.மீ

3.3.1 (ஆ) செவ்வகப் பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு காணல் (கன செவ்வகம் மற்றும் கனசதுரம்):

கன செவ்வகமும், கன சதுரமும் செவ்வகப்பட்டகங்களாகும். எனவே எந்த ஒரு செவ்வகப்பட்டகத்தின் பக்கப்பரப்பு, மொத்தப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணப்பயன்படுத்தப்படும் வாய்ப்பாடே கன செவ்வகம் மற்றும் கன சதுரங்களின் பக்கப்பரப்பு, மொத்தப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணவும் பயன்படுத்தப்படும்.



படம் 3.33

செவ்வகப்பட்டகத்தின் பக்கப் பரப்பு காணல்

(i) கன செவ்வகம்:

ஒரு கன செவ்வகத்தின் நீளம் 'l' அலகு எனவும், அகலம் 'b' அலகு எனவும், உயரம் 'h' அலகு எனவும் கருதுக. (படம் 3.33)

கன செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A. $=$ அடிச்சுற்றளவு $\times$ உயரம்

$= 2(l + b) \times h$

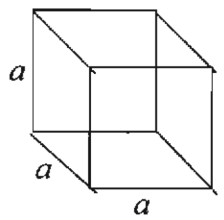
$= 2h(l + b)$ சதுர அலகுகள்

செவ்வகப்பட்டகத்தின் (கன செவ்வகம்) பக்கப்பரப்பு $= 2h(l + b)$ சதுர அலகுகள்

(இதில் l மற்றும் b என்பன செவ்வக அடிப்பக்கங்களின் நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகும். h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்)

(ii) கன சதுரம்: படம் 3.34 இல் காட்டியுள்ளவாறு கன சதுரத்தினை எடுத்துக் கொள்க. இதன் ஒவ்வோர் விளிம்பின் (பக்கம்) அளவு 'a' அலகுகள் என்க. (இதன் நீளமும் அகலமும், உயரமும் சமமான அளவுகள் கொண்டவை)

$l = b = h = a$ அலகுகள் என்க)



படம்3.34

கன சதுரத்தின் பக்கப் பரப்பு L.S.A.

$= 4\,a \times h$ = அடிச்சுற்றளவு × உயரம்

$= 4\,a \times a$

$= 4\,a^2$ சதுர அலகுகள்

$\therefore$ கன சதுரத்தின் பக்கப் பரப்பு $= \mathbf{4\,a^2}$ சதுர அலகுகள்

(a என்பது கனசதுரத்தின் விளிம்பு ஆகும்)

செவ்வகப் பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு காணல்:

(i) கன செவ்வகம்:

கன செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் l அலகு அகலம் b அலகு மற்றும் உயரம் h அலகு என்க. அடிப்பரப்பும் மேற்பரப்பும் செவ்வக வடிவமானவை இவை இரண்டும் அடிப்பரப்புகள் ஆகும்.

அடிபரப்பளவுகள் $= (l \times b) + (l \times b) = lb + lb$

$= 2lb$ சதுர அலகுகள்

இடப்பக்கம் மற்றும் வலப்பக்கங்களின் பக்க அளவுகள் b அலகு மற்றும் h அலகு

இடப்பக்கம் மற்றும் வலப்பக்கங்களின் பரப்பு $= (b \times h + b \times h)$

$= 2bh$ சதுர அலகுகள்

முன்பக்கம் மற்றும் பின் பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றின் பக்க அளவுகளும் l அலகு மற்றும் h அலகு கொண்டது

இவற்றின் பரப்பளவு $= (l \times h + l \times h)$

$= 2lh$ சதுர அலகுகள்

கனசெவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு = கனச்செவ்வகத்தின் எல்லாப்பக்கங்களின் பரப்புகளின் கூடுதல்

$= (2lb + 2bh + 2lh)$

$= 2\,(lb + bh + lh)$ சதுர அலகுகள்

கனசெவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு

= 2 (நீளம் × அகலம் + அகலம் × உயரம் + நீளம் × உயரம்) சதுர அலகுகள்

(ii) கனசதுரம்:

ஓர் கனசதுரத்தின் பக்கம் (அல்லது முகம்) 'a' அலகுகள் எனில்

கனசதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு = கனசதுரத்தின் 6 பக்கங்களின் (முகங்களின்) பரப்புகளின் கூடுதல்,

$= 6 \times$ கன சதுரத்தின் ஒருபக்கத்தின் பரப்பு

$= 6 \times a^2$

$= \mathbf{6\,a^2}$ சதுர அலகுகள்

(குறிப்பு: கன சதுரத்தின் ஒருபக்கத்தின் பரப்பு (a அலகுகள் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பு) $= a \times a = a^2$ சதுர அலகுகள்)

செவ்வகப்பட்டகங்களின் கன அளவு :

(i) கன செவ்வகம்:

ஓர் கன செவ்வகத்தின் நீளம் l அலகுகள், அகலம் b அலகுகள் மற்றும் உயரம் h அலகுகள் என்க.

இதன் கன அளவு $= l \times b \times h$

அதாவது $V = lbh$ கன அலகுகள்

(ii) கனசதுரம்:

ஓர் கனசதுரத்தின் விளிம்பின் அளவு a அலகுகள் என்க (நீளமும், அகலமும், உயரமும் சமமான அளவுகள் கொண்டதாகும் $l = b = h = a$ அலகுகள்) என்க

கனசதுரத்தின் கன அளவு $V = a \times a \times a$

அதாவது $\mathbf{V = a^3}$ கன அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 15:

12 செ.மீ நீளம், 10 செ.மீ அகலம், 8 செ.மீ உயரம் கொண்ட கன செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் மொத்தப்பரப்பு காண்க

தீர்வு:

கன செவ்வகத்தின் நீளம் $l = 12$ செ.மீ

அகலம் $b = 10$ செ.மீ

உயரம் $h = 8$ செ.மீ

எனவே இதன் பக்கப் பரப்பு L.S.A. $= 2h(l + b)$ சதுர அலகுகள்

$= 2 \times 8 (12 + 10)$

$= 16 \times 22 = 352$

∴ வளைபரப்பு L.S.A $= 352$ ச.செ.மீ

கனசெவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= 2(lb + bh + lh)$ சதுர அலகுகள்

$= 2(12 \times 10 + 10 \times 8 + 12 \times 8)$

$= 2(120 + 80 + 96)$

$= 2(296) = 592$

∴ மொத்தப்பரப்பு T.S.A $= 592$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 16:

14 செ.மீ நீளம், 9 செ.மீ அகலம், 7 செ.மீ உயரம், உள்ள கனச்செவ்வக அட்டைப்பெட்டி செய்வதற்குத் தேவைப்படும் அட்டைத்தாளின் (card board) மொத்தப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

இங்கு நீளம், $l = 14$ செ.மீ

அகலம், $b = 9$ செ.மீ

உயரம், $h = 7$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தேவைப்படும் அட்டைத்தாளின் மொத்தப்பரப்பு = கன செவ்வகப்பெட்டியின் மொத்தப்பரப்பு ஆகும்.

$2(lb + bh + lh)$ சதுர அலகுகள்

$= 2(14 \times 9 + 9 \times 7 + 14 \times 7)$

$= 2(126 + 63 + 98)$

$= 2(287) = 574$

∴ தேவைப்படும் அட்டைத்தாளின் மொத்தபரப்பு $= 574$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 17:

ஒரு தகரப் பெட்டியின் அளவுகள் 26 செ.மீ × 26 செ.மீ × 45 செ.மீ ஆகும். இம்மாதிரியான 20 தகர பெட்டிகள் செய்யத்தேவைப்படும் தகரத் தகட்டின் பரப்பு காண்க. 1 ச.மீ தகரத் தகட்டின் விலை ரூ.10 எனில் 20 டின்கள் செய்யப்பயன்படுத்தப்படும் தகரத் தகட்டின் விலை என்ன?

தீர்வு:

ஒரு தகரப் பெட்டியின் அளவுகள் 26 செ.மீ , 26 செ.மீ மற்றும் 45 செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

1 தகரப் பெட்டியின் மொத்தப்பரப்பு $= 2\,(lb + bh + lh)$ சதுர அலகுகள்

$= 2\,(26 \times 26 + 26 \times 45 + 26 \times 45)$

$= 2\,(676 + 1170 + 1170)$

$= 2\,(3016)$

$= 6032$ ச.செ.மீ

20 தகரப் பெட்டிகளின் மொத்தப்பரப்பு $= 20 \times 6032$

$= 120640$ ச.செ.மீ

$= \dfrac{120640}{10,000}$ ச.மீ (1 ச.மீ =10000 ச.செ.மீ)

$= 12.064$ ச.மீ

1 ச.மீ தகரத் தகட்டின் விலை = ரூ.10

$\therefore$ 12.064 ச.மீ தகரத் தகட்டின் விலை $= 10 \times 12.064 =$ ரூ. 120.64

எனவே 20 தகரப்பெட்டிகள் செய்யப்பயன்படுத்தப்படும் தகட்டின் விலை = ரூ.120.64

எடுத்துக்காட்டு 18:

10 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட கன சதுரத்தின் பக்கப்பரப்பும் மொத்தப்பரப்பும் காண்க.

தீர்வு:

கனசதுரத்தின் விளிம்பின் நீளம் = 10 செ.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

கனசதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A $= 4a^2$ சதுர அலகுகள்

$= 4 \times 10^2$

$= 4 \times 10 \times 10 = 400$

$\therefore$ கனசதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு , L.S.A = 400 ச.செ.மீ

கனசதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு , T.S.A $= 6a^2$ சதுர அலகுகள்

$= 6 \times 10 \times 10 = 600$

$\therefore$ கனசதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = 600 ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 19:

216 ச.செ.மீ மொத்தப்பரப்பு உள்ள ஒரு கனசதுரத்தின் விளிம்பின் அளவு காண்க.

தீர்வு:

கனசதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= 6a^2 = 216$ ச.செ.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

கன சதுரத்தின் விளிம்பு = a செ.மீ என்க

$6a^2 = 216$

$$a^2 = \frac{216}{6} = 36$$
$$a = \sqrt{36} = 6$$

$\therefore$ கன சதுரத்தின் விளிம்பின் நீளம் = 6 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 20:

ஒரு கன செவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு **50 மீ^{2}** இதன் பக்கப் பரப்பு 36 மீ^{2} எனில் இதன் அடிப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

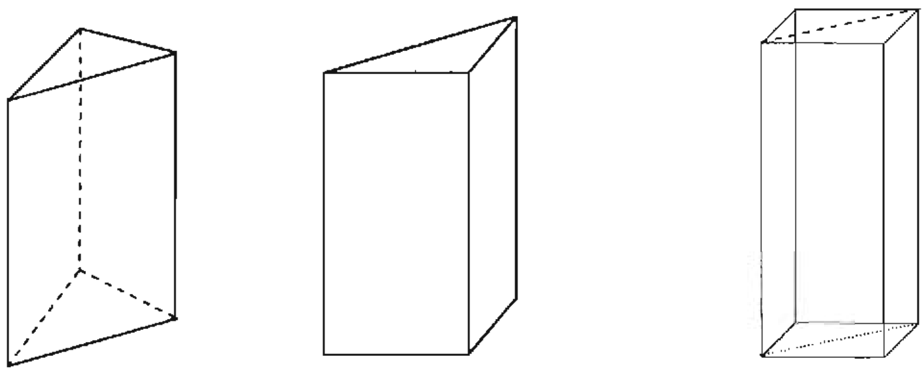
கனசெவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு = 2(அடிப்பரப்பு) + பக்கப்பரப்பு. என்பது நமக்குத் தெரியும்.

$$50 = 2\,(\text{அடிப்பரப்பு}) + 36$$
$$50 - 36 = 2\,(\text{அடிப்பரப்பு})$$
$$14 = 2\,(\text{அடிப்பரப்பு})$$
$$\text{அடிப்பரப்பு} = \frac{14}{2} = 7\text{மீ}^2$$

கனசெவ்வகத்தின் அடிப்பரப்பு = 7 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 21:

இரண்டு செங்கோண முக்கோணப் பட்டகங்கள் படத்தில் உள்ளது போன்று ஒன்றாக இணைத்தால் புதிய செவ்வகப் பட்டகம் உருவாகிறது. செங்கோண முக்கோணத்தின் அளவுகள் 6 செ.மீ, 8 செ.மீ 10 செ.மீ பட்டகத்தின் உயரம் 15 செ.மீ எனில் செவ்வகப்பட்டகத்தின் மொத்தப் பரப்பு காண்க. இதன் கன அளவையும் காண்க.



படம் 3.35

தீர்வு:

புதிய செவ்வகப்பட்டகத்தின் உயரம் = செங்கோண முக்கோணப் பட்டகத்தின் உயரம்
= 15 செ.மீ

செவ்வகப்பட்டகத்தின் அடியின் நீளமும், அகலமும் முறையே 8 செ.மீ. 6 செ.மீ ஆகும்.

எனவே புதிய செவ்வகப்பட்டகமானது. $l = 8$ செ.மீ. $b = 6$ செ.மீ $h = 15$ செ.மீ அளவுகள் கொண்ட கன செவ்வகமாகும்.

எனவே செவ்வகப்பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு A $= 2(lb + bh + lh)$ சதுரஅலகுகள்

$= 2(8 \times 6 + 6 \times 15 + 8 \times 15)$

$= 2(48 + 90 + 120)$

$= 2(258)$

$= 2 \times 258 = 516$

$\therefore$ செவ்வகப்பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A $= 516$ ச.செ.மீ

செவ்வகப்பட்டகத்தின் கனஅளவு, V $= l\,b\,h$ கன அலகுகள்

$= 8 \times 6 \times 15 = 720$

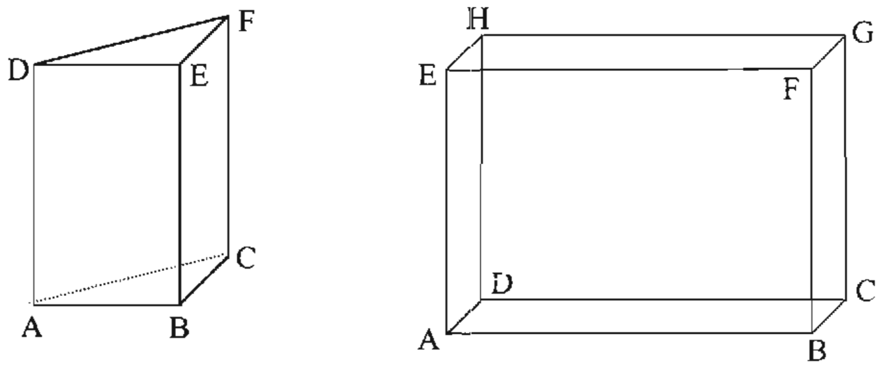
$\therefore$ செவ்வகப்பட்டகத்தின் கனஅளவு, V $= 720$ க.செ.மீ

ஆய்க:

இரண்டு செங்கோண முக்கோணப்பட்டகங்களின் மொத்தப்பரப்பையும் கன அளவையும் தனித்தனியாகக் கண்டுபிடித்தால், இவற்றின் மொத்தப் பரப்புகளின் கூடுதலும், மொத்த கன அளவுகளின் கூடுதலும், முறையே செவ்வகப் பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பிற்கும், கன அளவிற்கும் சமமாக இருக்குமா?

பயிற்சி 3.3

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில்:
   - (i) முக்கோணப்பட்டகத்தின் முகங்கள் (பக்கங்கள்) விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையினையும், அவற்றின் பெயர்களையும் எழுதுக.
   - (ii) செவ்வகப்பட்டகத்தின் முகங்கள் (பக்கங்கள்) விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையினையும் அவற்றின் பெயர்களையும் எழுதுக.



படம் (அ) படம் (ஆ)

2. பின்வரும் அளவுகள் கொண்ட முக்கோணப்பட்டகங்களின் பக்கப்பரப்பு காண்க

	முக்கோணப்பட்டகத்தின் அடிப்பக்க அளவுகள்	இதன் உயரம்
(i)	10 செ.மீ, 24 செ.மீ, 26 செ.மீ	15 செ.மீ
(ii)	6 மீ, 5 மீ, 2 மீ	10 மீ
(iii)	60 மீ, 50 மீ, 100 மீ	75 மீ
(iv)	7.2 செ.மீ, 5.3 செ.மீ, 8.5 செ.மீ	24 செ.மீ
(v)	6.5 செ.மீ, 6.5 செ.மீ, 6.5 செ.மீ	12.5 செ.மீ

3. பின்வரும் அளவுகள் கொண்ட முக்கோணப்பட்டகங்களின் மொத்தப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு காண்க. (அடிப்பக்கம் செங்கோண முக்கோணமாகும்)

வ. எண்	முக்கோணப்பட்டகத்தின் அடிப்பக்க அளவுகள்	உயரம்
(i)	5 செ.மீ, 12 செ.மீ, 13 செ.மீ	15 செ.மீ
(ii)	7 செ.மீ, 24 செ.மீ, 25 செ.மீ	50 செ.மீ
(iii)	2.4 மீ, 4.5 மீ, 5.1 மீ	8 மீ

4. 8 செ.மீ அடிப்பக்க அளவுகளுள்ள சமபக்க முக்கோணப்பட்டகத்தின் உயரம் 20செ.மீ எனில் இதன் பக்கப் பரப்பு காண்க.

5. ஒரு முக்கோணப்பட்டகத்தின் உயரம் 30 செ.மீ. இதன் அடிப்பக்கத்தின் சுற்றளவு 30 செ.மீ மற்றும் இதன் அடிப்பரப்பு 36 ச செ.மீ எனில் பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.

6. ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தின் அடிப்பக்கங்கள் 10 செ.மீ, 5 செ.மீ மற்றும் 9 செ.மீ அளவுகள் உள்ளது. இதன் பக்கப்பரப்பு 240 ச. செ.மீ எனில் பட்டகத்தின் உயரம் காண்க.

7. பின்வரும் முக்கோணப்பட்டகங்களின் கன அளவு காண்க.

   (அ) அடிப்பரப்பு = 350 செ.மீ^{2}, உயரம் = 24 செ.மீ

   (ஆ) அடிப்பரப்பு = 50 மீ^{2}, உயரம் = 15 மீ

8. பின்வரும் முக்கோணப் பட்டகங்களின் உயரத்தைக் கணக்கிடுக.

   (அ) கன அளவு = 12000 செ.மீ^{3}, அடிப்பரப்பு = 600 செ.மீ^{2}

   (ஆ) கன அளவு = 252 செ.மீ^{3}, அடிப்பரப்பு = 28 செ.மீ^{2}

9. சமபக்க முக்கோணப் பட்டகம் ஒன்றின் அடிப்பக்கம் 6செ.மீ. இதன் பக்கப் பரப்பு 72 செ.மீ^{2} எனில் பட்டகத்தின் உயரம் காண்க.

10. பின்வரும் கன செவ்வகங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றின் பக்கப்பரப்பு, மொத்தப் பரப்பு மற்றும் கன அளவு காண்க.

	நீளம்	அகலம்	உயரம்
(i)	5 செ.மீ	4 செ.மீ	3 செ.மீ
(ii)	10 செ.மீ	8 செ.மீ	6 செ.மீ
(iii)	25 மீ	25 மீ	20 மீ
(iv)	3.2 டெசிமீ	2.3 டெசிமீ	1.7 டெசிமீ
(v)	2 மீ	8 டெசி.மீ	1.5 செ.மீ

11. 50 செ.மீ × 30 செ.மீ × 10 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ஓர் அட்டைப்பெட்டியின் மொத்தப்பரப்பைக் காண்க

12. எண்ணெய் டின் ஒன்றின் அளவுகள் 24 செ.மீ × 24 செ.மீ × 30 செ.மீ இவ்வாறு 30 டின்கள் செய்வதற்குத் தேவைப்படும் தகட்டின் மொத்தப்பரப்பைக் காண்க. 1 சதுர மீட்டர் தகட்டின் விலை ரூ.10 எனில் இவ்வகையான 30 டின்கள் செய்வதற்கு ஆகும் செலவு என்ன?

13. 0.5 மீ நீளமும், 25 செ.மீ அகலமும், 15 செ.மீ உயரமும் உள்ள மூடிய அட்டைப்பெட்டி ஒன்றினைச் செய்வதற்கு தேவையான அட்டைத்தாளின் மொத்தப் பரப்பு காண்க.

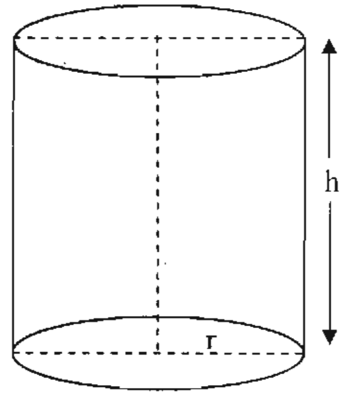
14. பின்வரும் விளிம்பு அளவுகள் கொண்ட கன சதுரங்களின் புக்கப் பரப்பு, மொத்தப் பரப்பு மற்றும் கன அளவு காண்க.
(i) 1.5 செ.மீ (ii) 27 செ.மீ (iii) 7.2 மீ (iv) 8.3 மீ
15. கன சதுர வடிவிலான தண்ணீர்த் தொட்டி (metal water container) ஒன்றின் விளிம்பின் அளவு 12 மீ எனில், இதன் மொத்தப்பரப்பைக் காண்க.
16. ஒரு கன சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு 1014 ச.செ.மீ எனில் இதன் ஒரு விளிம்பின் அளவு என்ன?
17. 216 செ.மீ^{3} கன அளவுள்ள கன சதுரம் ஒன்றின் பக்கப்பரப்பைக் காண்க.
18. 150 மீ^{2} மொத்தப்பரப்புள்ள கன சதுரத்தின் கன அளவு காண்க.
19. உலோகத்தினாலான ஒரு கன செவ்வகத்தின் நீளமும், அகலமும் முறையே 100 செ.மீ, 80 செ.மீ. இதன் கன அளவு 96000 செ.மீ^{3} எனில் இதன் உயரத்தைக் காண்க.
20. இரும்பு அலமாரி ஒன்றின் நீளம் 80 செ.மீ அகலம் 50 செ.மீ உயரம் 180 செ.மீ. இதன் வெளிப்பக்கங்கள் முழுமையும் வர்ணம் பூச சதுரமீட்டருக்கு ரூ.20 வீதம் ஆகும் செலவு என்ன?
21. 900 செ.மீ^{2} பக்கப்பரப்பளவுள்ள கன சதுரத்தின் கனஅளவு காண்க.

சிந்திக்க: முப்பரிமாணம், இரு பரிமாணம் ஆகியவற்றில் பக்கம் என்ற கருத்தினை வெவ்வேறு பொருள்பட பயன்படுத்துவதை அறிக.

3.3.2 உருளை, கூம்பு, கோளம் மற்றும் அரைக்கோளம் இவற்றின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்.

இதற்கு முன் உள்ள பாடங்களில் கன உருவங்களான முக்கோணப்பட்டகம் மற்றும் செவ்வகப்பட்டகம் ஆகியவற்றைப் பற்றிய விளக்கங்களைக் கற்றோம். மேலும் பக்கப் பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணும் முறைகளையும் அறிந்தோம்.

இப்பாடப்பகுதியில் கன உருவங்களான உருளை, கூம்பு, கோளம் மற்றும் அரைக்கோளம் பற்றிய விளக்கங்களையும், இவற்றின் வளைபரப்பு, மொத்தப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணும் முறைகள் பற்றியும் விளக்கமாக அறிவோம்.



படம் 3. 36

சாலை உருளைகள், தண்ணீர்க்குழாய்கள், எண்ணெய் டின்கள், வட்டமான தூண்கள், குழல் விளக்குகள் மற்றும் தண்ணீரைத் தேக்கி வைக்கும் கலன்கள் போன்ற உருவங்கள், உருளை வடிவங்களின் அமைப்பை நமது நினைவிற்கு கொண்டு வருவனவாகும்.

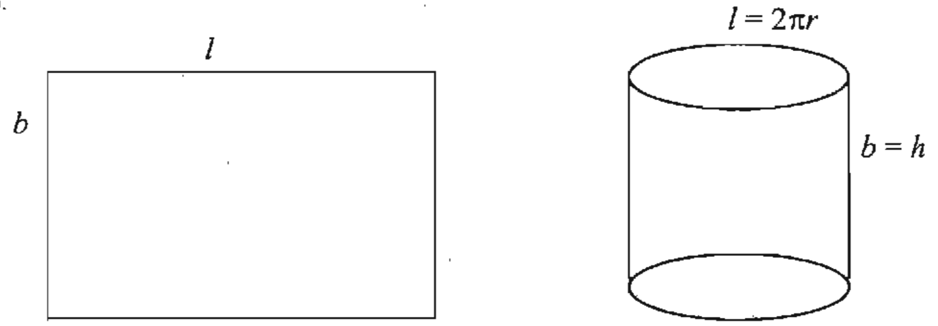
ஒரு நேர் உருளைக்கு இரு சமதளங்கள் உண்டு. இரு சமதளங்களும் வட்டவடிவிலும், ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவும் இருக்கும். இச்சமதளங்கள், ஒவ்வொன்றும் உருளையின் அடிப்பக்கம் எனப்படும்.

அடிப்பக்கங்களின் மையங்களைச் சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டு உருளையின் அச்சு எனப்படும். இந்த அச்சு அடிப்பக்கங்களுக்கு செங்குத்தாக அமையும். எனவே நாம் இதனை நேர் உருளை என்கிறோம். சமதள முனைகளைச் சேர்க்கும் பக்கப்பரப்பு அதன் வளைபரப்பு ஆகும்.

இதுவே நேர் உருளையின் வளைபரப்பு எனப்படும். இதன் அடிப்பக்கம் வட்டவடிவில் அமையும். எனவே அடிப்பக்கத்தின் ஆரம் உருளையின் ஆரம் எனப்படும். அடிப்பக்க ஆரமும் ('r') அச்சின் நீளமும் ('h') உருளையின் உருவத்தை அமைக்கும் இரு அளவுகளாகும். நேர் உருளையானது உள்ளீடற்றும் (இதன் இருபுறம் திறந்தும்), கெட்டி உருளையாகவும் (இதன் இருபுறம் மூடியும்) இருக்கலாம். உள்ளீடற்ற உருளை என்பது. வெளியில் வளைபரப்புடன் அமைவதாகும். கெட்டி உருளை என்பது, வெளியில் வளைபரப்பும் மேற்பரப்பின் அடிப்பரப்பும் உள்ளடங்கிய உருவமாகும். எனவே உருளையின் வளைபரப்பு என்பது கெட்டி உருளையின் ஒரு பகுதியாக அமைந்த பக்கப் பரப்பேயாகும்.

3.3.2 (அ) உருளையின் வளைபரப்பு காணல்

செவ்வக வடிவத்தாள் ஒன்றை எடுத்துக்கொள். இதன் இரு அகலப்பக்கங்களை ஒன்று சேர். இப்பொழுது உனக்கு இருபுறங்களும் திறந்துள்ள உள்ளீடற்ற உருளை கிடைக்கும்.



படம் 3.35

எனவே, இதிலிருந்து செவ்வகத்தாளின் பரப்பளவு உருளையின் வளைபரப்புக்குச் சமம் என்பது தெளிவாகிறது. செவ்வகத்தாளின் நீளம் உருளையின் அடிப்பக்கச் சுற்றளவாகவும், அகலம், உருளையின் உயரமாகவும் அமைகிறது.

செவ்வகத்தாளின் நீளம் $l =$ உருளையின் அடிச்சுற்றளவு (வட்டவடிவமானது)

$= 2\pi r$

தாளின் அகலம், b $=$ உருளையின் உயரம் $= h$

செவ்வகத்தாளின் பரப்பு $= l \times b$

$= 2\pi r \times h = 2\pi rh$

உருளையின் வளைபரப்பு **C.S.A. = $2\pi rh$** சதுர அலகுகள்

= அடிச்சுற்றளவு × உயரம்

3.3.2 (ஆ) உருளையின் மொத்தப்பரப்பு காணல்:

படம் 3.38 இல், உருளையின் உயரம் h அலகுகள், அடிப்பக்க ஆரம் r அலகுகள். ஒவ்வொரு அடிப்பக்கமும் வட்ட வடிவமானதால், இதன் ஆரம் r அலகுகளாகும்.

அடிச்சுற்றளவு $= 2\pi r$ அலகுகள்

அடிப்பரப்பு $= \pi r^2$ ச. அ

உருளையின் மொத்தப் பரப்பு

$= $ உருளையின் வளைபரப்பு $+ 2$ அடிப்பரப்பு

$= $ (அடிச்சுற்றளவு $\times$ உயரம்) $+$ (2 அடிப்பரப்பு)

$= [2\pi r \times h] + [2 \times \pi r^2]$

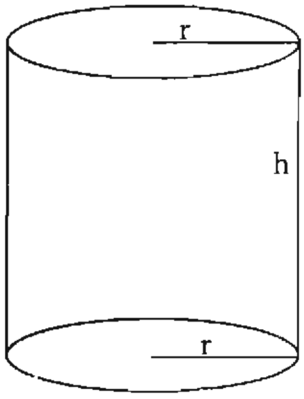
$= 2\pi r h + 2\pi r^2$

$= 2\pi r h + 2\pi r \times r$

$= 2\pi r (h + r)$.

$\therefore$ உருளையின் மொத்தப்பரப்பு

T.S.A = $2\pi r (h + r)$ சதுர அலகுகள்



படம் 3.38

3.3.2 (இ) உருளையின் கன அளவு காணல்:

பொதுவாக, ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் கனஅளவு = அடிப்பரப்பு × பட்டகத்தின் உயரம் என்பது நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்ததே.

இதேபோன்று, ஓர் உருளைக்கு இரு முனைகளிலும் வட்டமான இரு சமதளங்கள் உள்ளது. இவற்றில் ஒரு தளத்தினை உருளையின் அடிப்பக்கமாகவும், இதன் மீது உருளை நிற்பதாகவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். பட்டகத்தைப்போன்று, அடிப்பக்க ஆரம் r அலகும், உயரம் h அலகும் உடைய உருளையின்

கனஅளவு = உருளையின் அடிப்பரப்பு $\times$ உருளையின் உயரம்.

அடிப்பரப்பு $= \pi r^2$, உயரம் $= h$

$\therefore$ உருளையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 22:

ஒரு நேர் உருளையின் ஆரம் 7 செ.மீ உயரம் 10 செ.மீ எனில் இதன் (i) வளைபரப்பு (ii) மொத்தப்பரப்பு மற்றும் (iii) கன அளவு காண்க.

தீர்வு:

உருளையின் ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

உயரம், $h = 10$ செ.மீ

(i) உருளையின் வளைபரப்பு C.S.A.$= 2\pi r h$ சதுர அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 = 440$$

$\therefore$ உருளையின் வளைபரப்பு C.S.A. = 440 ச.செ.மீ.

(ii) உருளையின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. $= 2\pi r (h + r)$ சதுர அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 (10 + 7)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 17 = 748$$

$\therefore$ உருளையின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A = 748 ச.செ.மீ.

(iii) உருளையின் கன அளவு, $V = \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10 = 1540$$

$\therefore$ உருளையின் கன அளவு V = 1540 க.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 23:

352 செ.மீ^{2} வளைபரப்பும், 16 செ.மீ உயரமும் கொண்ட உருளையின் ஆரம் காண்க. இதன் கனஅளவையும் காண்க.

தீர்வு:

உருளையின் வளைபரப்பு $= 352$ ச.செ.மீ. (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

உயரம்,$h = 16$ செ.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

கணக்கின்படி, உருளையின் வளைபரப்பு , $2\pi rh = 352$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 16 = 352$$

$$r = 352 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{16} = 3.5$$

$r = 3.5$ செ.மீ

$\therefore$ உருளையின் ஆரம் $= 3.5$ செ.மீ

இப்பொழுது, $r = 3.5$ செ.மீ , $h = 16$ செ.மீ

உருளையின் கனஅளவு,$V = \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 16 = 616$$

$\therefore$ உருளையின் கனஅளவு $= 616$ க.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 24:

1056 செ.மீ^{3} கனஅளவும், 27 செ.மீ உயரமும் கொண்ட உருளையின் ஆரம் காண்க. இதன் வளைபரப்பையும் காண்க.

தீர்வு:

உருளையின் கன அளவு , $V = 1056$ செ.மீ^{3} (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

உயரம் $h = 27$ செ.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

உருளையின் கன அளவு, $V = \pi r^2 h$

$$\therefore \pi r^2 h = 1056$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times 21 = 1056$$

$$r^2 = 1056 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{21}$$

$$r^2 = 16$$

$$r = \sqrt{16} = 4$$

உருளையின் ஆரம் $r = 4$ செ.மீ

இப்பொழுது $r = 4$ செ.மீ, $h = 21$ செ.மீ

உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 21 = 528$$

$\therefore$ உருளையின் வளைபரப்பு C.S.A. $= 528$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 25:

ஓர் உருளையின் ஆரமும். உயரமும் சேர்ந்து 21 செ.மீ. இதன மொத்தப்பரப்பு 660 ச.செ.மீ எனில் உருளையின் உயரமும். கன அளவும் காண்க.

தீர்வு:

உருளையின் ஆரம் r, உயரம் h என்க

எனவே. கணக்கின்படி $h + r = 21$ செ.மீ

உருளையின் மொத்தப்பரப்பு $= 660$ ச.செ.மீ

$\therefore$ உருளையின் மொத்தப்பரப்பு $= 2\pi r\,(h + r)$

$$\therefore 2\pi r\,(h + r) = 660$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 21 = 660$$

$$r = 660 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{21}$$

$$r = 5$$

உருளையின் ஆரம் $r = 5$ செ.மீ

$h + r = 21$ என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே $h = 21 - 5$

$= 16$

உருளையின் உயரம் $h = 16$ செ.மீ

$r = 5$ செ.மீ , $h = 16$ செ.மீ

எனவே உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

$$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 16$$

$$= \frac{8800}{7} = 1257.14$$

$\therefore$ உருளையின் கன அளவு $= 1257.14$ க.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 26:

கட்டிடம் ஒன்றில் உள்ள 15 உருளை வடிவத்தூண்களைத் தூய்மையாக்கி புதுப்பிக்கப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு தூணின் விட்டம் 42 செ.மீ. உயரம் 5 மீ அளவுகள் உடையது. 1சதுர மீட்டருக்கு ரூ10 வீதம் அனைத்துத் தூண்களையும் புதுப்பிக்க ஆகும் செலவு என்ன?

தீர்வு:

உருளை வடிவ தூணின் விட்டம் $= 42$ செ.மீ

ஆரம் $r = \frac{42}{2}$

$\therefore$ ஆரம் $= 21$ செ.மீ

$= \frac{21}{100}$ மீ

உயரம் , $h = 5$ மீ

தூணின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அ

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{100} \times 5$$

$$= 6.6 \text{ மீ}^2$$

$\therefore$ 15 தூணின் வளைபரப்பு $= 6.6 \times 15$

$$= 99 \text{ மீ}^2$$

1 ச.மீக்கு தூய்மைசெய்ய ஆகும் செலவு = ரூ.10

99 ச.மீக்கு ஆகும் செலவு $= 99 \times 10 = 990$

$\therefore$ மொத்த செலவு = ரூ 990

பயிற்சி 3.4

($\pi = \frac{22}{7}$ எனக்கொள்க)

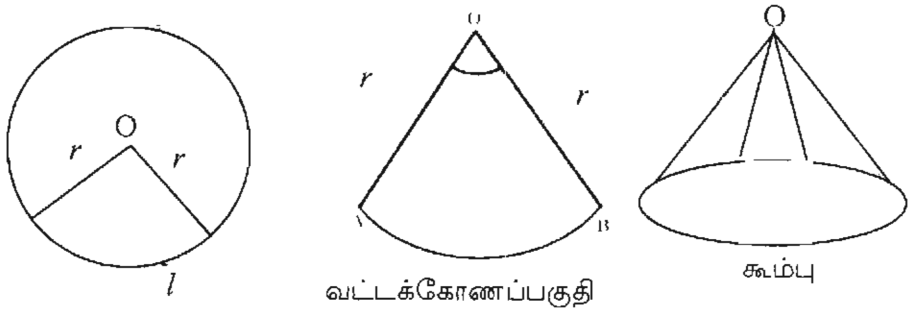
1. பின்வரும் நேர் உருளைகளின் வளைபரப்பு காண்க.
   (i) ஆரம் 7 மீ, உயரம் 20 மீ (ii) ஆரம் 3.5 செ.மீ, உயரம் 12 செ.மீ
   (iii) விட்டம் 21 செ.மீ, உயரம் 35 செ.மீ
2. பின்வரும் நேர் உருளைகளின் மொத்தப்பரப்பு காண்க
   (i) ஆரம் 14 செ.மீ, உயரம் 25 செமீ (ii) ஆரம் 5 செ.மீ, உயரம் 16 செ.மீ
   (iii) ஆரம் 0.21 மீ, உயரம் 910 செ.மீ
3. பின்வரும் நேர் உருளைகளின் கன அளவு காண்க
   (i) ஆரம் 70 செ.மீ, உயரம் 100 செ.மீ (ii) விட்டம் 5.6 செ.மீ, உயரம் 25 செ.மீ
   (iii) விட்டம் 21 செ.மீ, உயரம் 20 செ.மீ
4. நேர் உருளை ஒன்றின் அடிச்சுற்றளவு 308 செ.மீ இதன் உயரம் 40 செ.மீ எனில் உருளையின் வளைபரப்பு காண்க.
5. நேர் உருளை ஒன்றின் அடிப்பரப்பு 616 ச செ.மீ. இதன் உயரம் 72 செ.மீ எனில் உருளையின் கன அளவு காண்க.
6. தண்ணீர்த்தொட்டி ஒன்று உருளை வடிவமானது. இதன் அடியின் விட்டம் 28 மீ. இதன் ஆழம் 7 மீ எனில் தொட்டியில் எவ்வளவு கிலோலிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும் என்பதைக் காண்க.
7. மூடிய கெட்டி உருளை ஒன்றின் ஆரம் 20 செ.மீ. இதன் உயரம் 30 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப்பரப்பு காண்க
8. உருளை வடிவத்திலான தூணின் விட்டம் 50 செ.மீ இதன் உயரம் 3.5 மீ எனில் 1 சதுர மீட்டருக்கு ரூ.10 வீதம் தூணைச் சுற்றிலும் வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு என்ன?
9. உருளை ஒன்றின் அடிச்சுற்றளவு 66 செ.மீ. இதன் உயரம் 20 செ.மீ எனில் உருளையின் கன அளவு காண்க.
10. உருளை ஒன்றின் கன அளவு 4224 க.செ.மீ. இதன் உயரம் 21 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.
11. 12 செ.மீ விட்டமும், 70 செ.மீ உயரமும் உள்ள உருளை வடிவப்பாத்திரம் நிறைய பால்

நிரப்பப்பட்டுள்ளது. இதனை 6 செ.மீ விட்டமும். 14 செ.மீ உயரமும் கொண்ட எத்தனை உருளை வடிவக்கண்ணாடி பாட்டில்களில் நிரப்பலாம்?

12. ஓர் உருளையின் வளைபரப்பு 880 ச. செ.மீ. இதன் ஆரம் 10 செ.மீ எனில் உருளையின் கன அளவு காண்க.

3.3.3 கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்:

சீவப்பட்ட பென்சில் முனை மற்றும் குளிர்பாலேடு (ice cream) போன்றவை கூம்பு வடிவம் கொண்டவை. கெட்டியான தாளில் ஒரு வட்டத்தை வரைக. இதிலிருந்து ஒரு வட்டக் கோணப்பகுதியை வெட்டி எடுத்துக் கொள்க. படத்தில் காட்டியுள்ளதுபோல (படம் 3.39) அதன் ஆர விளிம்புகளை ஒன்றாகச் சேர்க்கும் போது நமக்கு ஒரு கூம்பு கிடைக்கின்றது.



வட்டக்கோணப்பகுதி கூம்பு

படம் 3.39

இதிலிருந்து நாம் அறிவது.

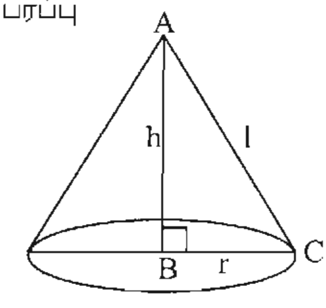
கூம்பின் சாயுயரம் = வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம்

கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு = வட்டக் கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம்

கூம்பின் வளைபரப்பு = வட்டக் கோணப்பகுதியின் பரப்பு

வட்ட மையம் 'O' கூம்பின் உச்சி (vertex) ஆகும்.

மேலும். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணப் பக்கங்களில் ஒன்றை நிலையான அச்சாக வைத்து சுழற்றுவதால் கிடைக்கும் கன உருவம் நேர்வட்டக் கூம்பு ஆகும்.



படம் 3.40

படம் 3.40 இல், ABC என்பது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும். இதில் செங்கோணப் பக்கங்களில் ஒன்றான AB ஐ நிலையாகக் கொண்டு சுழற்றவதால் கிடைக்கும் வளைபரப்பே கூம்பின் வளைபரப்பு எனப்படும். இதில் AB = h என்பது கூம்பின் செங்குத்து உயரமாகவும் AC = l என்பது கூம்பின் சாயுயரமாகவும் O என்பது கூம்பின் உச்சியாகவும் (vertex) கருதப்படும். கூம்பின் அடிப்பக்கம் வட்ட வடிவம்.

எனவே BC = r என்பது கூம்பின் அடி ஆரம் எனப்படும்.

3.3.3 (அ) கூம்பின் l, h மற்றும் r இவற்றிற்கிடையே உள்ள தொடர்பு:

பிதாகரசுத்தேற்றத்தின் படி ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கமானது. முக்கோணத்தின் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் ஆகும். இத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கூம்பின் l , h மற்றும் r இவற்றிற்கிடையே உள்ள தொடர்பினை $l^2 = h^2 + r^2$ என எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 27:
ஆரம் 5 செ.மீ, உயரம் 12 செ.மீ கொண்ட ஒரு கூம்பின் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் உயரம், $h = 12$.செ.மீ

ஆரம், $r = 5$ செ.மீ

சாயுயரம், $l = ?$

$$l^2 = h^2 + r^2$$
$$= 12^2 + 5^2$$
$$= 144 + 25 = 169$$
$$l = \sqrt{169} = \sqrt{13 \times 13} = 13$$

$\therefore l = 13$ செ.மீ

கூம்பின் சாயுயரம் $= 13$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 28:
25 செ.மீ சாயுயரமும், 7 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

$l = 25$ செ.மீ மற்றும் $r = 7$ செ.மீ

$$l^2 = h^2 + r^2$$
$$h^2 = l^2 - r^2$$
$$= 25^2 - 7^2$$
$$= (25 + 7)(25 - 7)$$
$$= 32 \times 18$$
$$= 16 \times 2 \times 9 \times 2$$
$$= 4^2 \times 3^2 \times 2^2$$
$$\mathrm{h} = \sqrt{4^2 \times 3^2 \times 2^2}$$
$$= 4 \times 3 \times 2 = 24$$

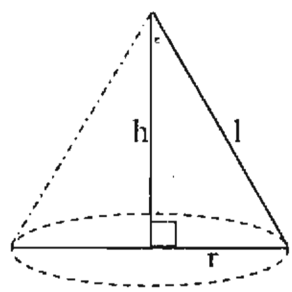
$\therefore$ உயரம் $= 24$ செ.மீ

3.3.3 (ஆ) நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு காணல்:

ஒரு கூம்பின் வளைபரப்பானது, வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பிற்குச் சமம் என்பது நமக்குத் தெரியும். மேலும், இப்பாடப்பகுதியில் 3.3.1 இல்,

வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times l\, r$ சதுர அலகுகள்

என்பதை நாம் அறிந்துள்ளோம். எனவே ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியைக் கூம்பாக அமைக்கும் போது, வட்டவில்லின் நீளம், கூம்பின் வட்டமாக அமைந்த அடிச்சுற்றளவாகவும் ($2\pi r$) வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம், கூம்பின் சாயுயரமாகவும் (l) மாறுகின்றது.



படம் 3.41

எனவே, கூம்பின் வளைபரப்பு = வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பு

$= \frac{1}{2}$ வில்லின் நீளம் × ஆரம்.

கூம்பின் வளைபரப்பு $= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times l$

$\therefore$ கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi rl$ சதுர அலகுகள்

3.3.3 (இ) கூம்பின் மொத்தப்பரப்பு காணல்:

கூம்பின் மொத்தப் பரப்பு = கூம்பின் வளைபரப்பு + அடிப்பரப்பு

$= \pi rl + \pi r^2$

$= \pi rl + \pi r \times r$

$= \pi r(l + r)$

$\therefore$ கூம்பின் மொத்தப் பரப்பு $= \pi r (l + r)$ சதுர அலகுகள்.

3.3.3 (ஈ) கூம்பின் கன அளவு காணல்:

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}$(அடிப்பரப்பு) × உயரம்

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$\therefore$ கூம்பின் கன அளவு $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ கன அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 29:

கூம்பு ஒன்றின் உயரம் 15 செ.மீ. இதன் அடிப்பரப்பு 314 செ.மீ^{2} இதன் கனஅளவு காண்க

தீர்வு:

கூம்பின் உயரம் = 15 செ.மீ

அடிப்பரப்பு (πr^2) = 314 செ.மீ^{2}

கன அளவு V $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$ கன அலகுகள்.

$= \frac{1}{3} \times 314 \times 15 = 1570$

$\therefore$ கன அளவு V = 1570 கன செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 30:

4 செ.மீ ஆரமும் 21 செ.மீ உயரமும் உள்ள கூம்பின் கன அளவு காண்க $\pi = \frac{22}{7}$).

தீர்வு:

கூம்பின் ஆரம், r = 4 செ.மீ

உயரம், h = 21 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$ க.அலகுகள்.

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 21 = 352$

$\therefore$ கன அளவு V = 352 க. செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 31:

4 செ.மீ ஆரமும் 30 செ.மீ^{3} கன அளவும் கொண்ட கூம்பு ஒன்றின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் ஆரம் = 4 செ.மீ

கன அளவு = 40π செ.மீ^{3}

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 40\pi$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4 \times 4 \times h = 40\pi$$

$$h = \frac{40 \times 3 \times \pi}{4 \times 4 \times \pi} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ செ.மீ}$$

கூம்பின் உயரம் = 7.5 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 32:

ஒரு கூம்பின் விட்டம் 14 செ.மீ. இதன் சாயுயரம் 9 செ.மீ கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் பரப்பு காண்க

தீர்வு:

கூம்பின் விட்டம், d = 14 செ.மீ

ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

சாயுயரம், l = 9 செ.மீ

கூம்பின் வளைபரப்பு = $\pi r l$ ச.அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 9 = 198$$

$\therefore$ C.S.A. = 198 ச.செ.மீ

கூம்பின் மொத்தப்பரப்பு = $\pi r(l+r)$ ச.அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 7\,(9 + 7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 16 = 352$$

மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = 352 ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 33:

ஒரு கூம்புக் கூடாரத்தின் அடியின் சுற்றளவு 17.6 மீ. இதன் சாயுயரம், 3.5 மீ. கூடாரம் அமைக்கத் தேவையான துணியின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு:

அடிச்சுற்றளவு = 17.6 மீ

$2\pi r$ = 17.6 மீ

$$\pi r = \frac{17.6}{2} = 8.8$$

= 8.8 மீ

கூம்பின் சாயுயரம் = 3.5 மீ

தேவையான துணியின் பரப்பளவு = கூம்பின் வளைபரப்பு

$= \pi rl$ ச.அலகுகள்
$= 8.8 \times 3.5$
$= 30.8$

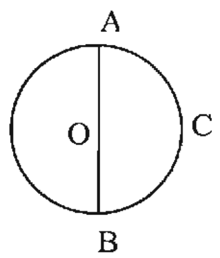
$\therefore$ தேவையான துணியின் பரப்பளவு $= 30.8$ ச.மீ

பயிற்சி 3.5

1. 15 மீ உயரமும், 17 மீ சாயுயரமும் உள்ள கூம்பின் ஆரம் காண்க.
2. 9 மீ ஆரமும், 40 மீ உயரமும் கொண்ட கூம்பின் சாயுயரம் காண்க.
3. 85 மீ சாயுயரம் 13 மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பின் உயரம் காண்க.
4. கூம்பு ஒன்றின் அடிப்பரப்பு 24 மீ^{2} இதன் உயரம் 40 மீ எனில் இதன் கன அளவு காண்க.
5. ஒரு கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு 72 மீ. இதன் சாயுயரம் 10 மீ கூம்பின் வளைபரப்பு காண்க.
6. 3.5 செ.மீ ஆரமும், 18 செ.மீ உயரமும் கொண்ட கூம்பின் கன அளவு காண்க.
7. 10.5 செ.மீ ஆரமும் 12 செ.மீ சாயுயரம் உள்ள கூம்பின் வளைபரப்பு காண்க.
8. 1.4 மீ ஆரமும், 3.6 மீ சாயுயரம் கொண்ட கூம்பின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.
9. ஒரு கூம்பின் கன அளவு 320π செ.மீ^{3} இதன் ஆரம் 5 செ.மீ எனில் இதன் உயரம் காண்க.
10. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள கூம்பு ஒன்றின் வளைபரப்பு 56π செ.மீ^{2} எனில், இதன் சாயுயரம் காண்க.

3.3.4 கோளங்கள் மற்றும் அரைக்கோளங்களின் வளைபரப்பு மற்றும் கன அளவு காணல்:

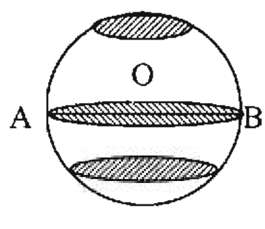
அன்றாட வாழ்வில் நாம் காணும் பொருட்களான பந்து, கோலிகள், உலக உருண்டை மற்றும் உலோக உருண்டை (Shotput) போன்றவை கோள வடிவங்களுக்கு எடுத்துக் காட்டுகளாகும். கோளத்தின் மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் ஒரு கோட்டுத்துண்டின் இரு முனைகளும் கோளத்தில் அமையும். இக்கோட்டுத்துண்டு கோளத்தின் விட்டமாகும்.



படம் 3.42

ஓர் அரை வட்டமானது அதன் விட்டத்தை அச்சாகக் கொண்டு சுழலும் போது ஏற்படும் கன உருவம், கோளம் எனப்படுகிறது.

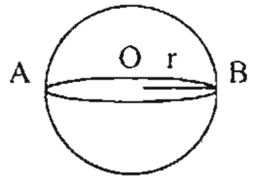
படம் 3.42 இல் AOB என்பது விட்டம். ACB என்பது அரைவட்டம் AB என்ற விட்டத்தைக் கொண்டு ACB என்ற அரைவட்டத்தை ஒருமுறை சுழலும்போது, கோள வடிவம் உருவாகிறது. அரை வட்டத்தின் மையமும், ஆரமும் கோளத்தின் மையமும், ஆரமுமாக அமையும். படம் 3.43 இல், AOB என்பது விட்டம். கோளத்தின் குறுக்கு வெட்டு ஒரு வட்டமான தளமாக அமைகிறது. அது கோளத்தின் மையப்புள்ளி வழியே அமையும்



படம் 3.43

வட்டமாக உள்ளது இதுவே கோளத்தின் மிகப் பெரிய வட்டமாகும். இது கோளத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கின்றது. ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரு அரைக் கோளமாகும். (படம் 3.44)

சிந்திக்க: கோளத்தின் விட்டமே, அதன் உயரமாகவும் அமைகின்றதல்லவா. மேலும் அரைக்கோளத்தின் உயரம் என்ன என்பதையும் அறிந்து கொள்க



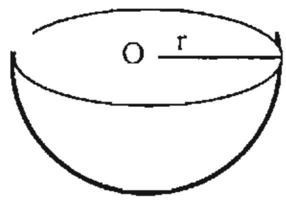
படம் 3.44

3.3.4 கோளத்தின் வளைபரப்பு காணல்:

கோளத்தின் வளைபரப்பை நாம் ஒரு செயல்முறை மூலமாகக் காணுவோம்.

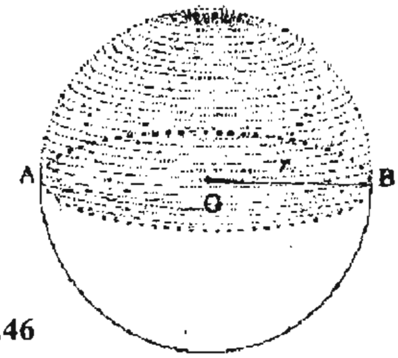
செயல்முறை:

r அலகுகள் ஆரம் உள்ள கோளம் ஒன்றினை எடுத்துக்கொள். இதன் மையம் O என்க. மையம் O வழியாகச் செல்லும் வட்டமான தளம் இக்கோளத்தை இரு அரைக் கோளங்களாகப் பிரிக்கின்றது. (படம் 3.45)



படம் 3.45

இப்பொழுது நாம் அரைக்கோளம் ஒன்றின் வளைவான மேற்பரப்பைக் கவனிப்போம். இதன் பகுதி தட்டையாக அமையவில்லை. எனவே இதன் பரப்பளவை இதன் மீது காகிதத்தை சுற்றி மடிப்பதன் மூலம் கண்டு பிடிக்க இயலாத ஒன்றாகும். எனவே இதன் வளைபரப்பினை புதிய மாறுபட்ட வழியில் காண வேண்டும். நீளமாக உள்ள கெட்டியான தடித்த நூலினை எடுத்துக்கொள். அரைக்கோளத்தின் மேல் வளைபரப்பில் சிறிதளவு பசை தடவு. இப்பொழுது இதன் உச்சி முனையிலிருந்து தொடங்கி தடித்த நூலினை படத்தில் உள்ளது போல் (படம் 3.46) சுருள் வட்ட அமைப்பில் நெருக்கமாக அதன் வளைபரப்பு முழுதும் பரவும் வரை சுற்றவும். பின்னர் இந்நூலை பிரித்தெடுத்து இதன் நீளத்தை அள. தனித்தாள் ஒன்றில் இக்கோளத்தின் ஆரத்திற்குச் சமமாக, இதே ஆர அளவுள்ள வட்டம் ஒன்று வரைக. இவ்வட்டப்பகுதி முழுவதும் சிறிதளவு பசை தடவு. மேற்கண்ட முறையில் இவ்வட்டத்தில் மையத்திலிருந்து தொடங்கி சுருள் வட்ட அமைப்பில் நெருக்கமாக தடித்த நூலினை நெருக்கமாக வட்டத்தினைச் சுற்றி வட்டப்பகுதி முழுமையும் வரும் வரை சுற்றவும். பின்னர் இந்நூலைப் பிரித்தெடுத்து நீளத்தை அளந்து பார். (படம் 3.47).



படம் 3.46

படம் 3.47

இதிலிருந்து அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு முழுவதும் சுற்றப்பட்ட நூலின் நீளமானது வட்டப்பகுதி முழுமையும் பரப்பப் பயன்படுத்தப்பட்ட நூலின் நீளத்தைப்போல் இருமடங்காக உள்ளது என்பதை நம்மால் காணமுடியும்.

வட்டத்தின் பரப்பு πr^2 சதுர அலகுகள் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

எனவே அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2 \times$ வட்டத்தின் பரப்பு

$\therefore$ ஓர் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2 \times \pi r^2 = 2\pi r^2$

$= 2\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

எனவே கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2 \times$ அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 2 \times 2\pi r^2 = 4\pi r^2$

$\therefore$ ஒரு கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

விவாதிக்க:

கோளத்தை பொருத்தவரை இதன் வளைபரப்பும், மொத்தப்பரப்பும் சமம் ஏன்?

3.3.4 (ஆ) ஓர் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு காணல்:

ஒரு கோளத்தின் மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் வட்டமான தளம் கோளத்தை இரண்டு அரைக்கோளங்களாகப் பிரிக்கின்றது. எனவே ஒரு கோளத்தின் வளைபரப்பின் பாதியே அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பாகும் என்பது தெளிவாகிறது.

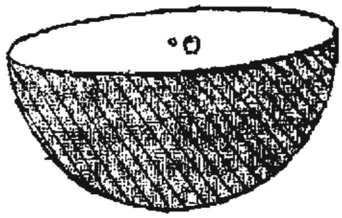
ஆகவே அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= \frac{1}{2} \times$ கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 = 2\pi r^2$

$\therefore$ ஓர் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

3.3.4 (இ) ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு காணல்:

ஒரு கெட்டி அரைக்கோளம் வளைவான ஒரு வளைபரப்பு பகுதியும், ஒரு சமதளபரப்பு பகுதியும் என இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. சமதள பகுதி வட்டமாக இருக்கும் (படம் 3.48)



படம் 3.48

ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு

$=$ அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $+$ தட்டையான பகுதியின் பரப்பு

$= 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

ஒரு அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= \mathbf{3\pi r^2}$ சதுர அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 34:

ஒரு கோளத்தின் விட்டம் 7 மீ. இதன் வளைபரப்பு காண்க.

தீர்வு:

விட்டம் $d = 7$மீ

ஆரம் $\frac{1}{2} \times 7 = \frac{7}{2}$ மீ

கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 154$$

கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 154$ ச.மீ

எடுத்துக்காட்டு 35:

கெட்டியான அரைக்கோளம் ஒன்றின் ஆரம் 21 செ.மீ எனில் இதன் மொத்தப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

கெட்டி அரைக்கோளத்தின ஆரம் $= 21$ செ.மீ

இதன் மொத்தப்பரப்பு $= 3\pi r^2$ ச.அ

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 4158$

கெட்டி அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= 4158$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 36:

ஓர் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு 1232 செ.மீ^{2}. இதன் விட்டத்தைக் காண்க

தீர்வு:

அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 1232$ செ.மீ^{2}

அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 2\pi r^2$ ச.அ (வாய்ப்பாடு)

கணக்கின்படி $2\pi r^2 = 1232$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1232$$

$$r^2 = 1232 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 = 196$$

$$r = \sqrt{196} = 14$$

$= 14$ செ.மீ

விட்டம் $= 2r$

$= 2 \times 14 = 28$

விட்டம் $= 28$ செ.மீ

3.3.4 (ஈ) கோளத்தின் கன அளவு காணல்

r அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளத்தின் கன அளவு காணும் வாய்ப்பாடு $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள் ஆகும். இதனை நாம் செயல்முறைச் சோதனையின் மூலம் நிரூபிக்க முடியும்.

செயல்முறைச் சோதனை:

r அலகு ஆரமுள்ள ஒரு கெட்டியான பந்து ஒன்றை எடுத்துக்கொள் $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ என்ற வாய்ப்பாட்டின் மூலம் மதிப்பு கண்டுபிடித்து, பின்வரும் அட்டவணையில் குறிக்க.

கோளம்	r	$\frac{4}{3}\pi r^3$	V	$V - \frac{4}{3}\pi r^3$
I				
II				
III				

இப்பொழுது பந்து நன்கு முழுகும் அளவிற்கு போதுமான அளவு உள்ள பாத்திரம் ஒன்றை எடுத்துக்கொள். இதன் விளிம்பு வரை முழுவதும் நீரால் நிரப்புக. பந்தை நீரில் முழுவதுமாக அமிழுமாறு பாத்திரத்தில் மெதுவாகப் போடவும். பாத்திரம் முழுமையும் நீரால் நிரம்பி உள்ளதால், பந்து நீரில் அமிழும் போது சிறிதளவு நீர் வெளியேறும்.. வெளியேற்றப்படும் நீரை சிறிதும் வீணாக்காமல், சிறிய பாத்திரம் ஒன்றில் சேமித்து, அளவு ஜாடியில் (measuring jar) ஊற்றி, இதன் கொள்ளளவு(கன அளவு) காண்க. இதனை V எனக்கொண்டு, அட்டவணையில் V (கன அளவினைக் குறிக்க).

இறுதியாக, $V - \frac{4}{3}\pi r^3$ என்பதைக் கணக்கிட்டு அட்டவணையில் கடைசி காலத்தில் குறிக்க.

அதேபோன்று வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்ட மூன்று பந்துகளைக் கொண்டு இச்சோதனையினைச் செய்து பார்க்க. அனைத்துச் சோதனைகளிலும், அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் உள்ள மதிப்புகள் O ஆக இருப்பதைக் காணலாம்.

அதாவது $V - \frac{4}{3}\pi r^3 = 0$ ஆவதைக் காணலாம்

$$V - \frac{4}{3}\pi r^3 = 0$$

எனவே, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள் ஆகும்.

எனவே கோளத்தின் கன அளவு $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்.

3.3.4 (உ) ஓர் அரைக்கோளத்தின் கன அளவு:

ஓர் அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $V = \frac{1}{2} \times$ கோளத்தின் கன அளவு

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$\therefore$ ஓர் அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 37:

4.2 மீ ஆரமுள்ள கோளத்தின் கன அளவு காண்க

தீர்வு:

$$\text{கோளத்தின் ஆரம்} = 4.2 \text{ மீ}$$

$$\text{கனஅளவு}, V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ க.அ}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2$$

$$= 310.464$$

$$\therefore \text{கோளத்தின் கன அளவு} = 310.464 \text{ கன மீ}$$

எடுத்துக்காட்டு 38:

அரைக்கோள வடிவத்தில் அமைந்த பாத்திரம் ஒன்றின் விட்டம் 126 செ.மீ. இப்பாத்திரத்தில் கொள்ளும் நீரின் கொள்ளளவினை லிட்டரில் காண்க.

தீர்வு:

அரைக்கோள வடிவப்பாத்திரத்தின் விட்டம் = 126 செ.மீ

$$\text{ஆரம் } r = \frac{d}{2} = \frac{126}{2}$$

$$= 63 \text{ செ.மீ}$$

பாத்திரத்தில் நீர் கொள்ளும் அளவு, அதன் கன அளவு என்பதை நாம் அறிவோம்.

$$\text{எனவே, கன அளவு } V = \frac{2}{3}\pi r^3 \text{ க.அலகுகள்}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 63 \times 63 \times 63$$

$$= 523908$$

$$= 523908 \text{ க. செ.மீ.}$$

$$1000 \text{ க செ.மீ} = 1 \text{ லிட்டர் ஆகும்.}$$

$$523908 \text{ க செ.மீ.} = \frac{523908}{1000}$$

$$= 523.908 \text{ லிட்டர்.}$$

பாத்திரத்தில் நீரின் கனஅளவு = 523.908 லிட்டர்.

எடுத்துக்காட்டு 39:

கோளவடிவப் பந்து ஒன்றின் கனஅளவு $1437\frac{1}{3}$ கனசெ.மீ எனில் இதன் விட்டம் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கோளவடிவப் பந்தின் கனஅளவு} = 1437\frac{1}{3} \text{ கனசெ.மீ}$$

$$\text{ஆனால், கனஅளவு} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ க.அலகுகள்}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 = 1437\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 1437\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = \frac{4312}{3}$$

$$r^3 = \frac{4312}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22}$$

$$r = \sqrt[3]{343}$$

$$= \sqrt[3]{7^3} = 7$$

ஆரம் . r = 7 செ.மீ

விட்டம் , d = 2 r

= 2 × 7 = 14

விட்டம் d = 14 செ.மீ

∴ பந்தின் விட்டம் = 14 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 40:

ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு 41.58 மீ^{2} எனில் இதன் கனஅளவு காண்க.

தீர்வு:

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு காண, நமக்கு இதன் ஆரத்தின் அளவு கண்டுபிடிக்கப்படல் வேண்டும். எனவே கொடுக்கப்பட்ட மொத்தப்பரப்பிலிருந்து அரைக்கோளத்தின் ஆரத்தை முதலில் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு = $3\pi r^2$ ச.அலகுகள்

கணக்கின்படி $3\pi r^2 = 41.58$

$$3 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 41.58$$

$$r^2 = 41.58 \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{22}$$

$$= 4.41$$

$$r = \sqrt{4.41}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{100}} = \sqrt{\frac{9 \times 49}{10^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{3^2 \times 7^2}{10^2}} = \frac{3 \times 7}{10}$$

$$= \frac{21}{10} = 2.1$$

r = 2.1 மீ

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு,V $= \frac{2}{3}\pi r^3$ க.அலகுகள்

$$V = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$$

$$= 19.404$$

$\therefore$ கன அளவு $V = 19.404$ மீ^{3}

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = 19.404 மீ^{3}

பயிற்சி 3.6

1. பின்வரும் ஆர அளவுகள் கொண்ட கோளங்களின் வளைபரப்பு காண்க
   (i) 14 செமீ (ii) 3.5 செ.மீ (iii) 7 டெசி.மீ
2. பின்வரும் விட்ட அளவுகள் கொண்ட அரைக்கோளங்களின் வளைபரப்பு காண்க
   (i) 56 செ.மீ (ii) 9.8 மீ (iii) 21 செ.மீ
3. பின்வரும் ஆர அளவுகள் கொண்ட அரைக்கோளங்களின் மொத்தப் பரப்பு காண்க
   (i) 2.8 மீ (ii) 42 செ.மீ (iii) 7.7 டெசி.மீ
4. பின்வரும் விட்ட அளவுகள் கொண்ட கோளங்களின் கன அளவு காண்க
   (i) 12.6 செ.மீ (ii) 30 செமீ (iii) 21 டெசி.மீ
5. பின்வரும் விட்ட அளவுகள் கொண்ட அரைக்கோளங்களின் கன அளவு காண்க
   (i) 8.4 செமீ (ii) 7 டெசி.மீ (iii) 42 டெசி.மீ
6. பூமியை ஒரு கோளமாகக் கருதலாம். அதன் ஆரம் 6370 கிமீ எனில் வளைபரப்பு காண்க.
7. ஆர அளவு 7 மீ கொண்ட ஒரு கெட்டி அரைக்கோளத்தின் மேற்பரப்பு மொத்தமும் வர்ணம் பூச, சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 20 வீதம் ஆகும் செலவு என்ன?
8. 154 செ.மீ^{2} வளைபரப்புள்ள கோளத்தின் கன அளவு காண்க?
9. அரைக்கோள வடிவிலான ஒரு தொட்டியின் கொள்ளளவு (கன அளவு) 19.404 லிட்டர் எனில் இதன் ஆரம் காண்க.
10. டென்னிஸ் பந்து ஒன்றின் ஆரம் 2.1 செ.மீ எனில், இதன் கன அளவு காண்க.

நினைவில் கொள்க

1. ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் வட்டகோணம் D^0 மற்றும் ஆரம் r அலகுகள் எனில், இதன் வில்லின் நீளம் $l = \frac{D}{360} \times 2\pi r$ அலகுகள்.

2. ஒரு வட்ட கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள்.

3. அ) D^0 வட்ட கோணமும், r அலகுகள் ஆரமும் கொண்ட ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பு $A = \frac{D}{360} \times \pi r^2$ ச.அலகுகள்.

ஆ) வில்லின் நீளம் l அலகுகள், ஆரம் r அலகுகள் உள்ள ஒரு வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பு $A = \frac{1}{2}\, l r$ ச.அலகுகள்.

4. கன சதுரம், கன செவ்வகம், உருளை, கூம்பு மற்றும் கோளம் போன்றவை கன உருவங்களாகும். இவைகள் வெளியில் குறிப்பிட்ட அளவு இடத்தை அடைத்துக் கொள்ளும். இந்த வெளியின் பகுதிக்கு குறிப்பிட்ட தடிமன் அல்லது உருவ அமைப்பு

உள்ளது. இம்மாதிரியான திடப்பொருட்கள் கன உருவங்கள் எனப்படும். இப்படிப்பட்ட திடப்பொருட்களான கன உருவங்களே முப்பரிமாண (3D) உருவங்களாகும். எனவே காகிதத்தில் வரையப்படும் முப்பரிமாண உருவங்கள் அனைத்தும் ஒரு மாயத் தோற்றம் என்பது தெளிவாகிறது.

5. முக்கோணப்பட்டகத்தின் புறப்பரப்பு L.S.A. = ph ச.அலகுகள். (இதில் p என்பது பட்டகத்தின் அடிச்சுற்றளவு, h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்)

6. முக்கோணப் பட்டகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = $ph + 2A$ ச.அலகுகள். (இதில் p என்பது பட்டகத்தின் அடிச்சுற்றளவு, A என்பது பட்டகத்தின் அடிப்பரப்பு h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்).

7. முக்கோணப்பட்டகத்தின் கன அளவு $V = Ah$ கன அலகுகள் (இதில் A என்பது பட்டகத்தின் அடிப்பரப்பு h என்பது பட்டகத்தின் உயரம்)

8. ஒரு கன செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A. = $2h(l+b)$ ச.அலகுகள். (இதில் l, b, h என்பன முறையே கன செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியவற்றைக் குறிக்கின்றன.)

9. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு L.S.A = $4a^2$ ச.அலகுகள். (இதில் a கன சதுரத்தின் ஒரு விளிம்பின் பக்க அளவாகும்)

10. ஒரு கன செவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = $2(lb + bh + lh)$ ச.அலகுகள்.

11. ஒரு கன சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = $6a^2$ ச.அலகுகள்.

12. ஒரு கன செவ்வகத்தின் கன அளவு $V = lbh$ கன அலகுகள்.

13. ஒரு கன சதுரத்தின் கன அளவு $V = a^3$ கன அலகுகள்.

14. ஒரு உருளையின் வளைபரப்பு L.S.A. = $2\pi rh$ ச.அலகுகள்.

15. ஒரு உருளையின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = $2\pi r(h + r)$ ச.அலகுகள்.

16. பிதாகரசுத்தேற்றத்தின் படி ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், கர்ணத்தின் வர்க்கமானது, அம்முக்கோணத்தின் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் ஆகும்.

17. ஒரு கூம்பின் l, h மற்றும் r இவற்றின் தொடர்பு $l^2 = h^2 + r^2$ ஆக இருக்கும்.

18. ஒரு கூம்பின் வளைபரப்பு, C.S.A = πrl ச.அலகுகள்.

19. ஒரு கூம்பின் மொத்தப்பரப்பு T.S.A. = $\pi r(l + r)$ ச.அலகுகள்.

20. ஒரு கூம்பின் கனஅளவு , $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ க.அலகுகள்.

21. ஒரு கோளத்தின் வளைபரப்பு = $4\pi r^2$ ச.அலகுகள்.

22. ஓர் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு C.S.A. = $2\pi r^2$ ச.அலகுகள்.

23. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு = $3\pi r^2$ ச.அலகுகள்.

24. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ க.அலகுகள்.

25. ஓர் அரைக்கோளத்தின் கன அளவு $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ க. அலகுகள்

4. இயற்கணிதம்

மாறிகள் மற்றும் மாறிலிகள் பற்றி முன் வகுப்புகளில் நாம் கற்றுள்ளோம். எளிய சமன்பாடுகள், எளியசமன்பாடுகள் அமைத்தல் மற்றும் அவற்றின் தீர்வு காண்பதற்கான விதிகள் பற்றியும் கற்றுள்ளோம். இவ்வகுப்பில் மேற்கண்ட கருத்துகளைப் பற்றி மீள்பார்வை செய்தபின்னர் சூத்திரங்கள் எப்படி அமைப்பது என்பது பற்றி கற்க உள்ளோம். மேலும் இரண்டு மாறிகளில் அமைந்துள்ள ஒருங்கமை ஒருபடி சமன்பாடுகள் எப்படி அமைப்பது, அவற்றின் தீர்வினை எவ்வாறு காண்பது என்பது பற்றியும் கற்க உள்ளோம்.

4.1 சூத்திரம் அமைத்தல்

4.1.1 திருப்புதல்

மாறி:

ஓர் உறுப்பு வெவ்வேறான எண் மதிப்புகளைப் பெற்றால் அது ஒரு மாறி எனப்படும். மாறிகளை x, y, z போன்ற எழுத்துக்களால் குறிப்பது வழக்கம்.

ஒருகோவையின் மதிப்புக்காணல் :

மாறிகளை எண் மதிப்புகளால் மாற்றும் முறை பிரதியிடுதல் என்ப்படும். எனவே ஒரு கோவையின் மதிப்பு அதில் உள்ள மாறியின் மதிப்பைச் சார்ந்திருக்கும்.,

எடுத்துக்காட்டு 1:

$x = 5$ எனில் $3x + 7$ என்ற கோவையின் மதிப்பைக்காண்க

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோவை $3x + 7$ ல் $x = 5$ எனப் பிரதியிடுக

$$3x + 7 = 3\,(5) + 7$$
$$= 15 + 7 = 22$$

எனவே கோவையின் மதிப்பு 22 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு கன செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 10 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ. கன செவ்வகத்தின் கன அளவு $V = lbh$ க.அ எனில் அதன் கனஅளவு காண்க.

தீர்வு:

கணக்கின்படி, நீளம் $l = 10$ செ.மீ, அகலம் $b = 7$ செ.மீ மற்றும் உயரம் $h = 5$ செ.மீ

கன செவ்வகத்தின் கன அளவு $V = lbh$ க.அ.

$= 10 \times 7 \times 5$ (l, b, h மதிப்புகளைப் பிரதியிடுதல்)

$V = 350$ க.செ.மீ.

எனவே கன அளவு, $V = 350$ க.செ.மீ.

இயற்கணிதச் சமன்பாடு:
தெரியாத உருக்கள் அல்லது மாறிகளைக் கொண்டு சமநிலையுள்ள ஒரு கூற்று இயற்கணிதச் சமன்பாடு எனப்படும்.
கீழ்க்கண்டவை இயற்கணிதச் சமன்பாடுகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.
(அ) $x + 3 = 7$ (ஆ) $3m + 2 = 8 - 2m$ (இ) $p - q = 6$ (ஈ) $4y = 36$ (உ) $a^2 - 3 = 22$

எளிய சமன்பாடு:
ஓர் அடுக்கு கொண்ட ஒரே ஒரு மாறியுடைய சமன்பாடு எளிய சமன்பாடு எனப்படும்.
மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளில் (அ) $x + 3 = 7$ (ஆ) $3m + 2 = 8 - 2m$ (ஈ) $4y = 36$ ஆகியன எளிய சமன்பாடுகள் ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு:
ஒரு மாறியின் எந்த மதிப்பு அந்தச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறதோ அந்த மதிப்பு அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு என்றழைக்கப்படுகிறது.
ஒரு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான விதிகள்:
விதி 1: ஒரு மிகை மாறிலியை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அது ஒரு குறைமாறிலியாக மாறும்.
விதி 2: ஒரு குறைமாறிலியை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அது ஒரு மிகை மாறிலியாக மாறும்.
விதி 3: ஒரு மாறியின் கெழுவை இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்திலிருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அதன் பெருக்கல் தலைகீழியாக மாறும்.

எடுத்துக்காட்டு 3:
ஓர் எண் மற்றும் 18 இவற்றின் கூடுதல் 25. இதற்கான எளிய சமன்பாட்டை அமைக்க.
தீர்வு:
தெரியாத எண்ணை x என்க.
x மற்றும் 18 ன் கூடுதல் 25. அதாவது. $x + 18 = 25$
$\therefore x + 18 = 25$ தேவையான எளிய சமன்பாடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4:
தீர்க்க : $7x - 5 = 79$
தீர்வு:
$7x - 5 = 79$
$7x = 79 + 5$ (விதி 2இன்படி)
$7x = 84$
$x = 84 \times \frac{1}{7}$ (விதி 3இன்படி)
$\therefore x = 12$

எடுத்துக்காட்டு 5:
ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணின் மூன்றில் ஒரு பங்கு 9. அந்த எண்ணைக் காண்க

தீர்வு:

தெரியாத எண்ணை m என்க. m இன் மூன்றில் ஒரு பங்கு $\frac{1}{3} \times m$

ஆனால் கணக்கின்படி $\frac{1}{3}m = 9$

$m = 9 \times 3$ (விதி 3 இன்படி)

$m = 27$

$\therefore$ அந்த எண் 27 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6:

தீர்க்க $\frac{x-2}{2x+1} = \frac{3}{11}$

தீர்வு:

வழிமுறை 1:

$$\frac{x-2}{2x+1} = \frac{3}{11}$$

இரண்டு பக்கமும் 11 ஆல் பெருக்க.

$$11 \times \frac{x-2}{2x+1} = \frac{3}{11} \times 11$$

$$\frac{11(x-2)}{2x+1} = 3$$

மீண்டும் இரண்டு பக்கமும் $(2x + 1)$ஆல் பெருக்க.

$$(2x + 1) \times \frac{11(x-2)}{2x+1} = 3\,(2x + 1)$$

$$11\,(x - 2) = 3\,(2x + 1)$$

$$11x - 22 = 6x + 3$$

$$11x - 6x = 3 + 22$$

$$5x = 25$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

$$\therefore x = 5.$$

வழிமுறை 2:

$$\frac{x-2}{2x+1} = \frac{3}{11}$$

குறிப்பு:

இடப்பக்கமுள்ள பகுதியை வலப்பக்கம் எடுத்துச் சென்றால் வலப்பக்கத்தில்

தொகுதியாகவும், வலப்பக்கமுள்ள பகுதியை இடப்பக்கம் எடுத்துச் சென்றால் இடப்பக்கத்தில் தொகுதியாகவும் மாறும். இவ்வகையான இடமாற்றத்தைக் **குறுக்குப் பெருக்கல் விதி** என்று அழைக்கிறோம்.

$$11(x-2) = 3(2x+1) \quad \text{(குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி)}$$

$$11x - 22 = 6x + 3$$

$$11x - 6x = 3 + 22$$

$$5x = 25$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

$$\therefore x = 5.$$

பயிற்சி 4.1

1. $x = 5$, $y = -2$ மற்றும் $z = 3$ எனில் கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.

   (i) $x + y + z$ (ii) $2x + 3y$ (iii) $x^2 + yz$ (iv) $x^2 - z^2$ (v) $3x - 2y + 5z$

2. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $A = lb$ ச.அலகுகள் மற்றும் அதன் சுற்றளவு, $p = 2(l + b)$ அலகுகள் எனத்தரப்பட்டுள்ளது. $l = 12$மீ, $b = 7$ மீ எனில் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு காண்க.

3. கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

   (i) $m + 11 = 20$ (ii) $a - 5 = 14$ (iii) $6x = 42$ (iv) $\frac{y}{5} = 12$

   (v) $4x - 7 = 61$ (vi) $4c - 3 = 2c + 27$ (vii) $\frac{2x-1}{3} = \frac{x-3}{2}$

   (viii) $\frac{5x+6}{6} = \frac{2x+5}{3}$

4. கீழ்க்கண்ட கூற்றுக்களுக்கு எளிய சமன்பாடுகள் அமைத்து தீர்வு காண்க
   - (i) ஓர் எண் மற்றும் 12 இன் கூடுதல் 75. அந்த எண்ணைக் காண்க.
   - (ii) 18, ஓர் எண்ணின் இருமடங்கைவிட 8 குறைவு. அந்த எண்ணைக் காண்க.
   - (iii) 7 புத்தகங்களின் மொத்த விலை ரூ.245 ஒரு புத்தகத்தின் விலையைக் காண்க.
   - (iv) ஓர் எண்ணின் 6 மடங்கில் இருந்து 14 ஐக் கழித்தால் 34 கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க.
   - (v) எழிலின் வயது 22. அவளது தாயைவிட அவள் 26 வயது இளையவள் எனில் தாயாரின் வயதைக் காண்க.

4.1.2 சூத்திரம் அமைத்தல்:

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவானது அதன் நீளம் மற்றும் அகலம் இவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமம் என்பதை நாம் அறிவோம். பரப்பளவு, நீளம் மற்றும் அகலம் இவற்றை முறையே A, l மற்றும் b என்ற குறியீடுகளால் குறித்தோமானால் இக்குறியீடுகளுக்கு (மாறிகளுக்கு) இடையே ஒரு தொடர்பைப் பெறலாம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் மற்றும் அகலத்தின் பெருக்கல் பலன்.

அதாவது, பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

$\therefore$ $A = l \times b$ என்பதே அந்தத் தொடர்பு ஆகும்.

இந்தத் தொடர்பை நாம் சூத்திரம் (formula) என்றழைக்கிறோம். எனவே செவ்வகத்தின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம் $A = l \times b$ ஆகும். இதில் A ஆனது சூத்திரத்தின் முதன்மைப்பகுதி (subject) ஆகும்.

சூத்திரம்:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு ஒரு சூத்திரம் எனப்படும்.

சூத்திரத்தின் முதன்மைப்பகுதி:

ஒரு மாறியானது மற்ற மாறிகள் மூலம் குறிக்கப்படுமானால் அந்த மாறி சூத்திரத்தின் முதன்மைப்பகுதி எனப்படும்.

முதன்மைப்பகுதியை மாற்றி அமைத்தல்:

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மற்றும் அகலம் மட்டும் தரப்பட்டிருந்தால் அதன் நீளத்தைக் காணலாம். இதற்கு l ஆனது முதன்மைப்பகுதியாக அமையுமாறு சூத்திரத்தை மாற்றி எழுத வேண்டும்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு , $A = l \times b$

முதலாவதாக, சூத்திரத்தின் இடப்பக்கம் மற்றும் வலப்பக்கங்களை மாற்றி எழுத வேண்டும்.

அதாவது $l \times b = A$

பின்னர் 'b' ஐ மட்டும் வலப்பக்கம் கொண்டு செல்லவேண்டும்.

$$l = A \times \frac{1}{b} \quad \text{(விதி 3 இன்படி)}$$

$\therefore$ $l = \dfrac{A}{b}$ என்பது 'l' ஐ முதன்மைப்பகுதியாகக் கொண்ட தேவையான சூத்திரம் ஆகும்.

விவாதிக்க:

மேற்கண்ட சூத்திரத்தில் அகலம் முதன்மைப்பகுதியாக அமையுமாறு மாற்றி எழுதுக.

எடுத்துக்காட்டு 7:

(i) பக்க அளவு 'a' அலகுகள் மற்றும் பரப்பளவு A ச.அலகுகள் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம் எழுதுக. சூத்திரத்தின் முதன்மைப்பகுதியை எழுதுக.

(ii) $a = 8.5$ செ.மீ எனில் A இன் மதிப்பு காண்க.

(iii) சூத்திரத்தில் 'a' முதன்மைப்பகுதியாக அமையுமாறு மாற்றி எழுதுக. A = 196 ச.செ.மீ எனில் 'a' இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

(i) சதுரத்தின் பரப்பளவு காணும் சூத்திரம், $A = a^2$ ச.அலகுகள்

சூத்திரத்தின் முதன்மைப்பகுதி A ஆகும்.

(ii) $A = a^2$ என்ற சூத்திரத்தில் $a = 8.5$ செ.மீ எனப் பிரதியிடுக.

$$A = a^2$$
$$= 8.5 \times 8.5 = 72.25$$

$\therefore A = 72.25$ ச.செ.மீ.

(iii) சதுரத்தின் பரப்பளவு $A = a^2$ ச.அலகுகள்

அதாவது , $a^2 = A$ (இடப்பக்கம் மற்றும் வலப்பக்கங்களை மாற்றி அமைத்தல்)

$$a = \sqrt{A} \quad \text{(எப்படி?)}$$

ஆனால் , A = 196 ச.செ.மீ. (தரப்பட்டுள்ளது)

$$a = \sqrt{196} = 14$$

$$\therefore a = 14 \text{ செ.மீ}$$

எடுத்துக்காட்டு 8:

ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றள்வு P ஆனது அதன் நீளம் l மற்றும் அகலம் b இவற்றின் கூடுதலின் இரு மடங்கு ஆகும்.

(i) சுற்றளவு காண்பதற்கான சூத்திரம் அமைக்க

(ii) P = 34 செ.மீ. l = 10 செ.மீ எனில் b இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூற்றில் இருந்து

சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)

அதாவது, $P = 2\ (l + b)$ என்பது தேவையான சூத்திரம் ஆகும்.

(ii) b இன் மதிப்பு காண்பதற்கு b ஐ முதன்மைப்பகுதியாக மாற்றி சூத்திரத்தை எழுத வேண்டும்.

$$P = 2\,[l + b]$$

$$2\,[l + b] = P$$

$$l + b = \frac{1}{2} \times P$$

$$b = \frac{P}{2} - l$$

இனி P = 34 மற்றும் l =10 என மேலே உள்ள படியில் பிரதியிட.

$$b = \frac{34}{2} - 10$$

$$= 17 - 10 = 7$$

$$\therefore b = 7 \text{ செ.மீ}$$

பயிற்சி 4.2

1 முதல் 6 வரையுள்ள ஒவ்வொரு கூற்றுக்கும் ஒரு சூத்திரம் அமைக்க :

1. ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு (P) ஆனது அதன் பக்க அளவின் (a) நான்கு மடங்கு ஆகும்.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு (A) ஆனது அதன் அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) இன் பெருக்கல் பலனில் பாதி ஆகும்.
3. ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு (A) ஆனது அதன் அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) இவற்றின் பெருக்கல் பலன் ஆகும்.

4. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு (C) ஆனது π மற்றும் அதன் ஆரம் (r) இன் பெருக்கல் பலனைப் போல இருமடங்கு ஆகும்.
5. ஒரு கன செவ்வகத்தின் கன அளவு (V) ஆனது அதன் நீளம் (l), அகலம் (b), உயரம் (h) இவற்றின் பெருக்கல் பலன் ஆகும்
6. ஓர் உருளையின் வளைபரப்பு (A) ஆனது π, ஆரம் (r) மற்றும் உயரம் (h) இவற்றின் பெருக்கல் பலனின் இருமடங்கு ஆகும்.
7. $A = \frac{1}{2}d_1d_2$ என்ற சூத்திரத்தில் d_1 ஐ முதன்மைப் பகுதியாக மாற்றுக. $A = 30$ மற்றும் $d_2 = 12$ எனில் d_1 இன் மதிப்பு காண்க.
8. $V = lbh$ என்ற சூத்திரத்தில் h ஐ முதன்மைப் பகுதியாக மாற்றுக. $V = 72$, $l = 6$ மற்றும் $b = 4$ எனில் h இன் மதிப்பு காண்க.
9. $C = \pi d$ என்ற சூத்திரத்தில் d ஐ முதன்மைப் பகுதியாக மாற்றுக $C = 44$, $\pi = \frac{22}{7}$ எனில் d இன் மதிப்பு காண்க
10. $A = \pi rl$ என்ற சூத்திரத்தில் l ஐ முதன்மைப் பகுதியாக மாற்றுக. $A = 220$, $r = 7$ மற்றும் $\pi = \frac{22}{7}$ எனில் l இன் மதிப்பு காண்க.

4.2 ஒருங்கமை ஒருபடி சமன்பாடுகள்:

4.2.1 எளிய சமன்பாடுகளை நடைமுறை கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்
4.2.2 இரண்டு மாறிகள் கொண்ட ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகள்
4.2.3 ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகளின் தீர்வு காணும் முறைகள்
4.2.4 ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகளை நடைமுறை கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.

4.2.1 எளிய சமன்பாடுகளை நடைமுறை கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்:

தெரிந்த மற்றும் தெரியாத உருக்களுக்கிடையே தொடர்புடைய சில நடைமுறை கணக்குகளைக் கருதுவோம். சொற்களால் சொல்லப்பட்டுள்ள இத்தொடர்புகளை மாறிகளைப் பயன்படுத்தி எளிய சமன்பாடுகளாக அமைக்கிறோம்.

வழிக்கணக்குகளின் தீர்வு காண சில முக்கிய படிகள்:

1) **கணக்கை கவனமாகப்படித்து என்ன தரப்பட்டுள்ளது மற்றும் என்ன கேட்கப்பட்டுள்ளது என்பதைக் குறித்துக் கொள்க.**
2) **தெரியாத உருக்களை x, y, z போன்ற சில எழுத்துக்களால் குறிக்க.**
3) **சொற்களில் கூறப்பட்டுள்ள கூற்றுகளைப் படிப்படியாக இயன்ற அளவு கணிதக் கூற்றுகளாக மாற்றம் செய்க.**
4) **எந்தெந்த உருக்களுக்கு எவை சமம் என்பதைக் கண்டுணர்ந்து பொருத்தமான கோவைகளைக் கொண்ட சமன்பாடு அமைக்க.**
5) **படி 4 இல் கிடைத்த சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க**
6) **படி 5 இல் கிடைத்த தீர்வினை கொடுக்கப்பட்ட கணக்கில் உள்ள தெரியாத உருவுக்கு பதில் பிரதியிட்டு சரிபார்க்க.**

இனி மேற்கண்ட வழிமுறைகளைச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் விளக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 9:
ஓர் எண்ணின் 5 மடங்கிற்கும் 9 க்கும் உள்ள வித்தியாசம் 71. இக்கூற்றுக்கான சமன்பாட்டை அமைக்க. தீர்வு காண்க.

தீர்வு:
சமன்பாடு அமைத்தல்

தெரியாத எண்ணை x என்க

எண்ணின் 5 மடங்கு = $5x$

எண்ணின் 5 மடங்கிற்கும் 9க்கும் உள்ள வித்தியாசம் $5x-9$

கணக்கில் உள்ளபடி , $5x-9=71$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்

தெரியாத எண்ணைக் கண்டறிய மேலே அமைக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வு காண வேண்டும்.

$5x-9 = 71$

$5x = 71 + 9$ (விதி 2 இன் படி)

$5x = 80$

$x = 80 \times \frac{1}{5} = 16$

$\therefore$ தேவையான எண் 16

சரிபார்த்தல்:

அந்த எண் 16

16 இன் 5 மடங்கு $= 16 \times 5 = 80$

80 க்கும் 9 க்கும் உள்ள வித்தியாசம் $80-9=71$. தீர்வு சரிபார்க்கப்பட்டது.

குறிப்பு:

தீர்வு கண்டறிந்தபின் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கில் (கூற்றில்) பிரதியிட்டு சரிபார்க்கவேண்டும். நாம் அமைத்துள்ள சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டு சரிபார்க்கக் கூடாது. ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 10:
அடுத்தடுத்த 3 ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 51. அந்த எண்களைக் காண்க விடையைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:
சமன்பாடு அமைத்தல்

முதல் ஒற்றை எண்ணை x என்க. பிறகு, இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது ஒற்றை எண்கள் $(x+2)$ மற்றும் $(x+4)$ ஆகும் (எப்படி?)

கணக்கின்படி அவற்றின் கூடுதல் 51

$$x+(x+2)+(x+4)=51$$

$$x+x+2+x+4=51$$

$$3x+6=51 \text{ (ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்ட)}$$

$\therefore 3x+6=51$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்.

$$3x + 6 = 51$$
$$3x = 51 - 6$$
$$= 45$$
$$x = 45 \times \frac{1}{3} = 15$$

அடுத்தடுத்த 3 ஒற்றை எண்கள் x, $(x + 2)$ மற்றும் $(x + 4)$

அதாவது 15, $(15 + 2)$ மற்றும் $(15 + 4)$

$\therefore$ தேவையான எண்கள் 15, 17 மற்றும் 19

சரிபார்த்தல்:

15, 17 மற்றும் 19 அடுத்தடுத்த 3 ஒற்றை எண்கள். மேலும் அவற்றின் கூடுதல் $15 + 17 + 19 = 51$ விடை சரிபார்க்கப்பட்டது.

எடுத்துக்காட்டு 11:

ஒரு மகன் மற்றும் தந்தை இவர்களின் வயது விகிதம் $3 : 8$ மகன் தந்தையைவிட 35 ஆண்டுகள் இளையவர் எனில் அவர்களின் வயதுகளைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு அமைத்தல்

மகனின் வயது (ஆண்டுகளில்) $3x$ என்க

$\therefore$ தந்தையின் வயது $= 8x$ (வயதுகளின் விகிதம் $3 : 8$)

மகன் 35 ஆண்டுகள் இளையவர் அதாவது அவர்களின் வயது வித்தியாசம் 35

அதாவது, $8x - 3x = 35$

$5x = 35$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்

$$5x = 35$$
$$x = 35 \times \frac{1}{5} = 7$$

$\therefore$ மகனின் வயது $= 3x = 3 \times 7 = 21$

தந்தையின் வயது $= 8x = 8 \times 7 = 56$

சரிபார்த்தல்:

(i) வயது விகிதம் $= 21 : 56 = 3 : 8$

(ii) வயது வித்தியாசம் $= 56 - 21 = 35$. விடை சரிபார்க்கப்பட்டது

எடுத்துக்காட்டு 12:

ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டாவது கோண அளவு முதல் கோணத்தைப் போல இரண்டு மடங்கும், மூன்றாவது கோணம் முதல் கோணத்தை விட $20°$ அதிகமாகவும் உள்ளது. மூன்று கோண அளவுகளையும் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு அமைத்தல்

முதல் கோண அளவு $x°$ என்க

இரண்டாவது கோண அளவு $2x°$ ஆகும் (முதல்கோணத்தின் இருமடங்கு)

மூன்றாவது கோண அளவு $(x + 20)°$ (முதல் கோணத்தைவிட $20°$ அதிகம்)

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என நாம் அறிவோம்.

அதாவது, $x + (2x) + (x + 20) = 180$

$$x + 2x + x + 20 = 180$$

$4x + 20 = 180$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்

$$4x + 20 = 180$$

$$4x = 180 - 20 = 160$$

$$x = 160 \times \frac{1}{4}$$

$$x = 40$$

முதல் கோணம் $= x = 40^\circ$

இரண்டாவது கோணம் $= 2x = 2 \times 40 = 80^\circ$

மூன்றாவது கோணம் $= x + 20 = 40 + 20 = 60^\circ$

$\therefore$ மூன்று கோண அளவுகள் 40°, 80° மற்றும் 60°

சரிபார்த்தல்:

கோணங்களின் கூடுதல் $= 40^\circ + 80^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

எடுத்துக்காட்டு 13:

ஓர் எண்ணின் பாதியுடன் அந்த எண்ணின் ஐந்தில் ஒரு பங்கைக் கூட்டினால் 21 கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு அமைத்தல்

அந்த எண் x என்க

எண்ணில் பாதி $= \frac{1}{2}x$

எண்ணில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு $= \frac{1}{5}x$

அவற்றின் கூடுதல் $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x$

கணக்கின்படி, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x = 21$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x = 21$$

2 , 5 இன் மீ.சி. ம. 10

சமன்பாட்டின் இரண்டு பக்கங்களையும் 10 ஆல் பெருக்க,

$$\frac{1}{2}x \times 10 + \frac{1}{5}x \times 10 = 21 \times 10$$

$$5x + 2x = 210$$
$$7x = 210$$
$$x = \frac{210}{7} = 30$$

$\therefore$ தேவையான எண் $= 30$

சரிபார்த்தல்:

கண்டறிந்தஎண் 30

30 இல் பாதி $= \frac{1}{2} \times 30 = 15$

30 இல் ஐந்தில் ஒரு பங்கு $= \frac{1}{5} \times 30 = 6$

அவற்றின் கூடுதல் $= 15 + 6 = 21$. விடை சரிபார்க்கப்பட்டது

எடுத்துக்காட்டு 14:

சிவகுமாரின் வயது அவரது மகள் பிரீத்தியின் வயதைப்போல 7 மடங்கு ஆகும். 5 ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் அவர் வயது மகளின் வயதைப் போல 4 மடங்கு இருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

தீர்வு:

சமன்பாடு அமைத்தல்

பிரீத்தியின் தற்போதைய வயது x ஆண்டுகள் என்க.

சிவகுமாரின் தற்போதைய வயது $= 7x$ ஆண்டுகள்.

5 ஆண்டுகளுக்குப்பின் பிரீத்தியின் வயது $= (x + 5)$ ஆண்டுகள்

5 ஆண்டுகளுக்குப்பின் சிவகுமாரின் வயது $= (7x + 5)$ ஆண்டுகள்.

கணக்கின்படி, $7x + 5 = 4(x + 5)$

$7x + 5 = 4x + 20$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வுகாணல்

$$7x + 5 = 4x + 20$$
$$7x - 4x = 20 - 5$$
$$3x = 15$$
$$x = 15 \times \frac{1}{3} = 5$$

$\therefore$ பிரீத்தியின் தற்போதைய வயது $= x = 5$ ஆண்டுகள்

சிவகுமாரின் தற்போதைய வயது $= 7x = 7 \times 5 = 35$ ஆண்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு 15:

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் அகலத்தைவிட 8 செ.மீ அதிகம். செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 104 செ.மீ எனில் அதன் நீளம் மற்றும் அகலம் காண்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு அமைத்தல்

செவ்வகத்தின் அகலம் x செ.மீ என்க

செவ்வகத்தின் நீளம் $= (x+8)$ செ.மீ

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $= 2\,(l+b)$ அலகுகள்

$$= 2\,(x+8+x)$$

$$= 2\,(2x+8)$$

$$= 4x+16$$

ஆனால் சுற்றளவு $= 104$ செ.மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

$\therefore$ $4x+16 = 104$ என்பது தேவையான சமன்பாடு ஆகும்.

சமன்பாட்டின் தீர்வு காணல்

$$4x + 16 = 104$$

$$4x = 104 - 16 = 88$$

$$x = 88 \times \frac{1}{4} = 22$$

$\therefore$ செவ்வகத்தின் அகலம், $x = 22$ செ.மீ

அதன் நீளம் $x + 8 = 22 + 8 = 30$ செ.மீ

பயிற்சி 4.3

கீழ்க்கண்ட கூற்றுகளுக்குச் சமன்பாடு அமைத்து தீர்வு காண்க:

1. ஓர் எண்ணின் நான்கு மடங்குடன் 11 ஐக் கூட்டினால் 31 கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.
2. ஓர் எண்ணை 9 ஆல் பெருக்கி, பெருக்கல் பலனில் இருந்து 10 ஐக் கழித்தால் 98 கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.
3. அடுத்தடுத்த மூன்று எண்களின் கூடுதல் 45. அந்த எண்களைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.
4. ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டாவது கோண அளவு முதல் கோண அளவை விட 5° அதிகம். மூன்றாவது கோண அளவு முதல் கோணத்தைப் போல மூன்று மடங்கு ஆகும். மூன்று கோணங்களையும் காண்க.
5. ஒரு செவ்வகத்தின் அகலம் அதன் நீளத்தைவிட 5 செ.மீ குறைவு. அதன் சுற்றளவு 38 செ.மீ எனில் நீளம் மற்றும் அகலம் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.
6. இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 60. அந்த எண்கள் 5:7 என்றவிகிதத்தில் உள்ளன எனில் அந்த எண்களைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.
7. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், பெண்களின் எண்ணிக்கை ஆண்களின் எண்ணிக்கையில் மூன்றில் இரண்டு மடங்காகும். வகுப்பிலுள்ள ஆண்கள் மற்றும் பெண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க
8. ஓர் எண்ணின் 8 மடங்கில் இருந்து 3 ஐக் கழித்தால் கிடைக்கும் எண்ணும் அந்த எண்ணின் 6 மடங்குடன் 9 ஐக் கூட்டுவதால் கிடைக்கும் எண்ணும் சமம் எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.
9. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் சமபக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் அதன் அடிப்பக்கத்தைவிட 3 செ.மீ அதிக நீளமானவை. அந்த முக்கோணத்தின் சுற்றளவு

27 செ.மீ எனில் அதன் மூன்று பக்க அளவுகளையும் காணக.

10. ஓர் எண்ணில் மூன்றில் ஒரு பங்கில் இருந்து அதன் ஐந்தில் ஒரு பங்கைக் கழித்தால் 10 கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க. விடையைச் சரிபார்க்க.

4.2.2 இரண்டு மாறிகளைக் கொண்ட ஒருங்கமை ஒருபடி சமன்பாடுகள்:

ஒருபடிச்சமன்பாடு:

ஒரே ஒரு மாறி கொண்ட ஓர் அடுக்கு உள்ள சமன்பாடு எளிய சமன்பாடு என்பதை நாம் அறிவோம்.

கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளை நோக்குக.

(i) $y = 7$

(ii) $x + z = 5$

(iii) $2x + 3y = 10$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகள் ஒன்று அல்லது அதிக மாறிகளுடன் இரண்டு அல்லது அதிக உறுப்புகளைக் கொண்டுள்ளன. ஆனால் ஒவ்வொரு உறுப்பின் படியும் (அடுக்கு) 1க்கு மிகாமல் உள்ளது. இத்தகைய சமன்பாடுகள் ஒருபடிச்சமன்பாடுகள் எனப்படுகின்றன.

$x^2 - 3x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக. இச்சமன்பாட்டில் x என்ற ஒரு மாறி மட்டும் உள்ளது. ஆனால் மாறியின் உயர்ந்தபடி 2. எனவே இச்சமன்பாடு ஒருபடிச்சமன்பாடு அலல.

$x + 2y - xy = 5$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக. இச்சமன்பாட்டில் x, y என்ற இருமாறிகள் உள்ளன. இங்கு மூன்றாவது உறுப்பின் $(-xy)$ படி 2. இச்சமன்பாட்டின் படி 1 ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்ல.

குறிப்பு:

(i) ஒரு மாறியில் உள்ள ஒருபடிச் சமன்பாடு $Ax + B = O$ என்ற வடிவில் இருக்கும்.

(ii) இரண்டு மாறிகளில் உள்ள ஒருபடிச்சமன்பாடு $Ax + By + C = O$ என்ற வடிவில் அமையும்.

இங்கு x, y என்பன மாறிகளைக் குறிக்கும். A, B, C என்பன மாறிலிகளைக் குறிக்கும்.

ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்:

$3x + 4 = 10$ என்ற ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச்சமன்பாட்டைக் கருதுக. $3x + 4 = 10$ இன் தீர்வினைக் கண்டால் x இன் மதிப்பு 2 கிடைக்கிறது. இங்கு $x = 2$ மட்டுமே இச்சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும். x இன் வேறு எந்த மதிப்பும் இச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யாது. எனவே ஒரு மாறியில் உள்ள ஒரு படிச்சமன்பாட்டிற்கு ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டுமே உள்ளது என நாம் அறிகிறோம்.

$x + y = 3$ என்ற இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த ஒருபடிச்சமன்பாட்டைக் கருதுக. இச்சமன்பாட்டை $x = 1$ மற்றும் $y = 2$ என்ற மதிப்புகள் நிறைவு செய்கின்றன $(1 + 2 = 3)$. ஆனால் இம்மதிப்புகள் மட்டுமே இதன் தீர்வாக அமையவில்லை. x, y இன் கீழ்க்கண்ட மதிப்புகளும் இச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கின்றன.

$x = 0,\quad y = 3\quad (0 + 3 = 3)$

$\mathbf{x = 2,\quad y = 1\quad (2 + 1 = 3)}$

$x = -1,\quad y = 4\quad (-1 + 4 = 3)$

$x = 5,\quad y = -2\quad [5 + (-2) = 3]$ இன்னும் மற்ற பிற.

நாம் பெறும் மதிப்பு சோடிகள் முடிவில்லாமல் நீள்கின்றன.

$x - y = 1$ என்ற மற்றொரு ஒருபடிச் சமன்பாட்டை எடுத்துக் கொள்வோம் x, y இன் கீழ்க்கண்ட மதிப்புகள் இச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கின்றன.

$x = 10$, $y = 9$ $(10 - 9 = 1)$

$x = 2$, $y = 1$ $(2 - 1 = 1)$

$x = -3$, $y = -4$ $[(-3) - (-4) = -3 + 4 = 1]$

$x = 1$, $y = 0$ $(1 - 0 = 1)$ இன்னும் மற்ற பிற.

இதிலும் x, y க்கு முடிவில்லா மதிப்புகள் கிடைக்கின்றன. மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இரண்டு மாறிகளில் உள்ள சமன்பாடுகளுக்கு முடிவில்லா தீர்வு சோடிகள் உள்ளதை அறிகிறோம்.

$x + y = 3$ மற்றும் $x - y = 1$ என்ற இரண்டு சமன்பாடுகளையும் சேர்த்து கருதினால் $x = 2$ மற்றும் $y = 1$ என்ற ஒரு சோடி மதிப்பு மட்டுமே இரண்டு சமன்பாடுகளையும் நிறைவு செய்வதைக் காண்கிறோம். எனவே இரண்டு மாறிகளில் உள்ள ஒருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு ஒரு சோடி மதிப்பு மட்டுமே தீர்வாகப் பெறவேண்டுமானால் இரண்டு ஒரு படிச்சமன்பாடுகள் தேவைப்படுகின்றன.

ஒரே ஒரு தீர்வை மட்டும் அளிக்கக்கூடிய இரண்டு ஒரு படிச்சமன்பாடுகளையும் சேர்த்து ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகள் என்றழைக்கிறோம்.

இரண்டு மாறிகளால் ஆன இரண்டு ஒருபடி சமன்பாடுகளும் மாறிகளின் ஒருசோடி மதிப்புகளால் மட்டுமே நிறைவு செய்யப்பட்டால் அச்சமன்பாடுகள் ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் என்றழைக்கப்படுகின்றன.

4.2.3 ஒருங்கமை ஒருபடிசமன்பாடுகளின் தீர்வுகாணும் முறைகள்:

ஒருங்கமை ஒருபடிசமன்பாடுகளுக்கு பல்வேறு முறைகள் மூலம் தீர்வு காண இயலும். இந்த வகுப்பில்

(அ) பிரதியிடல் முறை மற்றும்

(ஆ) நீக்கல் முறைகள் மூலமாக தீர்வு காண்பது பற்றி கற்க உள்ளோம்.

(அ) பிரதியிடல் முறை:

x, y இல் இரண்டு ஒருபடிச்சமன்பாடுகள் தரப்பட்டால்

படி 1: கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளில் ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள y ஐ x இன் வடிவில் குறிக்க.

படி 2: y இன் இந்த மதிப்பை மற்றொரு சமன்பாட்டில் பிரதியிடுக.

படி 3: படி 2 இல் கிடைத்த சமன்பாட்டில் இருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க

படி 4: படி 1 இல் பெறப்பட்ட தொடர்பில் x இன் மதிப்பைப் பிரதியிட்டு y இன் மதிப்பைக் காண்க.

குறிப்பு:

மேற்கண்ட முறையில் x ஐ y இன் வடிவில் மாற்றி அமைத்தும் தீர்வு காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 16:

தீர்க்க : $3x + y = 3$, $5x - 2y = 16$.

தீர்வு:

தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$3x + y = 3$ --- (1)

$5x - 2y = 16$ --- (2)

சமன்பாடு (1) இல் இருந்து. $3x + y = 3$

$y = 3 - 3x$ ---------------------------------- (3)

$y = 3 - 3x$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட

$$5x - 2(3 - 3x) = 16$$
$$5x - 6 + 6x = 16$$
$$5x + 6x = 16 + 6$$
$$11x = 22$$
$$x = \frac{22}{11} = 2$$
$$x = 2.$$

$x = 2$ ஐ சமன்பாடு (3) இல் பிரதியிட

$$y = 3 - 3(2)$$
$$= 3 - 6 = -3$$
$$y = -3$$

$\therefore x = 2$ மற்றும் $y = -3$ தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளின் தீர்வு ஆகும்.

குறிப்பு:

x, y இன் மதிப்புகளை சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) இல் பிரதியிட்டு விடையைச் சரிபார்க்கலாம்.

$3x + y = 3$ -- (1)

$$3(2) + (-3) = 6 - 3 = 3$$

எனவே சமன்பாடு நிறைவு செய்யப்பட்டது.

சமன்பாடுகள் (1) அல்லது (2) இல் ஏதேனும் ஒரு மாறியின் கெழு 1 அல்லது -1 ஆக இல்லாமல் இருப்பின் இந்த முறையில் தீர்வு காண்பது எளிதல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 17:

தீர்க்க: $3x + 2y = 17$, $2x - 3y = -6$

தீர்வு:

தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$3x + 2y = 17$ -------------------------------------- (1)

$2x - 3y = -6$ -------------------------------------- (2)

சமன்பாடு (1) இலிருந்து $3x + 2y = 17$

$$2y = 17 - 3x$$

$y = \frac{1}{2}(17 - 3x)$ --------------------- (3)

$y = \frac{1}{2}(17 - 3x)$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட,

$$2x - 3\left\{\frac{1}{2}(17 - 3x)\right\} = -6$$

$$2x - \frac{3}{2}(17 - 3x) = -6$$

இரண்டு பக்கமும் 2 ஆல் பெருக்க

$$2 \times 2x - 2 \times \frac{3}{2}(17 - 3x) = 2 \times (-6)$$

$$4x - 3(17 - 3x) = -12$$

$$4x - 51 + 9x = -12$$

$$4x + 9x = -12 + 51$$

$$13x = 39$$

$$x = \frac{39}{13} = 3$$

$$x = 3$$

$x = 3$ ஐ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$3x + 2y = 17$$

$$3(3) + 2y = 17$$

$$9 + 2y = 17$$

$$2y = 17 - 9 = 8$$

$$y = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 4$$

$\therefore x = 3$ மற்றும் $y = 4$ தரப்பபட்டுள்ள சமன்பாடுகளின் தீர்வு ஆகும்

(ஆ) நீக்கல் முறை:

x மற்றும் y என்ற மாறிகளில் இரண்டு ஒருபடிச்சமன்பாடுகள் தரப்பட்டிருந்தால்

படி 1: தேவைப்பட்டால் ஒவ்வொருசமன்பாட்டையும் $ax + by = c$ என்ற வடிவில் மாற்றியமைக்கவும்

படி 2: தேவைப்பட்டால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளில் ஏதேனும் ஒரு மாறியின் எண்கெழுக்கள் சமமாக அமையுமாறு பொருத்தமான மாறிலிகளால் சமன்பாடுகளைப் பெருக்குக.

படி 3: சமமான எண்கெழுக்களின் குறிகள் வெவ்வேறாக இருந்தால் சமன்பாடுகளைக் கூட்டுக. ஒரே குறியாக இருந்தால் கழிக்க.

படி 4: படி 3ல் கிடைத்த சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க. இதிலிருந்து ஒரு மாறியின் மதிப்பு கிடைக்கும்.

படி 5: இந்த மாறியின் மதிப்பைக் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளில் ஒன்றில் பிரதியிட்டு மற்றொரு மாறியின் மதிப்பினைக்காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 18:

தீர்க்க: $2x = 1 + 5y$, $2x + 3y - 9 = 0$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றி எழுதுக

$$2x - 5y = 1 \text{ ----------------------------- } (1)$$

$$2x + 3y = 9 \text{ ----------------------------- } (2)$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

கழிக்க $\quad -8y = -8$

$$y = -\frac{1}{8} \times (-8) = 1$$

$$\therefore \; y = 1$$

$y = 1$ என்ற மதிப்பைச் சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட

$$2x + 3y = 9$$

$$2x + 3(1) = 9$$

$$2x + 3 = 9$$

$$2x = 9 - 3 = 6$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ x } 6 = 3$$

$$\therefore \; x = 3$$

$\therefore$ சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 3, y = 1$ ஆகும்.

குறிப்பு:

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் y இன் மதிப்பைச் சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட்டு x இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடித்தோம். எனவே விடையைச் சரிபார்க்கும்போது x, y இன் மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட்டுச் சரிபார்க்க வேண்டும்

சரிபார்த்தல்:

சமன்பாடு (1): $2x - 5y = 1$

$x = 3$, $y = 1$ என பிரதியிட

$2(3) - 5(1) = 6 - 5 = 1$ எனவே சமன்பாடு சரிபார்க்கப்பட்டது.

எடுத்துக்காட்டு 19:

தீர்க்க: $2x + 7y = 11$, $-3x + 5y = -1$.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$$2x + 7y = 11 \text{ ---- } (1)$$

$$-3x + 5y = -1 \text{ ---- } (2)$$

x ஐ நீக்க சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) இல் உள்ள x இன் கெழுக்களைச் சமப்படுத்த வேண்டும். அதற்காக இரண்டு சமன்பாடுகளையும் பொருத்தமான மாறிலிகளால் பெருக்க வேண்டும்.

சமன்பாடு (1) ஐ மூன்றாலும் சமன்பாடு (2) ஐ இரண்டாலும் பெருக்க.

$(1) \times 3: \; 6x + 21y = 33$

$(2) \times 2: \; -6x + 10y = -2$

கூடுதல் காண $\quad 31y = 31$

$$y = \frac{31}{31} = 1$$

$$y = 1$$

y = 1 என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$2x + 7y = 11$$

$$2x + 7(1) = 11$$

$$2x + 7 = 11$$

$$2x = 11 - 7 = 4$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = 2$$

$\therefore x = 2$, y = 1 தேவையான தீர்வு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 20:

தீர்க்க : $\frac{x+2}{y-1} = \frac{7}{2}$; $\frac{2x-3}{7} = \frac{3y-5}{4}$

தீர்வு:

$$\frac{x+2}{y-1} = \frac{7}{2}$$

$2(x+2) = 7(y-1)$ (குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி)

$$2x + 4 = 7y - 7$$

$$2x - 7y = -7 - 4$$

$$2x - 7y = -11 \text{ ---------------------(1)}$$

$$\frac{2x-3}{7} = \frac{3y-5}{4}$$

$4(2x-3) = 7(3y-5)$ (குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி)

$$8x - 12 = 21y - 35$$

$$8x - 21y = -35 + 12$$

$$8x - 21y = -23 \text{ ---------------------(2)}$$

சமன்பாடுகள் (1) , (2) ஐத் தீர்க்க

(1) × 3 : $6x - 21y = -33$

(2) : $8x - 21y = -23$

கழிக்க (–) (+) (+)

$$-2x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$x = 5$$

$x = 5$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$2x - 7y = -11$$

$$2(5) - 7y = -11$$
$$10 - 7y = -11$$
$$-7y = -11 - 10$$
$$-7y = -21$$
$$y = \frac{-21}{-7} = 3$$
$$\therefore \quad y = 3$$

$\therefore x = 5$, $y = 3$ சமன்பாடுகளின் தீர்வு ஆகும்.

சிறப்புவகை 1:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் x, y இன் கெழுக்கள் ஒன்றுக்கொன்று பரிமாற்றம் செய்யப்பட்டிருத்தல்:

இவ்வாறான வகைகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளை ஒருமுறை கூட்டியும் மற்றும் ஒருமுறை கழித்தும் புதிய சமன்பாடுகளைப் பெறலாம். இவ்வாறு பெறப்படும் புதிய சமன்பாடுகளைக் கொண்டு எளிதில் தீர்வுகாணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 21:

தீர்க்க: $21x - 17y = 93$, $17x - 21y = 97$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$$21x - 17y = 93 \text{ ------------------------- } (1)$$
$$17x - 21y = 97 \text{ ------------------------- } (2)$$

கூடுதல் காண $\quad 38x - 38y = 190$

38 ஆல் வகுக்க, $\quad x - y = 5$ -------------------------- (3)

மீண்டும் $\quad 21x - 17y = 93$

$$17x - 21y = 97$$
$$(-) \quad (+) \quad (-)$$

கழிக்க $\quad 4x + 4y = -4$

4 ஆல் வகுக்க, $\quad x + y = -1$ ---------------------- (4)

சமன்பாடுகள் (3), (4) இன் தீர்வுகாண

$$x - y = 5$$
$$x + y = -1$$

கூடுதல் காண $\quad 2x = 4$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$
$$x = 2$$

$x = 2$ என சமன்பாடு (4) இல் பிரதியிட

$$x + y = -1$$
$$2 + y = -1$$
$$y = -1 - 2$$
$$y = -3$$

$\therefore x = 2$, $y = -3$ சமன்பாடுகளின் தீர்வு ஆகும்.

சிறப்புவகை 2:
மாறிகளின் தலைகீழிகளைக் கொண்டுள்ள சமன்பாடுகள்:

இவ்வகைகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ போன்ற தலைகீழிகளை X, Y அல்லது a, b போன்ற புதிய மாறிகளால் குறிக்க வேண்டும். புதிய மாறிகளில் உள்ள சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண வேண்டும். கிடைக்கும் தீர்வினைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறிகளின் தீர்வு காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 22:

தீர்க்க : $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5$, $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 8$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றி எழுதுக

$3 \times \frac{1}{x} + 4 \times \frac{1}{y} = 5$ மற்றும் $2 \times \frac{1}{x} + 5 \times \frac{1}{y} = 8$.

இனி $\frac{1}{x} = a$ மற்றும் $\frac{1}{y} = \text{b}$ எனக் கொண்டால் கிடைக்கும் சமன்பாடுகள்.

$3a + 4\text{b} = 5$ ------------------------ (1)

$2a + 5\text{b} = 8$ ------------------------ (2)

$(1) \times 2 : \quad 6a + 8\text{b} = 10$

$(2) \times 3 : \quad 6a + 15\text{b} = 24$

$\quad (-) \; (-) \qquad (-)$

கழிக்க $-7\text{b} = -14$

$$\text{b} = -14 \times \left(-\frac{1}{7}\right) = 2$$

$$\text{b} = 2$$

b = 2 என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$3a + 4\text{b} = 5$$
$$3a + 4(2) = 5$$
$$3a + 8 = 5$$
$$3a = 5 - 8 = -3$$
$$a = \frac{-3}{3} = -1$$
$$a = -1$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளில் உள்ள மாறிகள் x , y. ஆகையால் a, b இன் மதிப்புகளைக் கொண்டு x , y இன் மதிப்புகளைக் காணலாம்.

$$a = -1$$

அதாவது $\frac{1}{x} = -1$

$1 = -x$ (குறுக்குப்பெருக்கல்)

$x = -1$

$b = 2$

அதாவது, $\frac{1}{y} = 2$

$1 = 2y$ (குறுக்குப்பெருக்கல்)

$\frac{1}{2} = y$

அதாவது, $y = \frac{1}{2}$

$\therefore$ தேவையான தீர்வு $x = -1$ மற்றும் $y = \frac{1}{2}$

சிறப்புவகை 3:

மாறிகளின் கெழுக்கள் பின்னங்களாக அமைதல்:

இவ்வகைகளில் பகுதியில் உள்ள மாறிலிகளின் மீ.சி.ம.காண வேண்டும். பின்னர் சமன்பாட்டின் இரண்டு பக்கங்களையும் மீ.சி.ம.ஆல் பெருக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 23:

தீர்க்க: $\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 7$, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 7$ ------------------------ (1)

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6$ ----------------------- (2)

4 மற்றும் 6 இன் மீ.சி.ம. 12 எனவே சமன்பாடு (1) ஐ 12 ஆல் பெருக்க

$12 \times \frac{x}{4} - 12 \times \frac{y}{6} = 12 \times 7$

$3x - 2y = 84$ ------------------ (3)

2 மற்றும் 3 இன் மீ.சி.ம 6 எனவே சமன்பாடு (2) ஐ 6 ஆல் பெருக்க

$6 \times \frac{x}{2} + 6 \times \frac{y}{3} = 6 \times 6$

$3x + 2y = 36$ --------------------- (4)

சமன்பாடுகள் (3) மற்றும் (4) இன் தீர்வு காண

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 84 \\ 3x + 2y &= 36 \\ \hline 6x &= 120 \end{aligned}$$

கூடுதல் காண

$$x = \frac{120}{6} = 20$$

$$\therefore \quad x = 20$$

$x = 20$ என சமன்பாடு (4) இல் பிரதியிட

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 36 \\ 3(20) + 2y &= 36 \\ 60 + 2y &= 36 \\ 2y &= 36 - 60 = -24 \\ y &= \frac{-24}{2} = -12 \\ \therefore y &= -12 \end{aligned}$$

$\therefore$ தேவையான தீர்வு $x = 20$, $y = -12$ ஆகும்.

பயிற்சி 4.4

I. கீழ்க்கண்ட சோடி சமன்பாடுகளைப் பிரதியிடல் முறையில் தீர்க்க:

1. $x + y = 10$, $x - y = 2$
2. $x + 3y = -3$, $3x + 2y = 5$
3. $2x + 7y = 30$, $x - 3y = 2$
4. $x + 3y = 15$, $x - 5y = 7$
5. $2x + 3y = 5$, $x + y = 2$
6. $7x - y = 5$, $2x + 3y = 8$.

II. கீழ்க்கண்ட சோடி சமன்பாடுகளை நீக்கல் முறையில் தீர்க்க:

7. $3x - 2y = 10$, $x + 2y = 6$
8. $2x - 5y = 8$, $2x + 3y = -8$
9. $x - 3y = 8$, $2x + 7y = 3$
10. $3x - y = 5$, $5x - 2y = 4$
11. $9x + 4y = 5$, $3x = 9 + 6y$
12. $3x + 4y - 19 = 0$, $6x + 5y = 35$

III. கீழ்க்கண்ட ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

13. $4x + 3y = 1$, $7x + y = 23$.
14. $4x - 3y = 11$, $2x - 5y = -5$
15. $7x - 8y + 1 = 0$, $11x - 10y - 1 = 0$
16. $x + y = 7$, $5x + 12y = 7$
17. $23x + 31y = 7$, $31x + 23y = 47$
18. $97x - 78y = 59$, $78x - 97y = 116$
19. $\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 3$, $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = -4$
20. $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 15$, $\frac{1}{x} - \frac{5}{y} = 7$
21. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 14$, $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 11$
22. $\frac{x}{3} - \frac{5y}{6} = 3$, $\frac{3x}{4} - \frac{5y}{2} = 8$

23. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=3$, $\frac{2x}{5}+\frac{y}{2}=7$

24. $\frac{2x}{5}-\frac{y}{4}=3$, $\frac{x}{5}+\frac{3y}{2}=-5$

25. $\frac{x+2}{y-1}=\frac{7}{6}$, $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{9}$

4.2.4 ஒருங்கமை ஒருபடிச்சமன்பாடுகளை நடைமுறை கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்:

முந்தைய பிரிவில் x மற்றும் y இல் அமைந்த ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்பது பற்றி கற்றோம். ஆனால் நடைமுறை வாழ்க்கைச் சூழல்களில் x மற்றும் y ஐச் சார்ந்த கணக்குகளை மட்டுமே நாம் எதிர் கொள்வதில்லை. இவ்வகையான வாழ்க்கைச் சூழல் சார்ந்த கூற்றுகளால் ஆன கணக்குகளின் தீர்வு காண அக்கூற்றுக்களை முதலில் ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றி அமைக்க வேண்டும். பின்னர் அச்சமன் பாடுகளைத் தீர்ப்பதன் மூலம் அவற்றில் உள்ள மாறிகளின் மதிப்பைக் காண வேண்டும். மாறிகளின் மதிப்பினைக் கொண்டு கணக்கின் தீர்வைக் காணவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 24:

இரு எண்களின் கூடுதல் 60. அவற்றின் வித்தியாசம் 8. அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்கள் x, y என்க. மேலும் $x > y$ ஆக இருக்கட்டும். எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றின் சமன்பாடுகள்

$$x + y = 60 \quad \text{------------------} (1)$$
$$x - y = 8 \quad \text{------------------} (2)$$

கூட்டல் பலன் காண $2x = 68$

$$x = \frac{68}{2} = 34$$
$$x = 34$$

$x = 34$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$34 + y = 60$$
$$y = 60 - 34 = 26$$
$$y = 26$$

∴ அந்த எண்கள் 34, 26 ஆகும்.

குறிப்பு:

x, y இன் மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) இல் பிரதியிட்டுச் சரிபார்க்க

எடுத்துக்காட்டு 25:

3 நாற்காலிகள் மற்றும் 5 மேசைகளின் மொத்த விலை ரூ.3250. அதே வகையான 4 நாற்காலிகள் மற்றும் 3 மேசைகளின் மொத்த விலை ரூ.2500. ஒரு நாற்காலி விலை மற்றும் ஒரு மேசை விலை காண்க.

தீர்வு:

ஒரு நாற்காலி விலை ரூ. x மற்றும் ஒரு மேசை விலை ரூ. y என்க. கணக்கின்படி

$$3x + 5y = 3250 \quad \text{--------------------} (1)$$
$$4x + 3y = 2500 \quad \text{--------------------} (2)$$

x இன் கெழுக்களைச் சமன்செய்ய முதல் சமன்பாட்டை 4 ஆலும் இரண்டாம் சமன்பாட்டை 3 ஆலும் பெருக்குக.

$$\begin{array}{lrcl} (1) \times 4 : & 12x + 20y & = & 13000 \\ (2) \times 3 : & 12x + 9y & = & 7500 \\ & (-) \quad (-) & & (-) \\ \hline \text{கழிக்க} & 11\,y & = & 5500 \end{array}$$

$$y = \frac{5500}{11} = 500$$

$$y = 500$$

$y = 500$ என சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட

$$4x + 3\,(500) = 2500$$

$$4x + 1500 = 2500$$

$$4x = 2500 - 1500 = 1000$$

$$x = \frac{1000}{4} = 250$$

$$\therefore \quad x = 250$$

$\therefore$ ஒரு நாற்காலி விலை ரூ.250 மற்றும் ஒரு மேசை விலை ரூ 500 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 26:

ஒரு தந்தை மற்றும் மகனின் தற்போதைய வயதுகளின் கூடுதல் 45. ஐந்து ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் தந்தையின் வயது மகனின் வயதைப்போல 6 மடங்காக இருந்தது. அவர்களின் தற்போதைய வயதைக்காண்க.

தீர்வு:

தற்போது தந்தை மற்றும் மகனின் வயதுகள் முறையே x மற்றும் y என்க

அவர்களின் வயதுகளின் கூடுதல் 45

அதாவது , $x + y = 45$ ------------------------------------ (1)

5 ஆண்டுகளுக்குமுன் தந்தையின் வயது $= x - 5$

மகனின் வயது $= y - 5$

5 ஆண்டுகளுக்கு முன் தந்தையின் வயது = மகனின் வயதைப்போல 6 மடங்கு

அதாவது , $x - 5 = 6\,(\,y - 5\,)$

$$x - 5 = 6y - 30$$

$$x - 6y = -30 + 5$$

$x - 6y = -25$ ----------------------------- (2)

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத தீர்க்க

$$\begin{array}{lrcl} & x + y & = & 45 \\ & x - 6y & = & -25 \\ & (-) \quad (+) & & (+) \\ \hline \text{கழிக்க} & 7y & = & 70 \end{array}$$

$$y = \frac{70}{7} = 10$$

$$y = 10$$

$y = 10$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$x + y = 45$$

$$x + 10 = 45$$

$$x = 45 - 10 = 35$$

$$x = 35$$

$\therefore$ தந்தையின் தற்போதைய வயது 35

மகனின் தற்போதைய வயது 10

எடுத்துக்காட்டு 27:

ஒரு செவ்வக வயலின் சுற்றளவு 140 மீ. நீளத்தை 15 மீ அதிகப்படுத்தி அகலத்தை 5 மீ குறைத்தால் நீளம் அகலத்தைப்போல 3 மடங்கு ஆகும். செவ்வக வயலின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

செவ்வக வயலின் நீளம் l மீ மற்றும் அகலம் b மீ என்க

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $= 2(l + b)$ அலகுகள்

கணக்கின்படி $2(l + b) = 140$

$$l + b = \frac{140}{2} = 70$$

$$l + b = 70 \text{ ------------------------- } (1)$$

நீளத்தை 15 மீ அதிகரித்தால், புதிய நீளம் $= (l + 15)$ மீ

அகலத்தை 5 மீ குறைத்தால் , புதிய அகலம் $= (b - 5)$ மீ

கணக்கின்படி , $l + 15 = 3(b - 5)$

$$l + 15 = 3b - 15$$

$$l - 3b = -15 - 15$$

$$l - 3b = -30 \text{ --- } (2)$$

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க

$$\begin{aligned} l + b &= 70 \\ l - 3b &= -30 \\ \underline{(-) \quad (+)} &\quad \underline{(+)} \end{aligned}$$

கழிக்க $4b = 100$

$$b = \frac{100}{4} = 25$$

$$b = 25$$

$b = 25$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$l + b = 70$$
$$l + 25 = 70$$
$$l = 70 - 25 = 45$$
$$l = 45$$

$\therefore$ வயலின் நீளம் 45 மீ மற்றும் அகலம் 25 மீ

எடுத்துக்காட்டு 28:

ஓர் இரண்டு இலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 7 இலக்கங்களை இடம் மாற்றினால் கிடைக்கும் எண் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட 27 குறைவு. அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

எண்ணின் பத்தாம் இலக்கம் x எனவும் ஒன்றாம் இலக்கம் y எனவும் கொள்க

இலக்கங்களின் கூடுதல் $= x + \mathrm{y}$

கணக்கின்படி $x + \mathrm{y} = 7$ ---------------------------------------(1)

எண்ணின் மதிப்பு $10x + \mathrm{y}$. (எப்படி?)

இலக்கங்களை இடம் மாற்றினால் பத்தாம் இலக்கத்தில் y உம்

ஒன்றாம் இலக்கத்தில் x உம் அமையும்.

இலக்கம் மாறிய எண்ணின் மதிப்பு $= 10\mathrm{y} + x$

கணக்கின்படி , தரப்பட்ட எண் $-27 =$ இலக்கம் மாறிய எண்

அதாவது , $10x + \mathrm{y} - 27 = 10\mathrm{y} + x$

$$10x - x + \mathrm{y} - 10\mathrm{y} = 27$$
$$9x - 9\mathrm{y} = 27$$

9 ஆல் வகுக்க, $x - \mathrm{y} = 3$ --------------- (2)

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க

$$x + \mathrm{y} = 7$$
$$x - \mathrm{y} = 3$$

கூடுதல் காண $2x = 10$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$
$$x = 5$$

$x = 5$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$x + \mathrm{y} = 7$$
$$5 + \mathrm{y} = 7$$
$$\mathrm{y} = 7 - 5 = 2$$
$$\mathrm{y} = 2$$

எண்ணின் பத்தாம் இலக்கம் 5 மற்றும் ஒன்றாம் இலக்கம் 2

$\therefore$ தரப்பட்ட எண் 52 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 29:

ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியிலிருந்து 1 ஐக் கழித்து பகுதியுடன் 3 ஐக் கூட்டினால் அந்த பின்னம் $\frac{1}{4}$ ஆக மாறும். தொகுதி மற்றும் பகுதி இரண்டுடனும் 3 ஐக் கூட்டினால் அந்த பின்னம் $\frac{3}{4}$ ஆக மாறும். பின்னத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தேவையான பின்னம் $\frac{x}{y}$ என்க

கணக்கின்படி $\frac{x-1}{y+3} = \frac{1}{4}$

$$4\ (x-1) = 1\ (y+3) \quad \text{[குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி]}$$

$$4x - 4 = y + 3$$

$$4x - y = 3 + 4$$

$$4x - y = 7 \text{ ---------------------------------- (1)}$$

மீண்டும் கணக்கின்படி $\frac{x+3}{y+3} = \frac{3}{4}$

$$4\ (x+3) = 3\ (y+3) \quad \text{(குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி)}$$

$$4x + 12 = 3y + 9$$

$$4x - 3y = 9 - 12$$

$$4x - 3y = -3 \text{ ---------------------------------- (2)}$$

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க

$$4x - y = 7$$

$$4x - 3y = -3$$

$$(-) \quad (+) \quad (+)$$

கழிக்க $2y = 10$

$$y = \frac{10}{2} = 5$$

$$y = 5$$

y = 5 என சமன்பாடு (1) ல் பிரதியிட

$$4x - y = 7$$

$$4x - 5 = 7$$

$$4x = 7 + 5 = 12$$

$$x = \frac{12}{4} = 3$$

$$x = 3$$

$\therefore$ தேவையான பின்னம் $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

எடுத்துக்காட்டு 30:

A மற்றும் B ஆகிய இருவரின் வயதுகளின் கூடுதல் 37 ஐந்து ஆண்டுகளுக்குமுன் அவர்களின் வயது விகிதம் 4:5. அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

தற்போது A இன் வயது x எனவும் B யின் வயது y எனவும் கொள்க

கணக்கின்படி $x + y = 37$ ----------------------(1)

5 ஆண்டுகளுக்கு முன் A இன் வயது $(x - 5)$

B இன் வயது $(y - 5)$

கணக்கின்படி, $(x-5) : (y - 5) = 4 : 5$

அதாவது $\dfrac{x-5}{y-5} = \dfrac{4}{5}$

$5(x - 5) = 4(y - 5)$ (குறுக்குப் பெருக்கல் விதிப்படி)

$5x - 25 = 4y - 20$

$5x - 4y = -20 + 25$

$5x - 4y = 5$ -------------------------- (2)

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஐத் தீர்க்க

$(1) \times 4$: $4x + 4y = 148$

(2) : $5x - 4y = 5$

கூடுதல் காண $9x = 153$

$$x = \frac{153}{9} = 17$$

$x = 17$

$x = 17$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$x + y = 37$

$17 + y = 37$

$y = 37 - 17 = 20$

$y = 20$

எனவே தற்போது A இன் வயது 17 மற்றும் B இன் வயது 20 ஆகும்.

பயிற்சி 4.5

1. இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 72. பெரிய எண் சிறிய எண்ணைப் போல ஐந்து மடங்கு ஆகும். அந்த எண்களைக் காண்க.
2. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் 5. முதல் எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் இரண்டாம் எண்ணின் நான்கு மடங்கினைக் கூட்டினால் 70 கிடைக்கும். அந்த எண்களைக் காண்க.
3. 7 கிகி அரிசி மற்றும் 1 கிகி எண்ணெய் விலை ரூ.177. அதேவகையில் 5 கிகி அரிசி மற்றும் 2 கிகி எண்ணெய் விலை ரூ.165. ஒரு கிலோ கிராம் அரிசி விலையையும் ஒரு கிலோ கிராம் எண்ணெய் விலையையும் காண்க.

4. ஐந்து குறுவட்டுகள் (Compact discs) மற்றும் இரண்டு நெகிழ்வட்டுகளின் (Floppy discs) விலை ரூ.95. ஒரு குறுவட்டின் விலை ஒரு நெகிழ்வட்டின் விலையை விட ரூ.5 அதிகம். ஒரு குறுவட்டின் விலை மற்றும் ஒரு நெகிழ்வட்டின் விலையைக் காண்க.

5. 17 மாம்பழங்கள் மற்றும் 23 ஆரஞ்சுகளின் விலை ரூ.154. அதே வகையில் 23 மாம்பழங்கள் மற்றும் 17 ஆரஞ்சுகளின் விலை ரூ.166. ஒரு மாம்பழம், ஒரு ஆரஞ்சின் விலையைக் காண்க.

6. ஒரு தாய் மற்றும் அவரது மகன் இவர்களின் வயதுகளின் கூடுதல் 46. பத்து ஆண்டுகளுக்குப்பின் தாயின் வயது மகனின் வயதைப் போல இரண்டு மடங்கு இருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

7. வித்யா, ஷீலாவைவிட 8 ஆண்டுகள் இளையவள். நான்கு ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் அவர்களின் வயது விகிதம் 3:4 ஆக இருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

8. ஒரு போட்டித் தேர்வில் ஒருவர் ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் 5 மதிப்பெண்கள் பெறுகிறார். ஒவ்வொரு தவறான விடைக்கும் 2 மதிப்பெண்கள் இழக்கிறார். அவர் 25 வினாக்களுக்கு விடையளித்து 90 மதிப்பெண்கள் பெறுகிறார் எனில் அவர் எத்தனை வினாக்களுக்குச் சரியான விடையளித்தார், எத்தனை வினாக்களுக்குத் தவறான விடையளித்தார் எனக் காண்க.

9. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் பத்தாம் இலக்கத்தின் இரு மடங்கு ஆகும். இலக்கங்களை இடம் மாற்றினால் கிடைக்கும் புதிய எண் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட 36 அதிகரிக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க.

10. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 10. அந்த எண்ணில் இருந்து 18 ஐக் கழித்தால் இலக்கங்கள் இடம் மாறிய எண் கிடைக்கிறது. அந்த எண்ணைக் காண்க.

11. ஒரு செவ்வக வடிவ பூங்காவின் சுற்றளவு 240 மீ. அதன் நீளத்திற்கும் அகலத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் 30 மீ எனில் பூங்காவின் நீள, அகலங்களைக் காண்க.

12. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தின் கூடுதல் 60 செ.மீ. நீளத்தை 3 செ.மீ கூட்டி அகலத்தை 3 செ.மீ குறைத்தால் புதிய நீளம் மற்றும் அகலம் 2:1 என்ற விகிதத்தில் அமையும். கொடுக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் காண்க.

13. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியுடன் 2 ஐக் கூட்டினால் அந்த பின்னம் $\frac{1}{2}$ ஆக மாறும். பகுதியுடன் 2 ஐக் கூட்டினால் அந்த பின்னம் $\frac{1}{4}$ ஆக மாறும். கொடுக்கப்பட்ட பின்னத்தைக் காண்க.

14. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி மற்றும் பகுதியின் கூடுதல் 12. பகுதியுடன் 3 ஐக் கூட்டினால் அது தொகுதியைப் போல இரண்டு மடங்காகிறது. கொடுக்கப்பட்ட பின்னத்தைக் காண்க.

15. வானதியிடம் சில 2 ரூபாய் நாணயங்கள் மற்றும் 5 ரூபாய் நாணயங்கள் உள்ளன. நாணயங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 15. மொத்த மதிப்பு ரூ.51. ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

16. ஒரு கணினி (Computer) மற்றும் ஒரு கணிப்பான் (Calculator) இவற்றின் மொத்த விலை ரூ.31000. ஒரு கணினியின் விலை ஒரு கணிப்பானின் விலையை விட ரூ.29000 அதிகம் எனில் ஒரு கணினியின் விலை மற்றும் ஒரு கணிப்பானின் விலையைக் காண்க.

நினைவிற் கொள்க

1. *ஒரு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான விதிகள்.*

(i) *ஒரு மிகை மாறிலியை இடப்பக்கத்தில் இருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்தில் இருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அது ஒரு குறை மாறிலியாக மாறும்.*

(ii) *ஒரு குறைமாறிலியை இடப்பக்கத்தில் இருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்தில் இருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அது ஒரு மிகை மாறிலியாக மாறும்.*

(iii) *ஒரு மாறியின் கெழுவை இடப்பக்கத்தில் இருந்து வலப்பக்கத்திற்கோ அல்லது வலப்பக்கத்தில் இருந்து இடப்பக்கத்திற்கோ எடுத்துச் சென்றால் அதன் பெருக்கல் தலைகீழியாக மாறும்.*

2. *இடப்பக்கமுள்ள பகுதியை வலப்பக்கம் எடுத்துச் சென்றால் வலப்பக்கத்தில் தொகுதியாகவும், வலப் பக்கமுள்ள பகுதியை இடப்பக்கம் எடுத்துச் சென்றால் இடப்பக்கத்தில் தொகுதியாகவும் மாறும்.இவ்வகையான இடமாற்றம் குறுக்கு பெருக்கல் விதி என்று அழைக்கப்படும்.*

3. *இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு ஒரு சூத்திரம் எனப்படும்.*

4. *ஒரு மாறியானது மற்ற மாறிகள் மூலம் குறிக்கப்படுமானால் அந்த மாறி சூத்திரத்தின் முதன்மைப் பகுதி எனப்படும்.*

5. *வழிக்கணக்குகளின் தீர்வு காண சில முக்கிய படிகள்.*

(i) *கணக்கைக் கவனமாகப் படித்து என்ன தரப்பட்டுள்ளது மற்றும் என்ன கேட்கப்பட்டுள்ளது என்பதைக் குறித்துக் கொள்க.*

(ii) *தெரியாத உருக்களை x, y, z போன்ற சில எழுத்துக்களால் குறிக்க.*

(iii) *சொற்களில் கூறப்பட்டுள்ள கூற்றுகளைப் படிப்படியாக இயன்ற அளவு கணிதக் கூற்றுகளாக மாற்றம் செய்க.*

(iv) *எந்தெந்த உருக்களுக்கு எவை சமம் என்பதைக் கண்டுணர்ந்து பொருத்தமான கோவைகளைக் கொண்ட சமன்பாடு அமைக்க.*

சமன்பாடு அமைக்க.

(v) படி *(iv)* இல் பெறப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

(vi) படி *(v)* இல் கிடைத்த தீர்வினை கொடுக்கப்பட்ட கணக்கில் உள்ள தெரியாத உருவுக்கு பதில் பிரதியிட்டு சரிபார்க்க.

6. ஓர் அடுக்கு கொண்ட ஒரே ஒரு மாறியைக் கொண்டுள்ள சமன்பாடு எளிய சமன்பாடு எனப்படும்.

7. ஒரு சமன்பாட்டின் அடுக்கு ஒன்று எனில் அது ஒருபடிசமன்பாடு என்றழைக்கப்படுகிறது.

8. இரண்டு மாறிகளால் ஆன இரண்டு ஒருபடி சமன்பாடுகளும் மாறிகளின் ஒரு சோடி மதிப்புகளால் மட்டுமே நிறைவு செய்யப்பட்டால் அச் சமன்பாடுகள் ஒருங்கமை ஒருபடிசமன்பாடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

9. x, y இல் உள்ள ஒருங்கமை ஒருபடிசமன்பாடுகளின் தீர்வினை பிரதியிடல் முறையில் காண.

   (i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளில் ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள yஐ x இன் வடிவில் குறிக்க.

   (ii) y இன் இம்மதிப்பை மற்றொரு சமன்பாட்டில் பிரதியிடுக

   (iii) படி *(ii)* இல் கிடைத்த சமன்பாட்டில் இருந்து x இன் மதிப்பு காண்க.

   (iv) படி *(i)* இல் பெறப்பட்ட சமன்பாட்டில் x இன் மதிப்பைப் பிரதியிட்டு y இன் மதிப்பைக் காண்க.

   (v) மேற்கண்ட முறையில் x, y இன் பங்குகளை மாற்றியும் செய்யலாம்.

10. x, y இல் உள்ள ஒருங்கமை ஒருபடி சமன்பாடுகளில் தீர்வினை நீக்கல் முறையில் காண:

   (i) தேவைப்படுமானால் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் $ax + by = c$ என்ற வடிவில் வரிசைப்படுத்துக

   (ii) தேவைப்படின் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடு களில் ஏதேனும் ஒரு மாறியின் எண்கெழுக்கள் சமமாக அமையுமாறு பொருத்தமான மாறிலிகளால் சமன்பாடுகளைப் பெருக்குக.

   (iii) சமமான எண்கெழுக்களின் குறிகள் வெவ்வேறாக இருந்தால் சமன்பாடுகளைக் கூட்டுக. ஒரே குறியாக இருந்தால் சமன்பாடுகளைக் கழிக்க.

   (iv) படி *(iii)* இல் கிடைத்த சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க. இதில் ஒரு மாறியின் மதிப்பு கிடைக்கும்.

   (v) இந்த மாறியின் மதிப்பை கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளில் ஒன்றில் பிரதியிட்டு மற்றொரு மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

5. வடிவியல்

அறிமுகம்:

முன் வகுப்புகளில் நாம் புள்ளி, கோடு, தளம் மற்றும் வடிவ உருவங்களைப் பற்றியும் அவற்றின் பண்புகளைப் பற்றியும் கற்றோம்.

பின்வரும் பயிற்சிக்கணக்குகளில் அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

5.1 முக்கோணத்தின் பண்புகள்
5.2 முக்கோணத்தின் புள்ளி வழிக்கோடுகள்
5.3 இணைகரங்கள்.

5.1 முக்கோணத்தின் பண்புகள்:

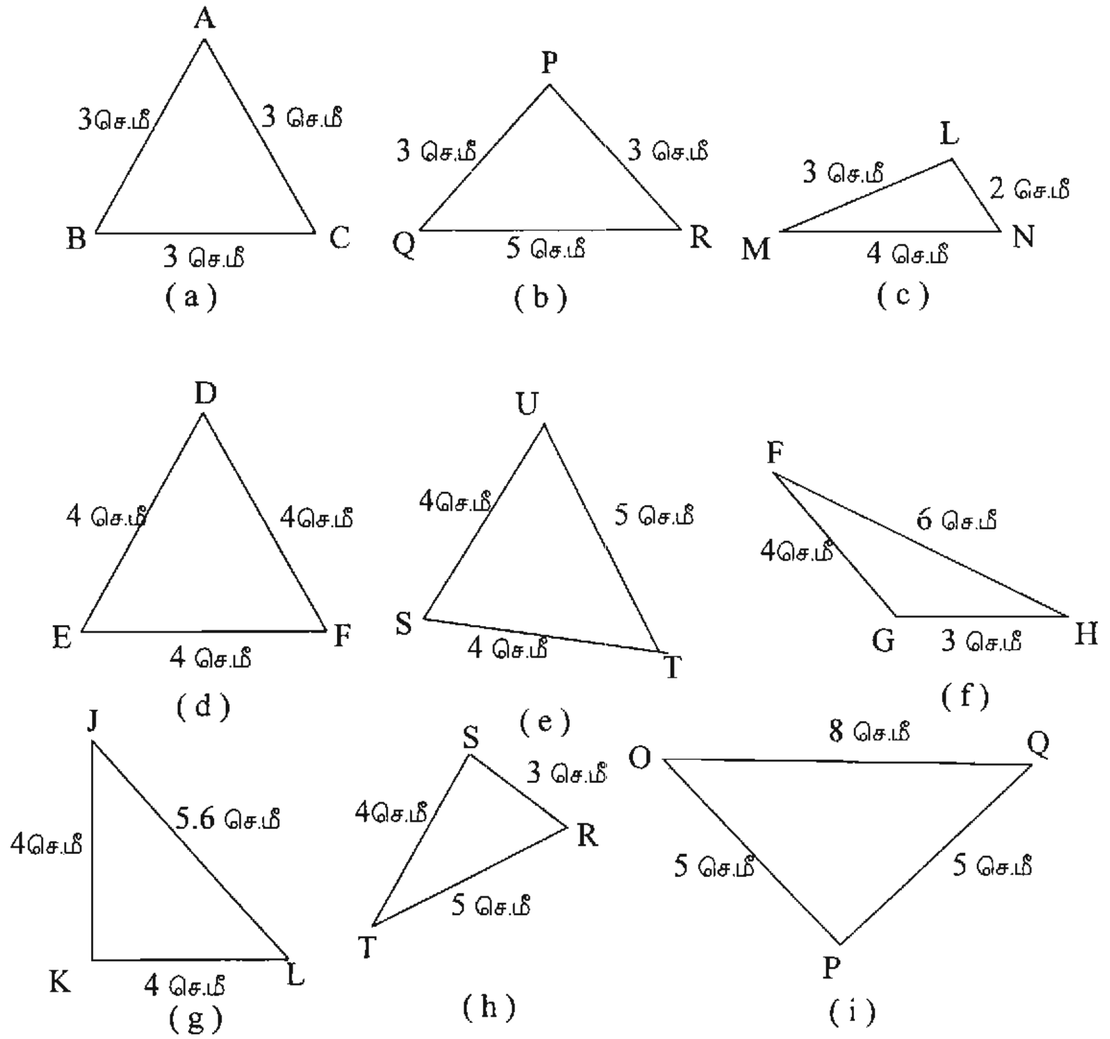
I.. கீழ்க்கண்ட முக்கோணங்களை அவற்றின் பக்கங்களுக்கேற்ப

(அ). அசமபக்க முக்கோணம்

(ஆ). இரு சமபக்க முக்கோணம்

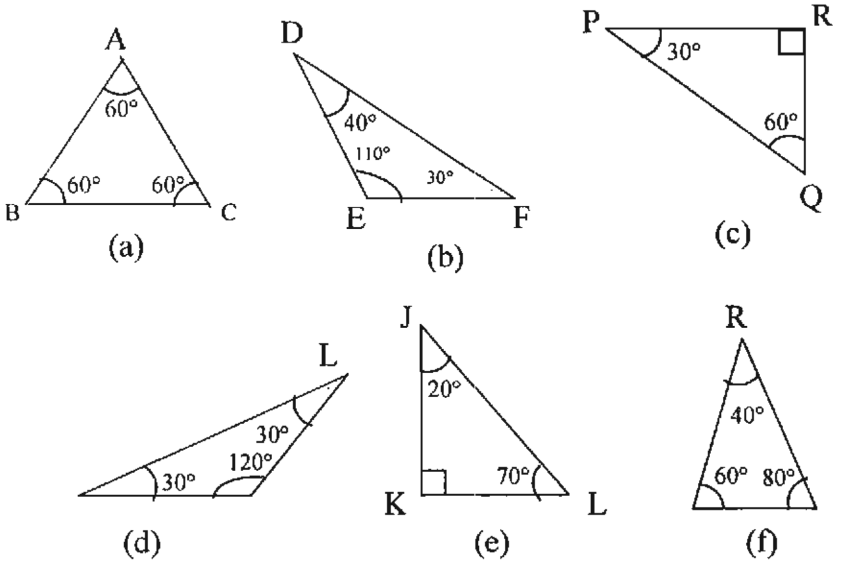
(இ). சமபக்க முக்கோணம்

என வகைப்படுத்துக.



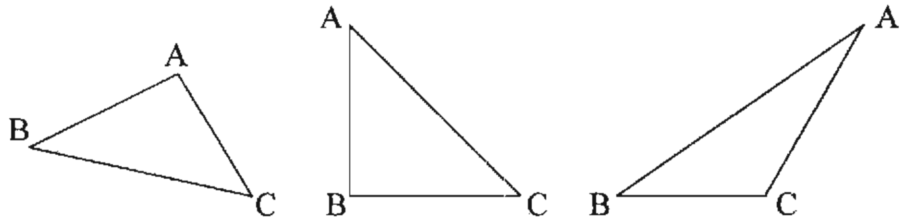
படம் 5.1

2. கீழ்க்கண்ட முக்கோணங்களை அவற்றின் கோணங்களுக்கேற்ப
   (அ) குறுங்கோண முக்கோணம்
   (ஆ) செங்கோண முக்கோணம்
   (இ) விரிகோண முக்கோணம்
 என வகைப்படுத்துக.



படம் **5.2**

3. கீழ்க்கண்ட T_1, T_2 மற்றும் T_3 என்ற முக்கோணங்களில் அவற்றின் கோணங்களை அளந்து அட்டவணைப்படுத்துக.



(T_1) (T_2) (T_3)

படம் **5.3**

அட்டவணை 5.1

முக்கோணத்தின் வரிசை எண்	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle A + \angle B + \angle C$
T_1				
T_2				
T_3				

ஒவ்வொரு வகையிலும் $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ என நாம் காணலாம்.

இதிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் **180°** என நாம் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் 55° மற்றும் 85°. மூன்றாவது கோண அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

மூன்றாவது கோண அளவு x° என்க

ஒரு முக்கோணத்தின் கோண அளவுகளின் கூடுதல் 180° என நாம் அறிவோம்.

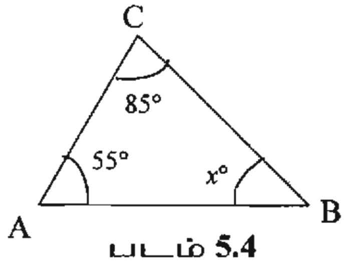
எனவே,

$$55^\circ + 85^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$140^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = 180^\circ - 140^\circ$$

$$= 40^\circ$$



படம் 5.4

மூன்றாவது கோண அளவு = 40°

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் 1 : 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அம்முக்கோணத்தின் கோணங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் x°, $(2x)^\circ$ மற்றும் $(3x)^\circ$ என்க.

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் 180°

எனவே $(x) + (2x) + (3x) = 180$

$$6x = 180$$

$$x = \frac{180^\circ}{6} = 30$$

எனவே $x^\circ = 30^\circ$

$$x = 1 \times 30^\circ = 30^\circ$$

$$2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$3x = 3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

அம்முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் 30°, 60° மற்றும் 90° ஆகும்.

5.1.1 இருசமபக்க முக்கோணத்தின் பண்புகள்
5.1.2 சம பக்க முக்கோணத்தின் பண்புகள்
5.1.3 முக்கோணத்தின் சமனின்மைப் (Inequality) பண்பு
5.1.4 சர்வசம முக்கோணங்கள்

5.1.1 இருசமபக்க முக்கோணத்தின் பண்புகள்:

இருசமபக்க முக்கோணம் ஒன்றின் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

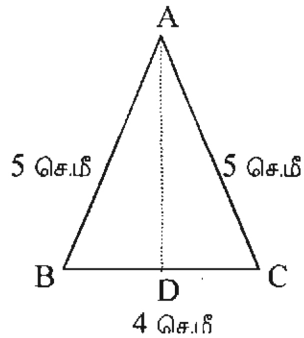
செய்து பார்:

(செயல் - காகித மடிப்பு)

AB = AC = 5 செ.மீ, BC = 4 செ.மீ என்ற அளவுகள் உள்ள ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைக.

ABC என்ற முக்கோணத்தின் மையச்சுப் படிவத்தை (Trace copy) ஏற்படுத்துக.

AC என்ற பக்கம் AB என்ற பக்கத்தின் மீது படியுமாறு மடித்து மடிப்பை ஏற்படுத்துக. (படம் 5.5)



படம் 5.5

பின்னர் தாளைப் பிரித்து மடிப்பின்மீது AD என்ற கோட்டுத்துண்டை வரைக. இக்கோட்டுத்துண்டு BC ஐ D இல் சந்திக்கட்டும். மீண்டும் BD ஆனது DC இன் மீது விழுமாறு மடித்துக் கொள்க.

இதிலிருந்து நீ என்ன காண்கிறாய்?

$\angle C$ ஆனது $\angle B$ இன் மீது சரியாகப் பொருந்துவதை நாம் காண முடியும். எனவே $\angle ABD = \angle ACD$

மேற்கண்ட செயலிலிருந்து நாம் அறிவது

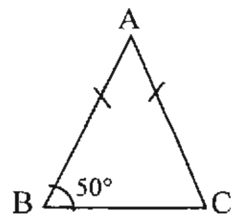
> **ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் சமமாக இருந்தால், அச்சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்களும் சமமாக இருக்கும்.**

எடுத்துக்காட்டு 3:

ABC என்ற இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் AB = AC மற்றும் $\angle B = 50^\circ$ எனில் முக்கோணத்தின் மற்ற கோணங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

ABC என்ற இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் AB = AC



படம் 5. 6

$\therefore \angle C = \angle B$ (ஏனெனில் ABC என்பது இருசமபக்க முக்கோணம்)

$\angle B = 50^\circ$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\therefore \angle C = 50^\circ$

முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் விதிப்படி

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$
$$\angle A + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$
$$\angle A = 180^\circ - 100^\circ$$
$$\angle A = 80^\circ$$

முக்கோணத்தின் மற்ற கோணங்கள் $\angle A = 80^\circ$ மற்றும் $\angle C = 50^\circ$

மடித்துப்பார்:

இரு கோண அளவுகள் சமமாக உள்ளவாறு PQR என்ற முக்கோணம் வரைக. $\angle Q = \angle R = 70^\circ$ என்க. PQR என்ற முக்கோணத்தின் மையச்சுப் பிரதியை எடுத்துக்கொள்க.

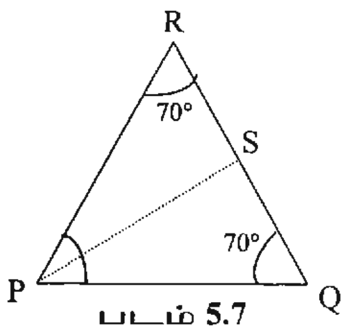
R என்ற உச்சி Q என்ற உச்சியின் மீது படுமாறும் QR என்ற பக்கத்தின் இரு சமபாகங்களும் ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்துமாறும் மடித்துக் கொள்.

தாளை மீண்டும் பிரித்துப்பார். QR என்ற பக்கத்தின் மையமும், மடிப்பு QR என்ற பக்கத்தை தொடும் புள்ளியையும் S எனக்குறி.

மீண்டும் மடித்துப்பார். இப்போது SR என்பது SQ ன் மீதும் R என்பது Q ன் மீதும் $\angle R$ என்பது $\angle Q$ ன் மீதும் பொருந்துகின்றன என நாம் காண்கிறோம்.

மேலும் மடிப்பானது P ன் வழியே செல்லும்போது RP, QP ன் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே PQ = PR என நாம் காணலாம்.



படம் 5.7

எனவே ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சமமாக இருந்தால் அக்கோணங்களுக்கெதிரான பக்கங்களும் சமமாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4:

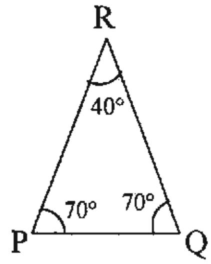
முக்கோணம் PQR ல் $\angle P = 70^\circ$, $\angle Q = 70^\circ$ மற்றும் $\angle R = 40^\circ$ எனில் முக்கோணம் PQR ன் சம பக்கங்கள் எவை எனக் காண்க.

தீர்வு:

$\angle P = \angle Q = 70^\circ$. எனவே அக்கோணங்களுக்கெதிரான பக்கங்கள் சமமாக இருக்கும்.

அதாவது பக்கங்கள் QR மற்றும் PR சமம்.

அதாவது QR = PR



படம் 5.8

5.1.2 சமபக்க முக்கோணத்தின் பண்புகள்:

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்களும் சமம்:

படம் 5.9 ஐப் பார்.

அது ஒரு சமபக்க முக்கோணம். அதன் பக்கங்கள் அனைத்தும் சமம். அதாவது AB = BC = CA,

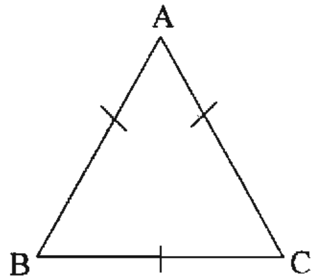
AB = BC. எனவே, AB மற்றும் BC என்ற பக்கங்களுக்கெதிரான கோணங்கள் சமம்.

அதாவது $\angle C = \angle A$

அதேபோல BC = AC எனவே, $\angle A = \angle B$

இப்போது $\angle C = \angle A$ மேலும் $\angle A = \angle B$

எனவே $\angle A = \angle B = \angle C$



எனவே ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் சமம்.

படம் 5.9

மேலும் முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விதிப்படி, மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°. ஆனால் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் சமம். அதாவது

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

ஆனால் $\angle A = \angle B = \angle C$

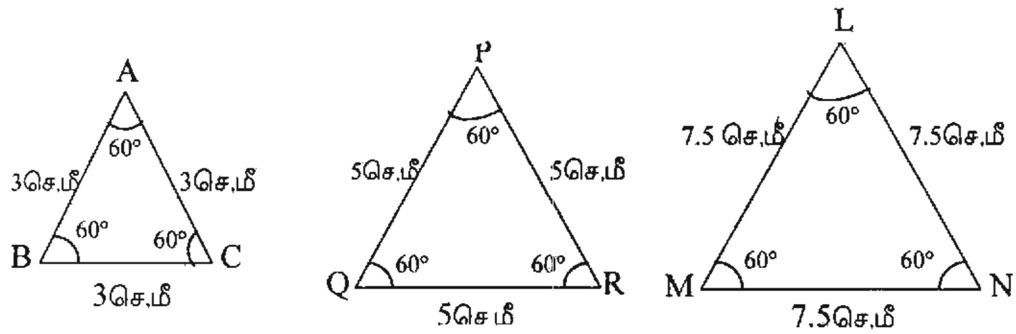
$\therefore \angle A = 60°$, $\angle B = 60°$ மற்றும் $\angle C = 60°$

ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம் எனில், அதன் அனைத்துக் கோணங்களும் சமம்.

அதன் மறுதலையாக, ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் சமம் எனில், அதன் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம் எனக் கூறலாம்.

குறிப்பு:

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோணமும் 60°. ஒவ்வொரு சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகள் சமம். ஆனால் வெவ்வேறு சமபக்க முக்கோணங்களின் பக்க அளவுகள் ஒரே அளவாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. (படம் 5.10)



படம் 5. 10

எடுத்துக்காட்டு 5:

ABC என்ற முக்கோணத்தில், $\angle A = 60°$ மற்றும் AB=AC எனில், ABC என்ற முக்கோணம் எவ்வகை முக்கோணம்?

தீர்வு:

இங்கு AB = AC என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே AB மற்றும் AC என்ற பக்கங்களுக்கெதிரான கோணங்களும் சமம்

அதாவது $\angle C = \angle B$

மேலும் $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle C = 180° - \angle A$

$= 180° - 60°$

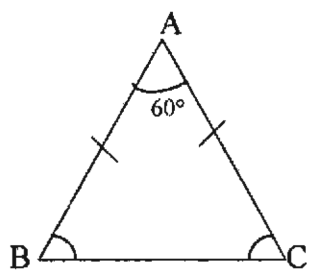
$= 120°$

$\angle B + \angle C = 120°$

$\angle B = \angle C$ என்பதால்

$\angle B + \angle B = 120°$

$2\angle B = 120^0$



படம் 5. 11

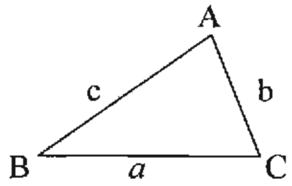
$$\therefore \angle B = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ$$

முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் சமம் என்பதால் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம். எனவே $\triangle$ ABC என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணம்

குறிப்பு:

எந்த ஒரு முக்கோணம் ABC க்கும் A, B மற்றும் C என்ற உச்சிகளுக்கெதிரான பக்கங்களை முறையே a, b மற்றும் c எனக் குறிக்கலாம்.(படம் 5.12)

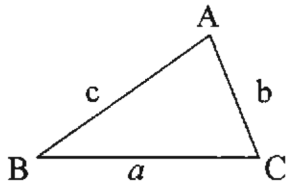


படம் 5.12

5.1.3 முக்கோணத்தின் சமனின்மைப் பண்பு:

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல், மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமானதாக இருக்கும்.

ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து, அதில் BC, CA மற்றும் AB என்ற பக்கங்களை அளந்து எழுதுக ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதலை, மூன்றாவது பக்க அளவோடு கீழ்க்கண்டவாறு ஒப்பிடுக.



படம் 5.13

(i) a = _______, b + c = _______. (b + c) > a ? ஆம் / இல்லை

(ii) b = _______, c + a = _______. (c + a) > b ? ஆம் / இல்லை

(iii) c = _______, a + b = _______. (a + b) > c ? ஆம் / இல்லை

இதிலிருந்து நாம் என்ன அறிகிறோம்?

ஒரு முக்கோணத்தின் எந்த இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதலும், மூன்றாவது பக்க அளவைவிட அதிகமானதாக இருக்கும் என நாம் அறிகிறோம்.

செயல்:

ஏதாவது மூன்று T_1, T_2 மற்றும் T_3 என்ற முக்கோணங்கள் வரைக. ஒவ்வொன்றையும் ABC எனப் பெயரிடுக. ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் பக்கங்கள் a, b மற்றும் c என்பவற்றை அளந்து அவற்றைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் நிரப்புக.

முக்கோணத்தின் வரிசை எண்	c (செ.மீ)	*a* (செ.மீ)	b (செ.மீ)	(c + a), b ஐ விடப் பெரியதா?	(a + b), c ஐ விடப் பெரியதா?	(b + c), a ஐ விடப் பெரியதா?
T_1						
T_2						
T_3						

அட்டவணை 5.2

இதிலிருந்து நீ என்ன அறிகிறாய்?

பின்வருவனவற்றை நினைவில் கொள்க:

(i) $(b + c) > a$ அதாவது $a < (b + c)$, $(a - b) < c$

(ii) $(c + a) > b$ அதாவது $b < (c + a)$, $(b - c) < a$

(iii) $(a + b) > c$ அதாவது $c < (a + b)$, $(c - a) < b$

எனவே, **ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் வித்தியாசம், மூன்றாவது பக்க அளவைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.**

செயல்:

சில முக்கோணங்களை வரைந்து, அவற்றின் அளவுகளைக் கொண்டு மேற்கண்ட உண்மையைச் சரிபார்.

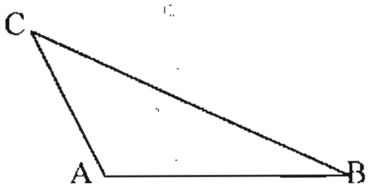
சிந்திக்க:

அருகில் உள்ள படத்தில், ஒருவர் B யில் இருந்து C க்குச் செல்வதாகக் கொண்டால் அவர் இரு வழிகளில் செல்லலாம்

(i) BC வழியாக

(ii) BA வழியாக, பின்னர் AC வழியாக

இதில் எது மிகக் குறைந்த தூரமுள்ளது?



படம் 5.14

குறிப்பாக பாதை (i), (ii)ஐ விடக் குறைந்த தூரமுள்ளது (ஏனெனில் AB+AC > BC).

எடுத்துக்காட்டு 6:

கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமைய முடியும் எனக் கூறு (அளவுகள் சென்டிமீட்டரில்).

(i) 3, 4, 5 (ii) 3, 4, 7

தீர்வு:

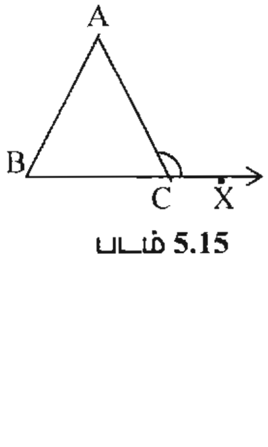
(i) $(3 + 4) > 5$, $(4 + 5) > 3$ மற்றும் $(3 + 5) > 4$

எனவே 3, 4 மற்றும் 5 என்பவை ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளாக இருக்க முடியும்

(ii) $3 + 4 = 7$ இங்கு "ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதாவது இருபக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமானதாக இருக்கும்" என்ற முக்கோணத்தின் பண்பானது நிறைவு செய்யப்படவில்லை. எனவே 3,4 மற்றும் 7 என்பவை ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளாக இருக்க முடியாது.

5.1.3 (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம்:

ABC என்ற முக்கோணத்தை எடுத்துக் கொள்க BC என்ற பக்கத்தை (படம் 5.15ல் காட்டியுள்ளவாறு) நீட்டித்து அதில் X என்ற புள்ளியைக் குறி. இப்போது முக்கோணம் ABC இல், C என்ற புள்ளியில் $\angle ACX$ என்பது **வெளிக்கோணம்** எனப்படும்.



படம் 5.15

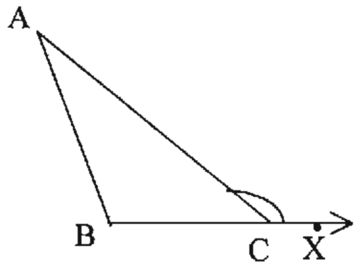
முக்கோணம் ABC இல் $\angle A$, $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ என்பவை **உள்கோணங்கள்** எனப்படும். $\angle ACX$ இன் அடுத்துள்ள கோணம் $\angle ACB$.

முக்கோணம் ABC இல், C என்ற புள்ளியில் $\angle ACX$ என்ற வெளிக்கோணத்திற்கு $\angle ACB$ என்பது **உள்அமை அடுத்துள்ள கோணமாகும்.**

முக்கோணம் ABC இல், C என்ற புள்ளியில் $\angle ACX$ என்ற வெளிக்கோணத்திற்கு, $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ என்பவை **உள்ளெதிர்க் கோணங்களாகும்.** (Interior opposite angles)

5.1.4 (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமமாகும். கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

ABC என்ற முக்கோணம் வரைக. படம் 5.16ல் உள்ளவாறு $\angle ACX$ என்ற வெளிக்கோணம் ஏற்படும் வகையில் BC என்ற பக்கத்தை நீட்டிக்கவும். $\angle ACX$ என்ற வெளிக்கோணத்தை அளந்து கொள்க.



படம் **5.16**

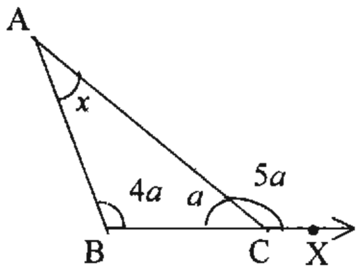
மேலும் உள்ளெதிர் கோணங்களான $\angle A$ மற்றும் $\angle B$ ஆகியவற்றையும் அளந்துகொள்க. மேற்காண் அளவுகளிலிருந்து $\angle ACX = \angle A + \angle B$ என நாம் காணலாம்.

மேலும் பல முக்கோணங்களை வரைந்து இம்முறையைத் திரும்பச் செய்க. மேற்படி முடிவுகளிலிருந்து நாம் பெறுவது.

ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது, அதன் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், ABC என்ற முக்கோணத்தின் BC என்ற பக்கம் X வரை நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளது $\angle BAC = x^\circ$, $\angle ABC = (4a)^\circ$, $\angle BCA = a^\circ$ மற்றும் $\angle ACX = (5a)^\circ$ எனில் ABC என்ற முக்கோணத்தின் கோணங்களைக் காண்க.



படம் **5. 17**

தீர்வு:

$\angle BCX$ என்பது ஒரு நேர்கோணம்.

எனவே, $\angle BCA + \angle ACX = 180^\circ$

அதாவது $a^\circ + (5a)^\circ = 180^\circ$

$(6a)^\circ = 180^\circ$

$$a = \frac{180}{6}$$

$= 30^\circ$

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

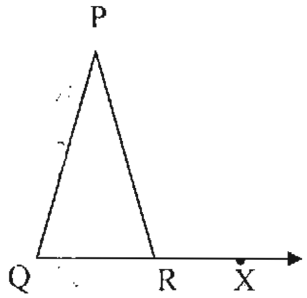
$\angle ABC = 4a = 4 \times 30^\circ$

$= 120^\circ$

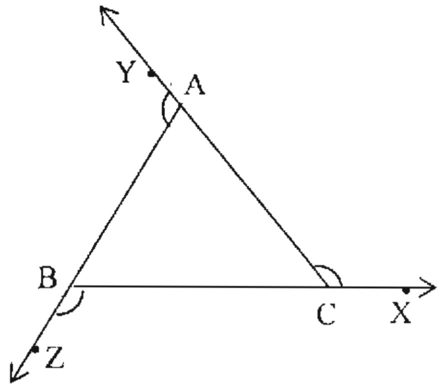
$$\angle A = x = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ)$$
$$= 180^\circ - 150^\circ$$
$$= 30^\circ$$

ABC என்ற முக்கோணத்தில், $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 120^\circ$ மற்றும் $\angle C = 30^\circ$.

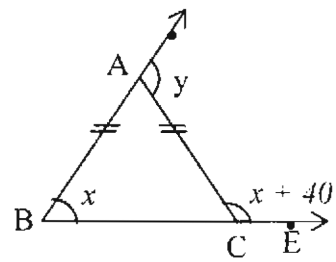
பயிற்சி 5.1



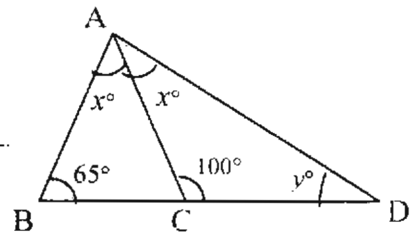
1. முக்கோணம் ABC ல், $\angle B = 90^\circ$ மற்றும் $\angle A = \angle C$ எனில் $\angle A$ மற்றும் $\angle C$ ஐக் கண்டுபிடி.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் $(2x)^\circ$, $(3x+5)^\circ$ மற்றும் $(4x-14)^\circ$. முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் கண்டுபிடி.
3. படத்தில் PQR என்பது முக்கோணம். அதில் $\angle PRX$ என்பது வெளிக்கோணம். $\angle PRX$ என்ற கோணத்தின்
   (i) உள்அமை அடுத்துள்ள கோணத்தை எழுதுக
   (ii) உள் எதிர்க் கோணங்களை எழுதுக.



4. படத்தில் ABC என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் நீட்டிக்கப்பட்டுள்ளன. கீழ்க்கண்டவற்றை நிறைவு செய்க.
   (i) $\angle ACX = \angle CAB$ + -------
   (ii) $\angle BAY$ = -------- + -------
   (iii) $\angle CBZ$ = ------- + --------
5. ABC என்ற முக்கோணத்தில், $AB = AC$ மற்றும் $\angle A = 40^\circ$ எனில், $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.
6. முக்கோணம் PQR இல் $PQ = QR$ மேலும் $\angle Q = 2\angle P$ எனில், முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களையும் கண்டுபிடி.



7. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம், செங்கோண முக்கோணமாக இருக்க முடியுமா? அவ்வாறாக இருப்பின் அவற்றின் கோணங்களின் அளவுகளை எழுதுக.
8. படத்தில் ABC என்பது முக்கோணம் இதில் $AB = AC$ படத்தில் கண்டுள்ள விவரங்களில் இருந்து x மற்றும் y ஐக் கண்டுபிடி.
9. படத்தில் கண்டுள்ள விவரங்களில் இருந்து x மற்றும் y ன் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி.

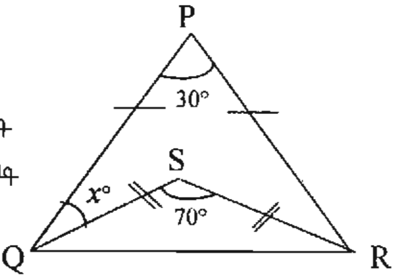


10. படத்தில் $\triangle$ PQR மற்றும் $\triangle$ SQR என்பவை இருசமபக்க முக்கோணங்கள்.

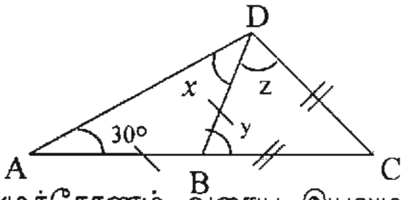
(i) $\angle PQR$ மற்றும் $\angle PRQ$ ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி

(ii) $\angle SQR$ மற்றும் $\angle SRQ$ ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி

(iii) x இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.



11. படத்தில் $AB = BD$, $BC = DC$ $\angle DAC = 30°$ எனில் x, y மற்றும் z மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி.



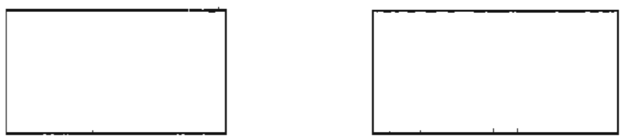
12. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்க அளவுகளைக் கொண்டு முக்கோணம் வரைய இயலுமா? (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

(i) 13, 14 மற்றும் 25 (ii) 6, 6 மற்றும் 6 (iii) 13,14 மற்றும் 28.

5.1.4 சர்வசம முக்கோணங்கள்:

அறிமுகம்:

இரு அஞ்சல் அட்டைகளை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றை ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்துமாறு வைக்கவும். அவை ஒன்றுக்கொன்று சரியாகப் பொருந்தும் (படம் 5.18)



படம் 5.18

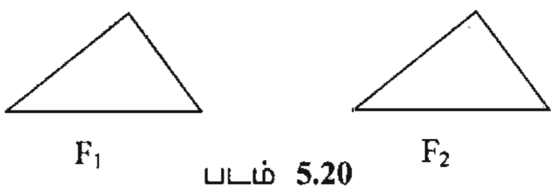
அதேபோல, இரு ஐம்பது பைசா நாணயங்களை ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துமாறு வைக்கவும். (படம் 5.19)

படம் 5.19

பொருள்கள் ஒரே வடிவமும் அளவும் பெற்றிருந்தால் மட்டுமே இவ்வகைப் பொருத்தங்களைப் பெறமுடியும்.

5.1.4 (அ) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருத்தும் முறை: (Method of superposition)

F_1 மற்றும் F_2 என்ற இரு வடிவுருக்களை எடுத்துக் கொள்க. அவ்விரண்டும் வடிவிலும் அளவிலும் சமமானதாக இருக்கட்டும்.



படம் 5.20

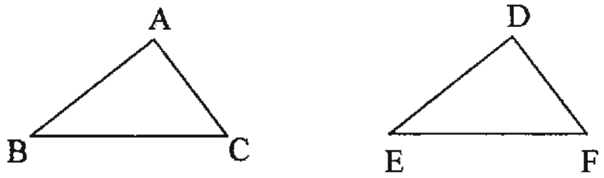
F_1 என்பதன் மையச்சுத்தாளை (carbon copy) எடுத்து அதை F_2 ன் மீது சரியாகப் பொருத்தவும்.

எனவே, ஒரு வடிவமும் அதன் மையச்சுத்தாளும் வடிவிலும், அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.

ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தக்கூடிய அளவில் உள்ள இதுபோன்ற வடிவங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமம் (congruent) எனப்படும். இரு பொருள்களுக்கிடையேயான இதுபோன்ற சமப்பண்பு சர்வ சமத்தன்மை எனப்படும்.

எனவே ஒரே வடிவத்தையும், அளவையும் கொண்ட இரு பொருள்கள் சர்வசமமானவை ஆகும்.

ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து, அதன் மையச்சுத்தாளை எடுத்துக்கொள்க.



படம் **5.21**

மையச்சுத்தாளில் உள்ள முக்கோணத்திற்கு DEF எனப்பெயரிடுக. இரண்டையும் ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருத்துக. இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றின் மீது ஒன்று கண்டிப்பாக பொருந்தும். ஆகவே அவை சர்வ சமம்.

இருதள உருவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தினால், அவை சர்வசமம் எனப்படும்.

சர்வசமம் என்பதை நாம் '≡' என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கலாம்.

எனவே Δ **ABC** ≡ Δ **DEF**

5.1.4 (ஆ) - **சில வகை வடிவங்களில் சர்வசமம்:**

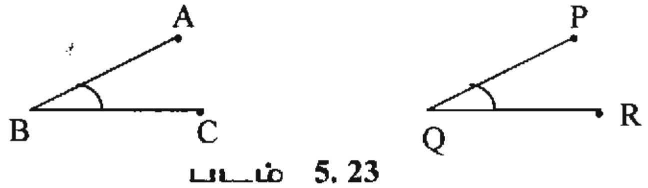
சர்வசமப் பண்பிலிருந்து நாம் கீழ்க்கண்டவற்றைப் பெறலாம்.

(i) இரு கோட்டுத்துண்டுகள் சர்வசமம் எனில், அவை சமநீளங்களைப் பெற்றிருக்கும் (படம் 5.22)

படம் **5. 22**

AB ≡ CD

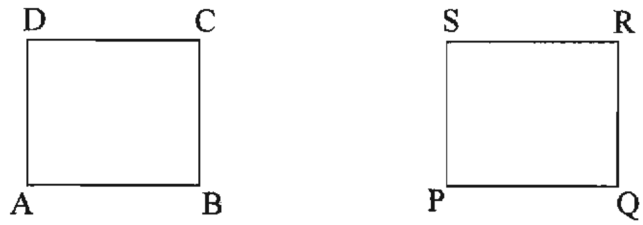
(ii) இரு கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம கோண அளவுகளைப் பெற்றிருக்கும்.(படம் 5.23)



படம் **5. 23**

$\angle$**ABC** ≡ $\angle$ **PQR**

(iii) இரு சதுரங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சமபக்க அளவுகளைப் பெற்றிருக்கும்.(படம் 5.24)



படம் 5. 24

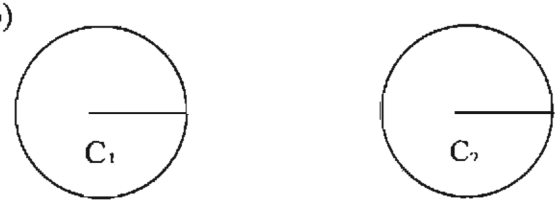
சதுரம் ABCD ≡ சதுரம் PQRS

(iv) இரு செவ்வகங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம நீளம் மற்றும் சம அகலங்களைப் பெற்றிருக்கும். (படம் 5.25)

படம் 5. 25

செவ்வகம் ABCD ≡ செவ்வகம் PQRS

(v) இரு வட்டங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம ஆரங்களைப் பெற்றிருக்கும். (படம் 5.26)



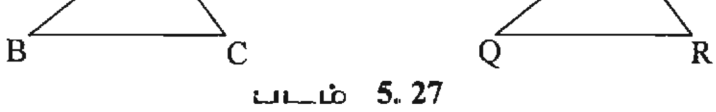
படம் 5. 26

வட்டம் C_1 ≡ வட்டம் C_2

5.1.4 (இ) சர்வசம முக்கோணங்களின் உச்சிகள் மற்றும் பாகங்களின் பொருத்தம்:

இங்கு Δ**ABC** ≡ Δ **PQR** என்பதற்கு, Δ**ABC** மற்றும் Δ **PQR** என்பவை சர்வசம முக்கோணங்கள் என்பது பொருள்.

நாம் Δ**PQR** ஐ Δ**ABC** இன் மீது பொருந்துவதாகக் கொண்டால் P ஐ A இன் மீதும், Q ஐ B இன் மீதும் R ஐ C இன் மீதும் ஒன்றுக்கொன்று சரியாகப் பொருந்துமாறு செய்யலாம்.



படம் 5. 27

அதாவது இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சரியாகப் பொருந்துவதை நாம் காணலாம். இவ்வகைப் பொருத்தத்தை நாம் $\Delta ABC \leftrightarrow \Delta PQR$ என எழுதலாம். மேலும் பொருத்துதல் தொடர்பான பாகங்கள் கீழ்வருமாறு.

$$A \leftrightarrow P \qquad AB \leftrightarrow PQ \qquad \angle A \leftrightarrow \angle P$$
$$B \leftrightarrow Q \qquad BC \leftrightarrow QR \qquad \angle B \leftrightarrow \angle Q$$
$$C \leftrightarrow R \qquad AC \leftrightarrow PR \qquad \angle C \leftrightarrow \angle R$$

எனவே $\Delta\ ABC \equiv \Delta\ PQR$. எனவே, பொருந்துகிற பாகங்கள் சமம்.

எனவே $AB = PQ \qquad \angle A = \angle P$

$BC = QR \qquad \angle B = \angle Q$

$AC = PR \qquad \angle C = \angle R$

5.1.4 (ஈ) முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்க நிபந்தனைகள்:

இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்பதை உறுதி செய்ய மூன்று சோடி பொருந்தும் பாகங்கள் சமமாக இருந்தால் போதுமானது. அதில் நான்கு வகைகளை நாம் காணலாம். ஒவ்வொரு வகையிலும் வேறுபட்ட பொருந்தும் பாகங்களின் சேர்க்கையைக் காணலாம். முக்கோணங்களின் பக்கங்களை S எனவும் கோணங்களை A எனவும் கொண்டால் கீழ்க்கண்ட அடிப்படைக் கொள்கைகளைப் (axioms) பெறலாம்.

(i) SSS அடிப்படைக் கொள்கை (SSS – axiom)

(ii) SAS அடிப்படைக் கொள்கை (SAS – axiom)

(iii) ASA அடிப்படைக் கொள்கை (ASA – axiom)

(iv) RHS அடிப்படைக் கொள்கை (RHS – axiom)

(i) பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் அடிப்படைக் கொள்கை: (S S S axiom)

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

படம் 5.28

$ABC \leftrightarrow DEF$ என்ற பொருத்தத்தை எடுத்துக்கொள்க.

ABC மற்றும் DEF என்ற இரு முக்கோணங்களில் $AB = DE$,

$BC = EF$ மற்றும் $AC = DF$ என்றுள்ளவாறு எடுத்துக் கொள்க.

$\Delta\ ABC$ இன் மையச்சுத்தாளை $\Delta\ DEF$ இன் மீது

AB என்ற பக்கம் DE இன் மீதும்,

BC என்ற பக்கம் EF இன் மீதும், மற்றும்

AC என்ற பக்கம் DF இன் மீதும் அமையுமாறு சரியாகப் பொருத்தவும்.

$AB = DE$ என்பதால், A , D இன் மீதும், B , E இன் மீதும் பொருந்துகிறது.

அதேபோல $BC = EF$ என்பதால் C, F இன் மீது பொருந்துகிறது

அதாவது ஒரு முக்கோணம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே Δ **ABC** மற்றும் Δ **DEF** என்பவை சர்வசமம்.

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

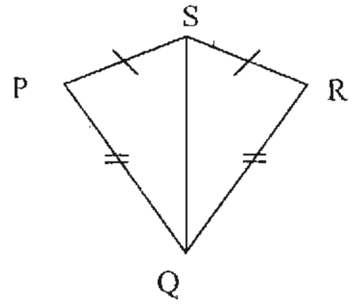
இரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் என்பதால்,

நாம் மேலும் $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ மற்றும் $\angle C = \angle F$ எனப்பெறலாம்.

அதாவது ஒத்த பக்கங்களுக்கெதிராக உள்ள கோணங்கள் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8:

படம் 5.29 ல், SP = SR மற்றும் QP = QR எனில் Δ SQP, Δ SQR என்பவை சர்வசம முக்கோணங்களா என ஆராய்க.



படம் 5. 29

தீர்வு:

Δ SQP மற்றும் Δ SQR லிருந்து

SQ = SQ

SP = SR

QP = QR

ΔSQP மற்றும் ΔSQR என்ற இரு முக்கோணங்களின் பக்கங்கள் சமம்.

எனவே $\Delta SQP \equiv \Delta SQR$ எனலாம்.

(ii) பக்கம்-கோணம்-பக்கம் அடிப்படைக்கொள்கை (SAS – axiom):

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமமாகும்.

படம் 5.30

மேலே உள்ள இரு முக்கோணங்கள், ABC மற்றும் DEF (படம் 5.30)

ஆகியவற்றில் AB = DE, AC = DF

பக்கங்களை உள்ளடக்கிய $\angle BAC$ = பக்கங்களை உள்ளடக்கிய $\angle EDF$,

ΔABC இன் மையச்சுத்தாளை எடுத்து அதை Δ DEF இன் மீது AB ஐ DE இன் மீதும் ΔAC ஐ DF இன் மீதும் படுமாறு சரியாகப் பொருத்தவும்.

AB = DE என்பதால் A என்பது D இன் மீதும் B என்பது E இன் மீதும் பொருந்துகிறது.

AC = DF என்பதால் C என்பது F இன் மீது பொருந்துகிறது.

எனவே BC ஆனது EF இன் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

Δ ABC ஆனது Δ DEF இன் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

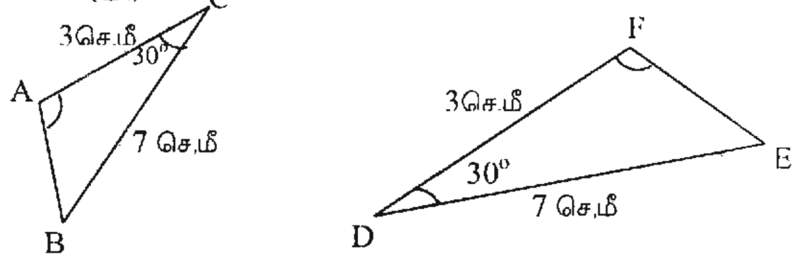
i.e. $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$

எனவே ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 9:

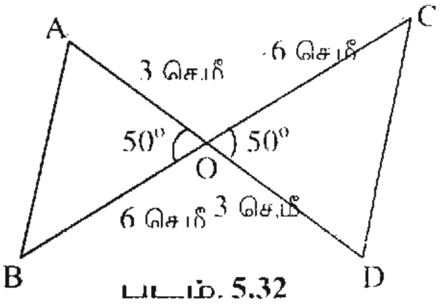
SAS அடிப்படைக் கொள்கையின்படி அருகில் உள்ள படத்தில் உள்ள இரு உருவங்களும் சர்வசமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் என்பதைக் குறியீட்டு வடிவில் எழுதுக. (படம் 5.31 மற்றும் படம் 5.32)

(அ)



படம். 5.31

(ஆ)



படம். 5.32

தீர்வு:

(அ) Δ ABC $\equiv$ Δ FED

(ஆ) Δ AOB $\equiv$ Δ DOC

(iii) கோணம்-பக்கம்-கோணம் அடிப்படைக் கொள்கை (ASA – axiom):

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.

படம் 5.33

மேலே உள்ள இரு முக்கோணங்கள் Δ ABC மற்றும் Δ DEF ஐ எடுத்துக்கொள்க. இவற்றில் BC= EF , $\angle$B = $\angle$E மற்றும் $\angle$C = $\angle$F

Δ ABC இன் மையச்சுப் படிவத்தை Δ DEF இன் மீது சரியாகப் பொருத்தவும்.

$\angle$ABC, $\angle$DEF இன் மீதும் , $\angle$BCA , $\angle$EFD இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துவதை நாம் காணலாம்.

B ஆனது E இன் மீதும், C ஆனது F இன் மீதும் பொருந்துவதால் A ஆனது D இன் மீது பொருந்துகிறது.

$\therefore$ Δ ABC, Δ DEF இன் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

Δ ABC $\equiv$ Δ DEF

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.

படம் 5. 34

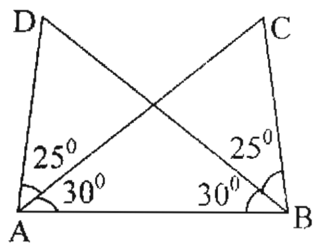
இரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் என்பதால் AB = DE , AC = DF மற்றும் $\angle A = \angle D$ எனக்கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 10:

படத்தில் Δ DAB மற்றும் Δ CAB என்ற இரு முக்கோணங்களும் AB என்ற ஒரே அடிப்பக்கத்தின் மீது உள்ளது.

$\Delta DAB \equiv \Delta CBA$ என்பதற்கு

மூன்று பொருந்துகிற பாகங்களை கூறு.



படம் 5.35

தீர்வு:

Δ DAB மற்றும் Δ CBA யிலிருந்து

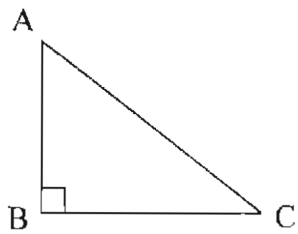
$\angle DAB = \angle CBA = 55^\circ$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle DBA = \angle CAB = 30^0$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

மற்றும் AB என்ற பக்கம் இரு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.

எனவே ASA அடிப்படைக் கொள்கையின்படி,

$\Delta DAB \equiv \Delta CBA$



படம் 5.36

குறிப்பு:

ABC என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில்

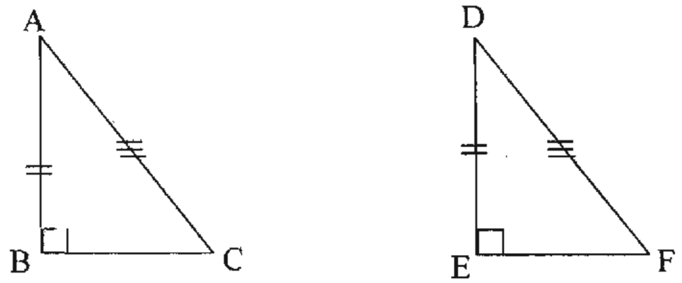
$\angle B$ செங்கோணம்

செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கம் கர்ணம் எனப்படும்.

படம் 5.36 இல் AC என்பது கர்ணம் ஆகும்.

(iv) செங்கோணம் -கர்ணம் - பக்கம் அடிப்படைக் கொள்கை (Right Angle - Hypotenuse -Side axiom):

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.



படம் **5.37**

ABC மற்றும் DEF என்ற இரு செங்கோண முக்கோணங்களை எடுத்துக் கொள்க.

அவ்விரு முக்கோணங்களில். $\angle B = \angle E = 90^{\circ}$,

பக்கம் AB = பக்கம் DE

மற்றும் கர்ணம் AC = கர்ணம் DF என இருக்கட்டும்.

ABC என்ற முக்கோணத்தின் மையச்சுப்பிரதியை DEF என்ற முக்கோணத்தின் மீது சரியாகப் பொருத்தவும்.

அதாவது AB ஆனது DE மீதும், AC ஆனது DF மீதும் மற்றும் $\angle B$ ஆனது $\angle E$ மீதும் அமையுமாறு ΔABC யை ΔDEF இன் மீது சரியாகப் பொருத்தவும்.

AB = DE என்பதால் A என்பது D இன் மீதும்

B என்பது E இன் மீதும்

AC = DF என்பதால் C ஆனது F இன் மீதும்

$\angle B = \angle E$ என்பதால் $\angle B$ ஆனது $\angle E$ இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

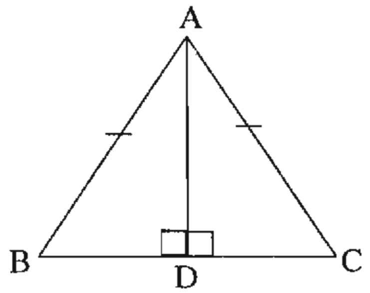
எனவே $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$

எனவே, ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம்.

$\Delta ABC \equiv \Delta DEF$ என்பதால் BC = EF, $\angle A = \angle D$ மற்றும் $\angle C = \angle F$.

எடுத்துக்காட்டு 11:

இரு சமபக்க முக்கோணம் ABC இல் AB = AC AD என்பது A இல் இருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோடு. (படம் 5.38)



படம் **5.38**

(i) RHS அடிப்படைக் கொள்கையின்படி

ΔABD மற்றும் ΔACD என்பவை சர்வசமமா?

(ii) முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவற்றின் பொருத்த பாகங்களின் சோடிகளைக் கூறு.

(iii) BD யும் DC யும் சமமா? ஏன் ?

தீர்வு:

(i) ஆம். $\Delta ABD \equiv \Delta ACD$

(ii) $\Delta ABD \equiv \Delta ACD$. ஏனெனில் ΔABD மற்றும் ΔACD யில் கீழ்க்கண்ட பொருத்த பாகங்கள் சமம்.

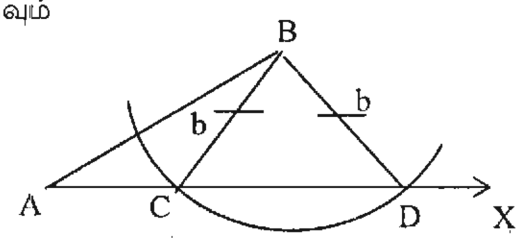
அதாவது , $AB = AC$, $\angle ADB = \angle ADC = 90^0$

மற்றும் $AD = AD$ (இரு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவான பக்கம்)

(iii) ஆம். $BD = DC$, ஏனெனில். $\Delta ABD \equiv \Delta ACD$

5.1.4 (உ) பக்கம் - பக்கம் - கோணம் (SSA) பொருத்தம், இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருப்பதற்கு போதுமான அடிப்படைக் கொள்கையாக இருக்க முடியாது:

AX என்ற கதிரை வரைந்து கொள்.
படம் 5.39 இல் உள்ளவாறு $\angle XAB$ என்ற கோணத்தை ஏற்படுத்துக.
B ஐ மையமாகவும் ‘b’ அலகுகள் ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்ட வில் வரையவும் அது AX ஐ C மற்றும் D என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதைக் காணலாம்.
எனவே $BC = b$ அலகுகள்
மற்றும் $BD = b$ அலகுகள்



படம் 5.39

எனவே $BC = BD$

முக்கோணங்கள் ACB மற்றும் ADB யில் இருந்து
$BC = BD$.

AB என்ற பக்கம் பொதுவானது.

$\angle BAX$ என்ற கோணம் இரு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.

இரு பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் சமம்.

ஆனால் $AC \neq AD$

எனவே $\Delta ACB \not\equiv \Delta ADB$

இரண்டு சோடி பக்கங்களும் ஒரு சோடி கோணமும் சமமாக இருந்தாலும் இரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் அல்ல.

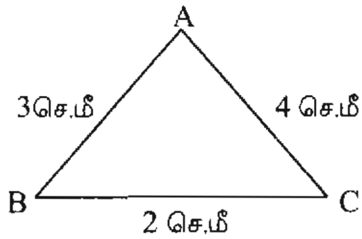
எனவே **பக்கம்-பக்கம்-கோணம் (SSA) பொருத்தம் முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருப்பதற்கு அடிப்படைக் கொள்கையாக அமையாது என அறியலாம்.**

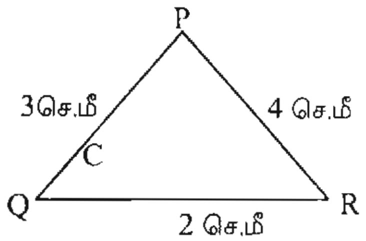
பயிற்சி 5. 2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக
   (i) இருதள உருவங்கள் ஒரே அளவையும் உருவத்தையும் பெற்றிருந்தால் அவற்றை _________ எனக் கூறலாம்.
   (ii) இரு கோட்டுத்துண்டுகள் சர்வசமம் எனில், அவை சம ________பெற்றிருக்கும்.
   (iii) இரு கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம _________பெற்றிருக்கும்.
   (iv) இரு சதுரங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம _________ பெற்றிருக்கும்.
   (v) இரு செவ்வகங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம _________மற்றும். ________ பெற்றிருக்கும்.
   (vi) இரு வட்டங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை சம _______ பெற்றிருக்கும்.

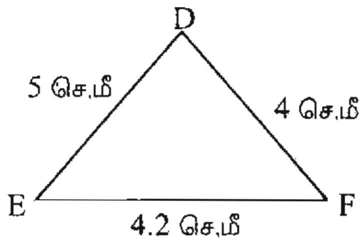
2. கீழ்க்கண்ட படங்களிலிருந்து, பக்கம்-பக்கம்-பக்கம் (SSS) அடிப்படைக் கொள்கையின்படி எந்தக கோண சோடிகள் சர்வசமம் எனக்கூறு. அதைக் குறியீட்டு வடிவில் எழுதுக

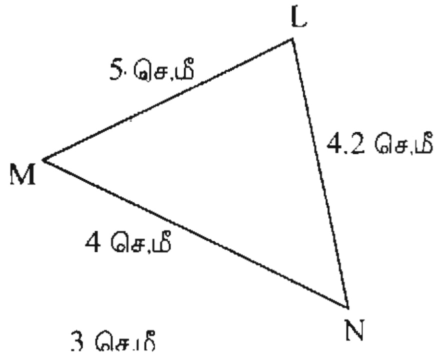
(i)



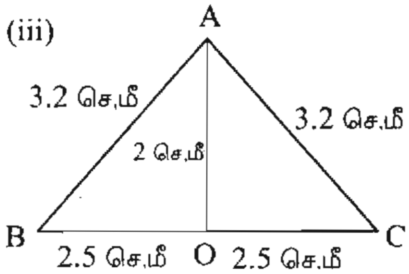


(ii)

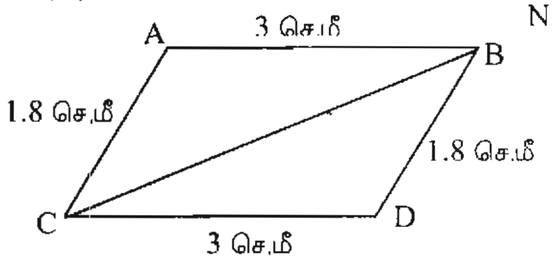




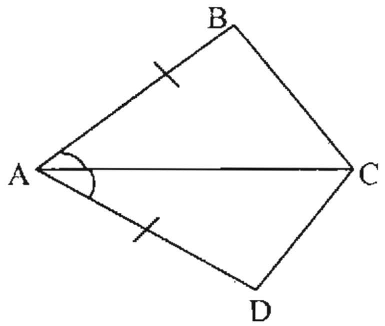
(iii)



(iv)

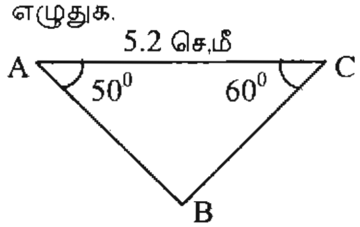


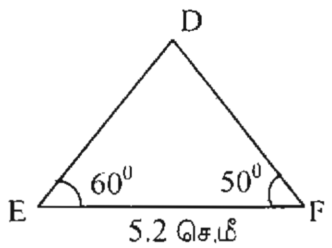
3. படத்தில் AB = AD
மற்றும் ∠BAC = ∠DAC எனில்
  (i) ABC மற்றும் ADC என்ற இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்பதை உறுதி செய்ய. அவற்றைக் குறியீட்டு வடிவில் எழுதுக.
  (ii) கீழ்க்கண்டவற்றில் அவற்றின் பொருத்தமான சோடிகளை எழுதி நிரப்புக.
    (a) ∠ABC = ____________
    (b) ∠ACD = ____________



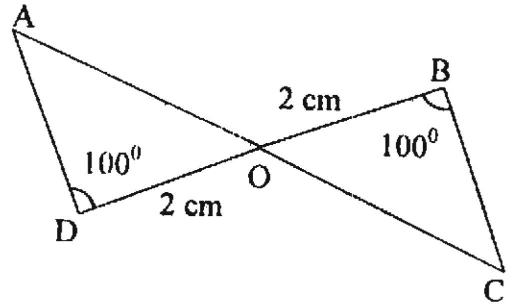
4. கீழ்க்கண்ட படங்களிலிருந்து, கோணம் - பக்கம் - கோணம் (ASA) அடிப்படைக் கொள்கையின்படி எந்த முக்கோண சோடிகள் சர்வசமம் எனக் கூறு. அதைக் குறியீட்டு வடிவில் எழுதுக.

(i)

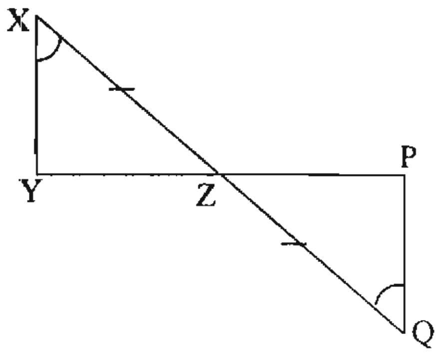




(ii)



5. படத்தில் $XZ = QZ$ மற்றும் $\angle X = \angle Q$ எனில்



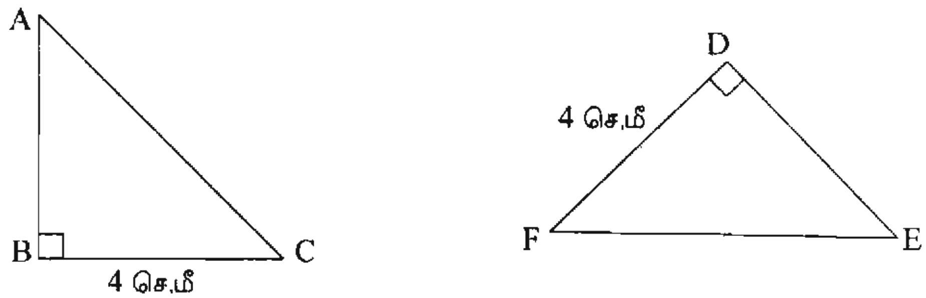
(i) $\angle XZY$ மற்றும் $\angle QZP$ என்ற கோணங்கள் சமமா? ஏன்?

(ii) ASA அடிப்படைக் கொள்கையின்படி ΔXZY மற்றும் ΔQZP சர்வ சமமா?

(iii) கேள்வி எண் (ii)ல் விடையளித்ததற்கு மூன்று காரணிகளைக் கூறு

(iv) $\angle XYZ$ மற்றும் $\angle QPZ$ சமமா? ஏன்?

6. படத்தில் $\angle B = \angle D = 90^0$ மற்றும் பக்கம் BC = பக்கம் DF. RHS அடிப்படைக் கொள்கையின்படி $\Delta ABC \equiv \Delta EDF$ என்றிருக்கத் தேவையான மூன்றாவது காரணியைக் கூறு



5.2 முக்கோணத்தில் ஒரு புள்ளி வழிக்கோடுகள்: அறிமுகம்

ஒரு தளத்தில் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழியே சென்றால் அவை ஒரு புள்ளிவழிக்கோடுகள் எனப்படும். அவற்றிற்கு ஒரு பொதுப்புள்ளி உண்டு எனலாம். இப்புள்ளி **சந்திக்கும் புள்ளி** எனப்படும்.

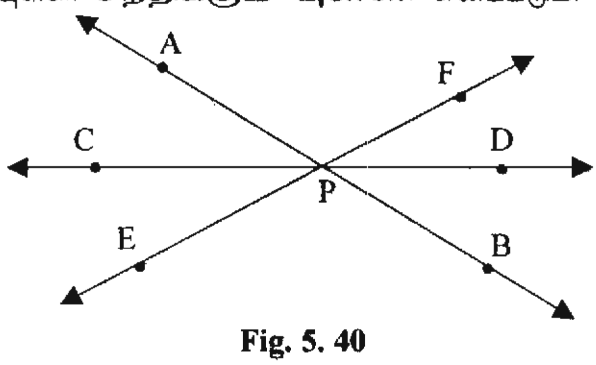


Fig. 5. 40

படத்தில் AB , CD மற்றும் EF என்ற, மூன்று கோடுகள் P என்ற பொதுப்புள்ளி வழியே செல்கின்றன. எனவே அவை ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.

இங்கு P என்பது சந்திக்கும் புள்ளி.

ஒரு முக்கோணத்திற்கு பல்வேறு சந்திக்கும் புள்ளிகளை நாம் வரையறுக்கலாம். அவற்றுள் சில சுற்று வட்ட மையம் (Circumcentre), உள்வட்ட மையம் (Incentre), செங்கோட்டு மையம் (Orthocentre), மற்றும் நடுக்கோட்டு மையம் (Centroid) என்பவை ஆகும்.

5.2.1 முக்கோணத்தின் சுற்று வட்ட மையம்
5.2.2 முக்கோணத்தின் உள்வட்டம்
5.2.3 முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம்
5.2.4 முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம்.

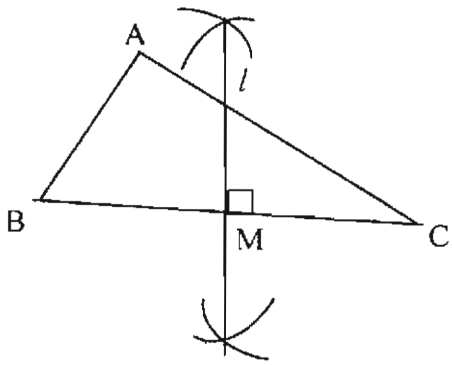
5.2.1 முக்கோணத்தின் சுற்று வட்டமையம்:

ஒரு முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்ட மையம் என்பதை அறிந்து கொள்ளும் முன்பாக, அம்முக்கோணத்தின் மையக் குத்துக் கோடுகள் பற்றி அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

5.2.1 (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள்:

ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கத்தின் மையக் குத்துக்கோடு என்பது, அப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாகவும் அதே சமயம் அப்பக்கத்தை இரு சமபாகங்களாகவும் பிரிக்கும் கோடு ஆகும்.

ஒரு முக்கோணம் அதன் மூன்று பக்கங்களைப் பொறுத்து, மூன்று மையக் குததுக் கோடுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

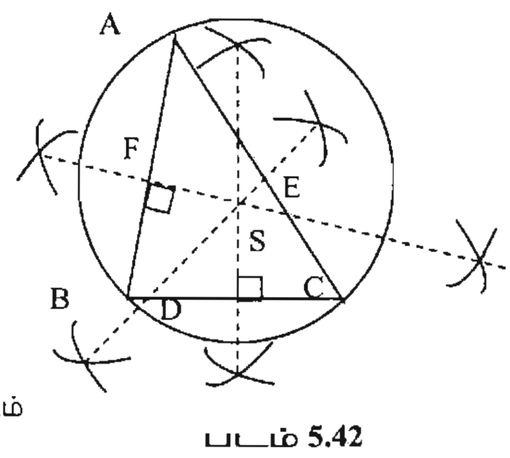


படம் 5. 41

படம் 5.41 இல், ABC என்ற முக்கோணத்தில் 'l' என்பது BC என்ற பக்கத்தின் மையக் குத்துக்கோடு ஆகும்.

முக்கோணத்தின் சுற்று வட்டம்:

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒரே புள்ளி வழியே செல்கின்றன. மூன்று மையக் குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி சுற்று வட்ட மையம் எனப்படும். இது 'S' என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும். முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிகள் வழியே செல்லும் வட்டம் அம்முக்கோணத்தின் சுற்று வட்டம் எனப்படும்.



படம் 5.42

ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைக. BC, CA மற்றும் AB என்ற பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் வரையவும். அவை வெட்டும்புள்ளி S என்க.

S என்பது ABC என்ற முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும்.

S ஐ மையமாகவும் SA ஐ ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. இவ்வட்டம் ABC என்ற முக்கோணத்தின் உச்சிகளான A, B மற்றும் C வழியாகச் செல்லும்.

SA , SB மற்றும் SC ஆகியவற்றின் நீளங்களை அளக்கவும்.

SA = SB = SC என நாம் காணலாம்.

அதாவது, சுற்றுவட்ட மையம் முக்கோணத்தின் உச்சிகளில் இருந்து சமதொலைவில் உள்ளது.

அவ்வட்டம் ABC என்ற முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டம் எனப்படும்.

செயல்:

ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம், ஒரு செங்கோண முக்கோணம் மற்றும் ஒரு விரிகோண முக்கோணம் வரைக. ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் சுற்று வட்ட மையம் அமையும் இடத்தைக் காண்க.

குறிப்பு:

ஒரு முக்கோணத்தின் சுற்று வட்ட மையம் காண ஏதாவது இரு பக்கங்களின் மையக் குத்துக் கோடுகள் வரைந்தால் போதும்.

5.2.2 ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டம்:

ஒரு முக்கோணத்தின் உள் வட்டம் என்பதை அறிந்து கொள்வதற்கு முன்பாக நாம் "ஒரு கோணத்தின் இரு சமவெட்டி" என்பது பற்றி அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

5.2.2 (அ) ஒரு கோணத்தின் இரு சமவெட்டி:

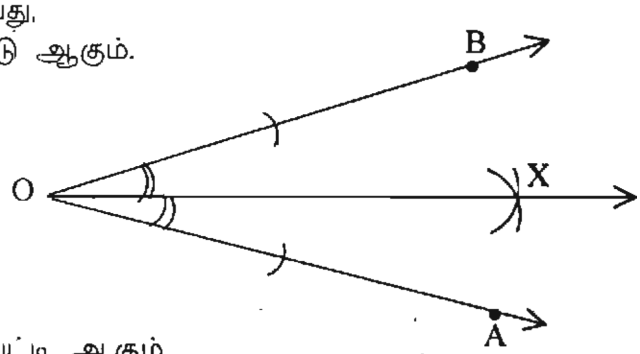
ஒரு கோணத்தின் இரு சமவெட்டி என்பது, அக்கோணத்தை இரு சமக்கூறிடும் கோடு ஆகும்.

$\angle$ AOB. என்ற கோணத்தை ஏற்படுத்துக.

படம் 5.43 இல் உள்ளவாறு அதை இரு சமக்கூறிடுக. படத்தில் OX என்ற கோடு $\angle$ AOB ஐ இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது.

எனவே $\angle$ AOX = $\angle$ BOX

OX என்பது $\angle$ AOB இன் இரு சமவெட்டி ஆகும்.



படம் 5. 43

5.2.2 (ஆ) ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள்

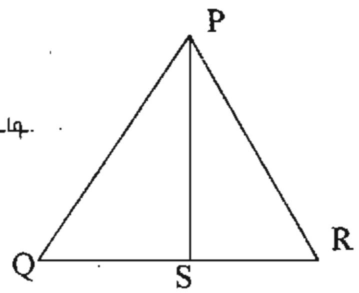
PQR என்ற முக்கோணம் வரைக.

$\angle$ QPR என்ற கோணத்தின் இரு சமவெட்டியை வரைந்து கொள்க. அது QR ஐ S இல் சந்திக்கட்டும்

PS என்பது Δ PQR இன் ஒரு கோணத்தின் இருசமவெட்டி.

எனவே ஒரு முக்கோணத்தில், ஒரு கோணத்தின் இரு சமவெட்டி என்பது அக்கோணத்தை இரு சமக்கூறிடும் ஒரு கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.

மேலும் ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்கள் உள்ளதால், அம்முக்கோணத்திற்கு மூன்று கோண இரு சமவெட்டிகள் உள்ளன.



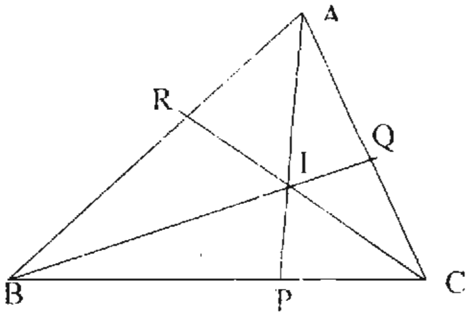
படம் 5.44

ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டம்:

ABC என்ற முக்கோணம் வரைக

$\angle A$ மற்றும் $\angle B$ என்ற கோணங்களுக்கு முறையே AP மற்றும் BQ என்ற இரு கோண சமவெட்டிகள் வரைக. அவை I என்ற புள்ளியில் சந்திக்கட்டும்.

CI ஐச்சேர்த்து நீட்டுக. அது, AB ஐ R என்ற புள்ளியில் சந்திக்கட்டும். $\angle RCA$ மற்றும் $\angle RCB$ ஐ அளக்க. $\angle RCA = \angle RCB$ என நாம் காணலாம்.



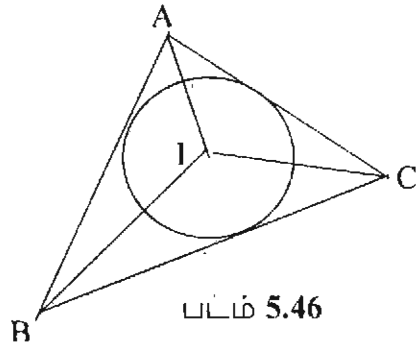
படம் 5.45

எனவே CR என்ற கோட்டுத்துண்டு $\angle C$ ஐ இரு சமக்கூறிடும்.

அதாவது $\angle C$ இன் இரு சமவெட்டி I வழியே செல்கிறது.

I ஐ மையமாகவும் IR ஐ ஆரமாகவும் (IR = IQ = IP) கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. அவ்வட்டம் முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களையும் தொட்டுச் செல்வதைக் காணலாம். (படம் 5.46) இதற்கு முக்கோணத்தின் உள்வட்டம் என்று பெயர்.

மேலும் பல முக்கோணங்கள் வரைந்து மேற்கூறிய செயலைத் திரும்பச் செய்க. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இரு சமவெட்டிகளும் ஒரு பொதுவான புள்ளிவழியே செல்வதை நாம் காணலாம்.



படம் 5.46

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இரு சமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு அம்முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையம் என்று பெயர்

இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும்.

5.2.3 ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம்:

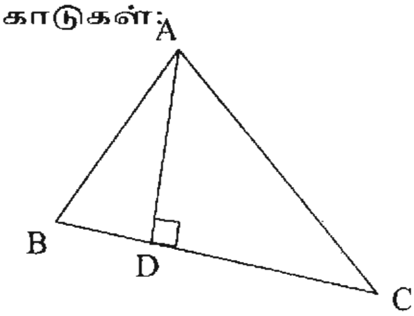
ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் என்பதை அறிந்து கொள்வதற்கு முன், நாம் முக்கோணத்தின் செங்கோடுகள் (altitudes) பற்றி அறிவோம்.

5.2.3 (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோடுகள்:

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாக வரையப்படும் கோட்டுத்துண்டிற்கு **செங்கோடு** என்று பெயர் படம் 5.47 இல் ABC என்ற முக்கோணத்தில் AD என்பது A லிருந்து BC க்குச் செங்குத்தாக வரையப்பட்ட கோடு ஆகும்.

$\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90°$

எனவே AD என்பது A லிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடு ஆகும்.

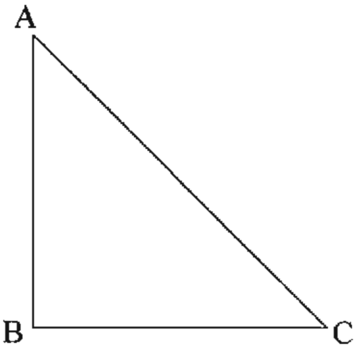


படம் 5.47

குறிப்பு:

படம் 5.47 இல் உள்ளது ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம் ஆகும். D என்பது BC இன் மீது அமைந்த ஒரு புள்ளி ஆகும்.

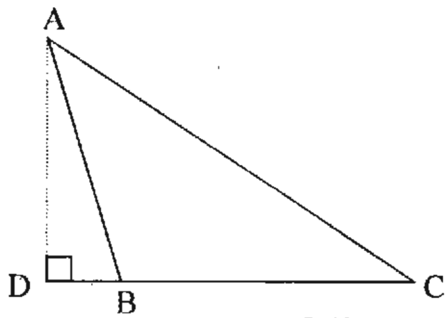
படம் 5.48 இல் ABC என்பது B ஐ செங்கோணமாகக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.



படம் 5. 48

A என்ற உச்சியில் இருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைந்தால், செங்கோடானது AB இன் மீதே அமையும்.

படம் 5.49 இல் ABC என்பது ஒரு விரிகோண முக்கோணம் ஆகும்.
AD என்ற செங்கோட்டை வரைந்தால், D என்ற புள்ளி BC இன் மீது அமையாமல் CB இன் நீட்டிப்பின்மீது அமையும்.

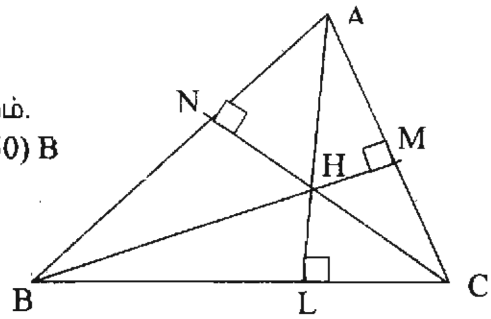


படம் 5.49

ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம்:

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து எதிர்ப்பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியானது அம்முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் எனப்படும்.

ABC என்ற முக்கோணம் வரைக (படம் 5.50) B மற்றும் C என்ற உச்சிகளிலிருந்து முறையே BM மற்றும் CN என்ற செங்குத்துக் கோடுகள் வரைக. அவை H என்ற புள்ளியில் சந்திக்கட்டும்.
H என்ற புள்ளியானது முக்கோணத்தின் **செங்கோட்டு மையம்** எனப்படும்.



படம் 5.50

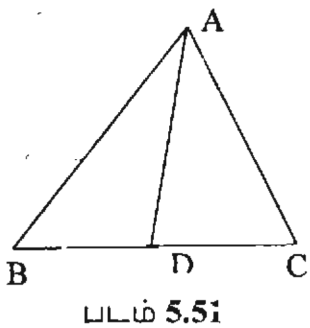
எனவே முக்கோணத்தின் குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் H என்ற புள்ளியானது முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் எனப்படும்.

5.2.4 ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம்:

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் என்பதை அறிந்து கொள்ளும் முன்பாக அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் (Medians)- பற்றி நாம் அறிதல் வேண்டும்.

5.2.4 (அ) முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள்:

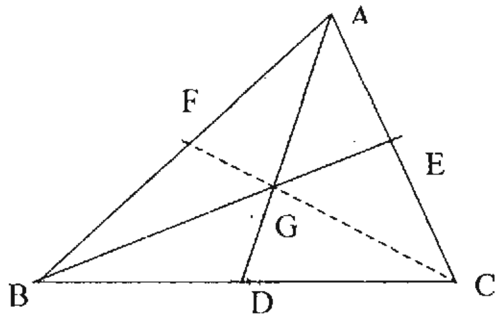
ஒரு முக்கோணத்தின் ஓர் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியைச் சேர்க்கும் கோட்டிற்கு "நடுக்கோடு" என்று பெயர்
படம் 5.51 இல் ABC என்ற முக்கோணத்தில் D என்பது BC இன் மையப்புள்ளி. AD என்பது A இல் இருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு ஆகும்.



படம் 5.51

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம்:

ABC என்ற முக்கோணம் வரைக (படம் 5.52) BC மற்றும் AC இன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E என்க AD மற்றும் BE என்பவை முக்கோணத்தின் இரு நடுக்கோடுகள். இரு நடுக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி G என்க. CG ஐச் சேர்த்து அதை நீட்டிக்க அது AB என்ற கோட்டை F இல் சந்திக்கட்டும்.



படம் 5.52

இப்போது நாம் AF = FB எனக் காணலாம்.

அதாவது F என்பது AB இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

மேலும் பல முக்கோணங்கள் வரைந்து, மேற்கூறிய செயலைத் திரும்பச் செய்க.

இரு நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியானது மூன்றாவது நடுக்கோட்டின் மீது அமையும் என நாம் காணலாம்.

எனவே, G என்ற முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியானது, அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எனப்படும்.

பயிற்சி 5.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   - (i) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு ________ என்று பெயர்.
   - (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளில் இருந்து சமதொலைவில் உள்ள புள்ளிக்கு ________ என்று பெயர்.
   - (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் மையத்தைச் சேர்க்கும் கோட்டிற்கு ____________ என்று பெயர்.
   - (iv)
   - (v) ஒரு முக்கோணத்தில் உள்ள கோணங்களின் இரு சமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு __________ என்று பெயர்.
   - (vi) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாக வரையப்படும் கோட்டுத்துண்டிற்கு ___________ என்று பெயர்.
   - (vii) ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு _________ என்று பெயர்.
   - (viii) ABC என்ற முக்கோணத்தில், BC இன் மையப்பபுள்ளி D எனவே AD என்பது முக்கோணத்தின் _________ ஆகும்.
   - (ix) ABC என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில் C என்பது செங்கோணம் எனில், முக்கோணத்தின் இரு செங்கோடுகள் _____ மற்றும். _______ ஆகும்.
2. **சுருக்கமாக விடையளி:**
   - (i) ஒரு முக்கோணத்தின் (a) சுற்று வட்ட மையம் (b) உள்வட்ட மையம் என்றால் என்ன?
   - (ii) வரையறு: (a) செங்கோடு (b) நடுக்கோடு
   - (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் (a) செங்கோட்டு மையம் (b) நடுக்கோட்டு மையம் என்றால் என்ன?

3. செயல்: காகிதம் மடித்தல்

ஒரு தாளை எடுத்து அதில் ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைக. பின்னர் அதன் பக்கங்களின் மையக்குத்து கோடுகளுக்கான மடிப்பை ஏற்படுத்துக. மையக்குத்துக் கோடுகளின் மடிப்புகள் அனைத்தும் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதை நாம் காணலாம். அதுவே சுற்றுவட்டமையம் எனப்படும்.

அதேபோல உள்வட்ட மையம், செங்கோட்டு மையம் மற்றும் மையக்கோட்டுச் சந்தி போன்ற ஒவ்வொரு பொதுவான புள்ளியையும் காகித மடிப்பின் மூலம் காண்க

5.3 இணைகரங்கள்

5.3.1 இணைகரத்தின் பண்புகள்
5.3.2 சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்
5.3.3 செவ்வகத்தின் பண்புகள்
5.3.4 சதுரத்தின் பண்புகள்

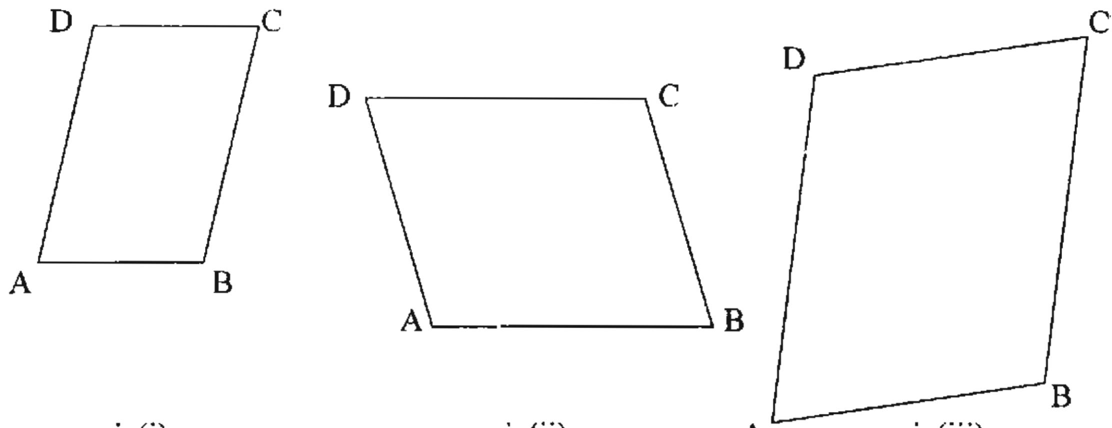
5.3.1 இணைகரத்தின் பண்புகள்:

நான்கு கோட்டுத்துண்டுகளால் அடைபட்ட ஒரு உருவத்தை, **நாற்கரம்** என நாம் அறிவோம்.

ஒரு நாற்கரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருந்தால், அது இணைகரம் ஆகும்.

5.3.1 (அ) இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள்:

கீழேயுள்ள இணைகரங்களைக் காண்க.



படம் (i) படம் (ii) படம் (iii)

படம் 5. 53

மேற்கண்ட இணைகரங்களில் AB, BC, CD மற்றும் DA என்ற பக்கங்களின் அளவுகளை அளந்து அவற்றைக் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் குறிக்கவும்.

வ. எண்	I சோடி		எதிர்ப்பக்கங்கள்	II சோடி		எதிர்ப்பக்கங்கள்
	AB	CD	AB யும் CD யும் சமமா?	BC	AD	BC யும் ADயும் சமமா?
படம் (i)						
படம் (ii)						
படம் (iii)						

அட்டவணை 5.3

அனைத்து இணைகரங்களிலும் AB = CD மற்றும் BC = AD

எனவே **இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம்.**

5.3.1 (ஆ) இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள்:

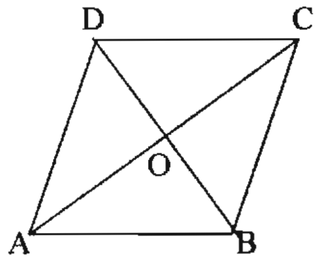
படம் 5.53 இல் உள்ள இணைகரங்களைக் காண்க. ஒவ்வொரு இணைகரத்திலும் $\angle A$, $\angle C$, $\angle B$ மற்றும் $\angle D$ கோணங்களை அளந்து அவற்றைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிக்கவும்

வ.எண்	I சோடி எதிர்க்கோணங்கள்			II சோடி எதிர்க்கோணங்கள்		
	$\angle A$	$\angle C$	$\angle A$ யும் $\angle C$யும் சமமா?	$\angle B$	$\angle D$	$\angle B$ யும் $\angle D$ யும் சமமா?
படம் (i)						
படம் (ii)						
படம் (iii)						

அட்டவணை 5.4

எல்லா இணைகரங்களிலும் $\angle A = \angle C$ மற்றும் $\angle B = \angle D$

எனவே **இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் சமம் ஆகும்.**



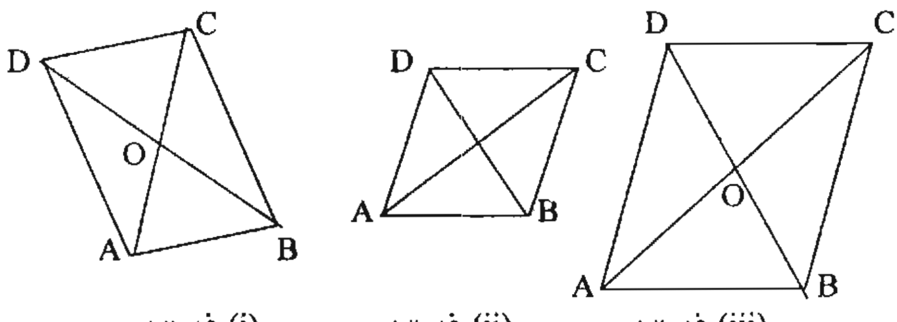
படம் **5. 54**

5.3.1 (இ) இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள்

படம் 5.54 இல் ABCD என்பது ஒரு இணைகரம். AC யும் BD யும் இணைகரத்தின் இரு மூலைவிட்டங்கள்.

இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக்கூறிடும்

கீழேயுள்ள இணைகரங்களைக் காண்க



படம் (i) படம் (ii) படம் (iii)

படம் **5.55**

மேலேயுள்ள ஒவ்வொரு இணைகரத்திலும் AO , OC , BO மற்றும் OD ஆகியவற்றை அளக்க. அளவுகளைக் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் குறிக்கவும்.

வ.எண்	I மூலைவிட்டம் AC			II மூலைவிட்டம் BD		
	AO	OC	AO ம் OC ம் சமமா?	BO	OD	BO ம் OD ம் சமமா?
படம் (i)						
படம் (ii)						
படம் (iii)						

அட்டவணை 5.5

எல்லா இணைகரங்களிலும் AO = OC

மற்றும் BO=OD எனக் காணலாம்.

எனவே ஓர் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக்கூறிடும்

எனவே ஓர் இணைகரத்தில்,

(i) எதிர் பக்கங்கள் இணை மற்றும் சமம்

(ii) எதிர்க் கோணங்கள் சமம்

(iii) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக்கூறிடும்

5.3.2 சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்:

ஓர் இணைகரத்தின் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம் எனில், அது சாய்சதுரம் ஆகும்.

5.3.2 (அ) சாய்சதுரத்தின் பக்கங்கள்:

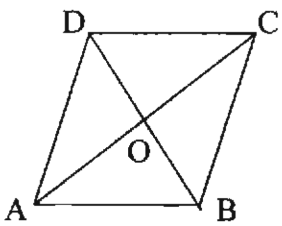
படம் 5.56 இல், ABCD ஒரு சாய்சதுரம் அதாவது AB = AD எனக்கொண்ட ஓர் இணைகரம். இணைகரத்தின் பண்புகளிலிருந்து

(i) AB = DC , BC = AD

(ii) $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ மற்றும்

(iii) AO = OC , BO = OD

என நாம் பெறலாம்.



படம் 5. 56

AB மற்றும் AD என்பவை இரு அடுத்துள்ள பக்கங்கள்.

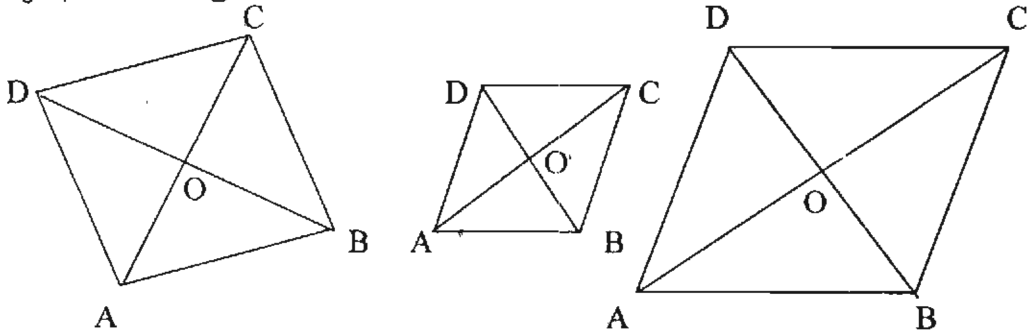
இங்கு AB = AD

எனவே AB = AD = BC = DC

∴ ஒரு சாய்சதுரத்தில் எல்லாப்பக்கங்களும் சமம்.

5.3.2. (ஆ) சாய்சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள்

கீழேயுள்ள சாய்சதுரங்களைக் காண்க



படம் (i) படம் (ii) படம் (iii)

படம் 5.57

மேலேயுள்ள சாய்சதுரங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் $\angle BOC$ மற்றும் $\angle COD$ ஆகியவற்றை அளந்து அளவுகளைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிக்கவும்.

வ.எண்	$\angle BOC$	$\angle BOC$ என்பது 90° க்குச்சமமா?	$\angle COD$	$\angle COD$ என்பது 90° க்குச்சமமா?
படம் (i)				
படம் (ii)				
படம் (iii)				

அட்டவணை 5.6

எல்லா சாய்சதுரங்களிலும் $\angle BOC = 90^\circ$ மற்றும் $\angle COD = 90^\circ$ என நாம் காணலாம்.

குத்தெதிர் கோணங்கள் சமம் என நாம் அறிவோம்.

எனவே $\angle DOA = \angle BOA = 90^\circ$

எனவே ஒரு சாய்சதுரத்தில் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டு இரு சமக்கூறிடும்.

எனவே ஒரு சாய்சதுரத்தில்,

(i) எல்லாப்பக்கங்களும் சமம்

(ii) எதிர்க்கோணங்கள் சமம்.

(iii) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டு இரு சமக் கூறிடும்.

5.3.3 செவ்வகத்தின் பண்புகள்:

இணைகரத்தின் ஒரு கோணம் செங்கோணமாக இருப்பின் அது செவ்வகம் ஆகும்.

5.3.3 (அ) செவ்வகத்தின் கோணங்கள்:

ABCD ஒரு இணைகரம். $\therefore$ அதன் எதிர்க்கோணங்கள் சமம்

$\angle A = \angle C$ மற்றும் $\angle B = \angle D$

ஒரு கோணம் 90° (கொடுக்கப்பட்டது)

$\angle A = 90^\circ$ என்க

$\angle C = 90^\circ$ [ஏனெனில் $\angle A = \angle C$]

ஆனால் $\angle A + \angle D = 180^\circ$

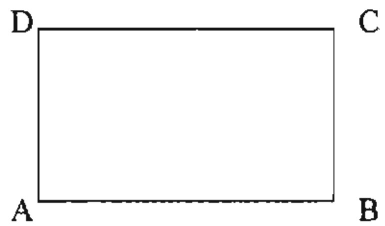
$90^\circ + \angle D = 180^\circ$

$\angle D = 180^\circ - 90^\circ$

$\angle D = 90^\circ$

ஆனால் $\angle B = \angle D$

எனவே $\angle B = 90^\circ$



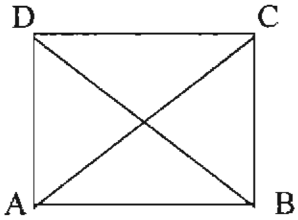
படம் 5. 58

எனவே $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

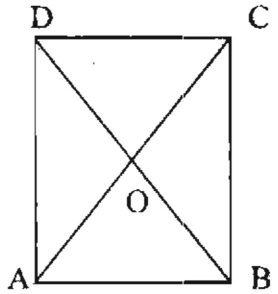
எனவே, **செவ்வகத்தின் ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம் ஆகும்.**

5.3.3. (ஆ) செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள்:

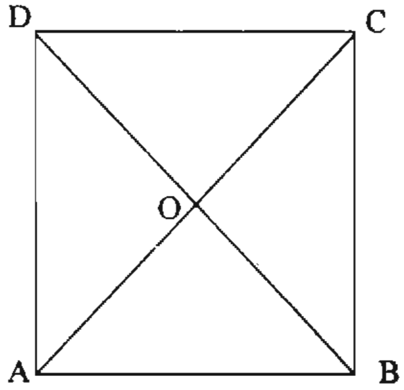
கீழேயுள்ள செவ்வகங்களைக் காண்க



படம் (i)



படம் (ii)



படம் (iii)

படம் 5. 59

மேலேயுள்ள செவ்வகங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் மூலைவிட்டங்கள் AC மற்றும் BD ஆகியவற்றை அளந்து அளவுகளைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் குறிக்கவும்.

வ.எண்	நீளங்கள்		ACயும் BDயும் சமமா?
	AC	BD	
படம் (i)			
படம் (ii)			
படம் (iii)			

அட்டவணை 5.7

அனைத்து செவ்வகங்களிலும் AC = BD என் நாம் காணலாம்.

அதாவது செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்கள் சமம்.

எனவே ஒரு செவ்வகத்தில்,

(i) எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம்

(ii) ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம்

(iii) மூலை விட்டங்கள் சமம். மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சமக் கூறிடும்.

5.3.4 சதுரத்தின் பண்புகள்

ஒரு செவ்வகத்தின் ஒரு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம் எனில், அது சதுரம் ஆகும்.

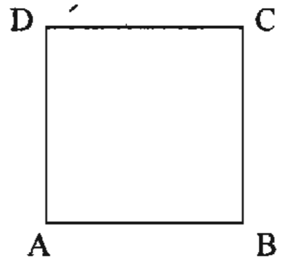
ABCD ஒரு செவ்வகம் என்பதால்,

(i) எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம்

(ii) எதிர்க்கோணங்கள் சமம்

(iii) மூலைவிட்டங்கள் சமம்

(iv) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சமக் கூறிடும்.



படம் 5.60

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம் என்பதால்,

$AB = CD$ மற்றும் $AD = BC$

ஒரு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம் என்பதால்

$AB = BC$ என்க (கொடுக்கப்பட்டது)

ஆனால் $AB = CD$ (எதிர்ப்பக்கங்கள்)

$\therefore BC = CD$

மீண்டும் $BC = AD$

$AD = CD$

எனவே $AB = BC = CD = AD$

இதிலிருந்து அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம் என அறியலாம்.

எனவே இச்செவ்வகம் ஒரு சதுரம் ஆகும். அதாவது செவ்வகத்தின் ஒரு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம் எனில் அது சதுரம் எனப்படும்.

எனவே ஒரு **சதுரத்தில்,**

(i) அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம்

(ii) ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம்

(iii) மூலை விட்டங்கள் சமம். மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்கோணத்தில் இரு சமகூறிடும்.

பயிற்சி 5.4

1. கீழ்க்கண்டவை சரியா தவறா எனக்கூறு

(i) ஒரு நாற்கரத்தின் இரு சோடி எதிர்க்கோணங்களும் சமம் எனில், அது இணைகரம் ஆகும்.

(ii) ஓர் இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள கோணங்கள் சமம் எனில், அது செவ்வகம் ஆகும்.

(iii) ஓர் இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம் எனில், அது சதுரம் ஆகும்

(iv) ஒரு செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

(v) ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டு இரு சமக்கூறிடும்.

(vi) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டு இரு சமக்கூறிடும்.

(vii) செவ்வகத்தின் ஏதாவது இரு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும்.

2. கீழ்க்கண்டவற்றை நிறைவு செய்க:

(i) அடுத்துள்ள இரு பக்கங்கள் சமமாக உள்ள ஒரு இணைகரம்________ ஆகும்.

(ii) ஒரு கோணம் $90°$ ஆகவும் அடுத்துள்ள இரு பக்கங்கள் சமமாகவும் உள்ள ஒரு இணைகரம் ________ ஆகும்.

(iii) ஒரு இணைகரத்தில் உள்ள மூலை விட்டம். அதை இரு ________ முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது.

(iv) ABCD என்ற ஒரு இணைகரத்தில் AC மற்றும் BD என்ற மூலைவிட்டங்கள் O வில் வெட்டிக்கொள்கின்றன. $AO = 2.5$ செ.மீ.எனில் $AC =$________ செ.மீ.

(v) ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்கள் முறையே 50°, 130°, 50°, 130° என்றிருந்தால் அது _________ ஆக இருக்கும்.

(vi) PQRS என்ற செவ்வகத்தில் மூலைவிட்டம் PR = 15 செ.மீ எனில் மூலைவிட்டம் QS = ____________ செ.மீ

(vii) ABCD என்ற சதுரத்தில், AC என்ற மூலைவிட்டம் வரையப்பட்டால் ∠BAC ________________

3 கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு விடையளி

(i) ABCD என்ற இணைகரத்தில் ∠A+ ∠B மற்றும் ∠A - ∠C மதிபபுகளைக் கண்டுபிடி.

(ii) ஒரு இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள கோணங்கள் $x°$ மற்றும் $(x+50°)$ x இன் மதிப்பையும் இணைகரத்தின் கோணங்களையும் காண்க.

(iii) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களில் ஒன்று அதன் பக்கங்களின் ஒன்றுக்குச் சமம். சாய்சதுரத்தின் கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

(iv) இணைகரத்தின் ஒரு கோணம் 80° மற்ற கோண அளவுகளைக் கண்டுபிடி.

(v) ஓர் இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள கோணங்கள் சமம். அதன் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் கண்டுபிடி. (குறிப்பு: அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

(vi) ஓர் இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ. அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

(vii) (a) இணைகரம் (b) சாய்சதுரம் (c) செவ்வகம் மற்றும் (d) சதுரம் ஆகியவற்றின் பண்புகளை எழுதுக.

செயல் 1:

உன்னைச் சுற்றியுள்ள பொருள்களைக் கவனித்து, அவற்றில் முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், வட்டம், இணைகரம் மற்றும் சாய்சதுரம் ஆகிய வடிவங்களில் உள்ள பொருள்களின் பெயர்களைப் பட்டியலிடுக.

செயல் 2:

ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைக. அம்முக்கோணத்தின் மையக் கோடுகளையும், செங்குத்துக் கோடுகளையும் வரைக.

(i) மையக் கோடுகள் அனைத்தும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

(ii) செங்குத்துக் கோடுகள் அனைத்தும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கின்றனவா?

(iii) அப்புள்ளிகள் முக்கோணத்திற்கு உள்ளே அல்லது முக்கோணத்திற்கு வெளியே அல்லது முக்கோணத்தின் மீது அமைகின்றனவா?

செயல் 3:

ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம் மற்றும் ஒரு விரிகோண முக்கோணம் வரைக.

(i) செங்குத்துக்கோடுகள சந்திக்கும் புள்ளி எங்கே அமைகிறது எனக் காண்க.

(iii) மையக் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி எங்கே அமைகிறது எனக் காண்க.

நினைவிற் கொள்க

1. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் $180°$
2. ஒரு முக்கோணத்தில், இரு பக்கங்கள் சமமாக இருந்தால் அப்பக்கங்களுக்கெதிரான கோணங்களும் சமமாக இருக்கும்.
3. ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் எல்லாக் கோணங்களும் சமம்.
4. ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவைவிட அதிகமாக இருக்கும்.
5. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோண அளவு அதன் இரு உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
6. இரு தள உருவங்கள் சர்வசமம் எனில், அவை ஒரே மாதிரியான வடிவத்தையும் அளவையும் பெற்றிருக்கும்.
7. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கத்தின் மையக் குத்துக்கோடு என்பது அப்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அப்பக்கத்தை இரு சமபாகங்களாகவும் பிரிக்கும் கோடு ஆகும்.
8. ஒரு கோணத்தின் இரு சமவெட்டி என்பது அக்கோணத்தை இரு சமபாகங்களாகப்பிரிக்கும் கோடு ஆகும்.
9. ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்கு செங்குத்தாக வரையப்படும் கோட்டுத் துண்டிற்கு செங்கோடு என்று பெயர்.
10. ஒரு முக்கோணத்தின் ஓர் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியைச் சேர்க்கும் கோட்டிற்கு நடுக்கோடு என்று பெயர்.
11.

எண்.	சந்திக்கும் கோடுகள்	சந்திக்கும் புள்ளி
1	முக்கோணத்தின் பக்கங்களின்மையக் குத்துக்கோடுகள்	சுற்று வட்ட மையம்
2	முக்கோணத்தின் கோணங்களின் இரு சம வெட்டிகள்	உள் வட்ட மையம்
3	முக்கோணத்தின் செங்கோடுகள்	செங்கோட்டு மையம்
4	முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள்	நடுக்கோட்டு மையம்

12

வ. எண்	நாற்கரம்	பக்கங்கள்	கோணங்கள்	மூலை விட்டங்கள்
1	இணைகரம்	எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை மற்றும் சமம்	எதிர்க் கோணங்கள் சமம்	மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக் கொன்று இரு சமக் கூறிடும் மூலை விட்டங்கள் சமம் அல்ல.
2	செவ்வகம்	எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை மற்றும் சமம்.	எல்லாக் கோணங்களும் 90°	மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக் கொன்று இரு சமக்கூறிடும். மூலை விட்டங்கள் சமம்.
3	சாய்சதுரம்	எல்லாப் பக்கங்களும் சமம் எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை	எதிர்க் கோணங்கள் சமம்	மூலைவிட்டங்கள் சமம் அல்ல. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டு இரு சமக்கூறிடும்.
4	சதுரம்	எல்லாப் பக்கங்களும் சமம் எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை	எல்லாக் கோணங்களும் 90° ஆக இருக்கும்	மூலைவிட்டங்கள் சமம் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டு இரு சமக் கூறிடும்.

6 செய்முறை வடிவியல்

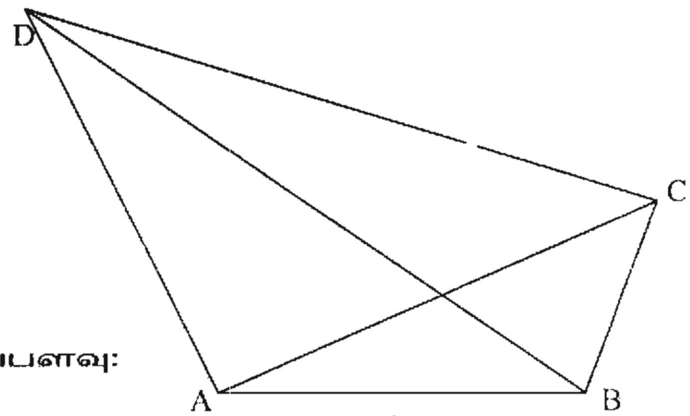
வடிவியல் தள உருவங்களின் வரையறை பண்புகள் மற்றும் பரப்பளவுகளுக்கான வாய்பாடுகள் பற்றி நாம் சென்ற வகுப்புகளில் கற்றறிந்திருக்கிறோம்.

6.1	நாற்கரம்
6.2	சரிவகம்
6.3	இருசமபக்க சரிவகம்.
6.4	இணைகரம்
6.5	சாய் சதுரம்
6.6	பொதுமைய வட்டங்கள்

6.1 நாற்கரம்:

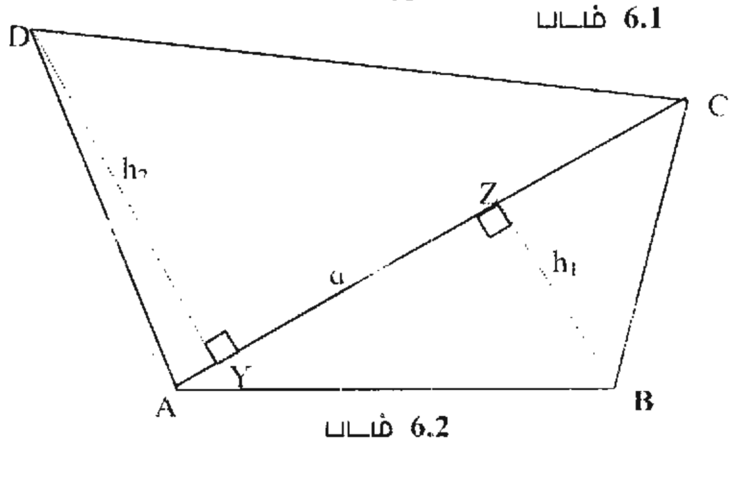
6.1.1. அறிமுகம்:

ஒரு நாற்கரம் என்பது ஒரு தளத்தில் நான்கு கோடுகளால் அடைபடும் வடிவம் ஆகும். எதிர் உச்சிகளை இணைக்கும் கோடுகள் நாற்கரத்தின் மூலை விட்டங்கள் என்றழைக்கப்படுகின்றன. சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம், இணைகரம், சரிவகம் ஆகியவை நாற்கரங்கள் ஆகும். ஒருநாற்கரத்தில் நான்கு உச்சிகள், நான்கு பக்கங்கள், நான்குகோணங்கள் மற்றும் இரண்டு மூலை விட்டங்கள் உள்ளன.



படம் 6.1

6.1.2 நாற்கரத்தின் பரப்பளவு:



படம் 6.2

மூலைவிட்டம் $\overline{AC}$, நாற்கரம் ABCD யை ABC மற்றும் ACD என இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கின்றது

Δ ABC யின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BZ}$ [அரை × அடிப்பக்கம்× குத்துயரம்]

Δ ACD யின்பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DY}$ [அரை × அடிப்பக்கம்× குத்துயரம்]

∴ நாற்கரம் ABCD யின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BZ} + \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DY}$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \; [\overline{BZ} + \overline{DY}]$

$= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவானது மூலைவிட்டம் மற்றும் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல், இவைகளின் பெருக்கற் பலனில் பாதியாகும்.

> **$A = \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$ இதில் 'd' என்பது நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டம் ஆகும். h_1 மற்றும் h_2 என்பவை எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகள் ஆகும்.**

செய்து பார்:

காகித மடிப்பு முறையைப்பயன்படுத்தி $A = \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$ என்பதைச் சரிபார்.

6.1.3. நாற்கரம் அமைத்தல்:

பொருத்தமான இரு தனித்தனி முக்கோணங்களின் இணைப்பாக நாற்கரங்கள் அமைக்கப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் அமைக்கப்பட்ட பின்னர் நான்காவது உச்சி கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது. ஒரு முக்கோணம் அமைப்பதற்கு

ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் நமக்கு தேவைப்படுகின்றன. நான்காவது உச்சியைக் குறிப்பதற்கு நமக்கு மேலும் இரண்டு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன. எனவே ஒரு நாற்கரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவை.

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு பொருத்தமான அளவுகளைத் தேர்ந்தெடுத்துக்கொள்க. எடுத்துக்காட்டாக முக்கோணம் ABD ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். பின்னர் மீதமுள்ள இரண்டு அளவுகளைக் கொண்டு நான்காவது உச்சியை அதாவது 'C' ஐ அமைக்க.

6.1.4 நான்கு பக்கங்களும், ஒரு மூலை விட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க. $\overline{AB} = 5$ செ.மீ $\overline{BC} = 6$ செ.மீ, $\overline{CD} = 4$ செ.மீ $\overline{DA} = 5.5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{AC} = 7$ செ.மீ.

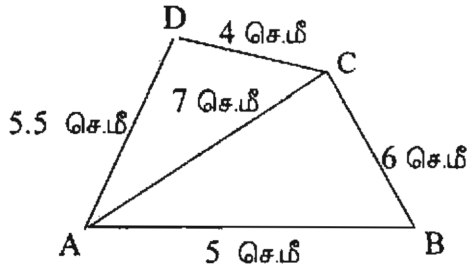
தீர்வு:

தரவு $\overline{AB}$ = 5 செ.மீ $\overline{BC}$ = 6 செ.மீ

$\overline{CD}$ = 4 செ.மீ $\overline{DA}$ = 5.5 செ.மீ

மற்றும் $\overline{AC}$ = 7 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம்6.3

நாற்கரம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்

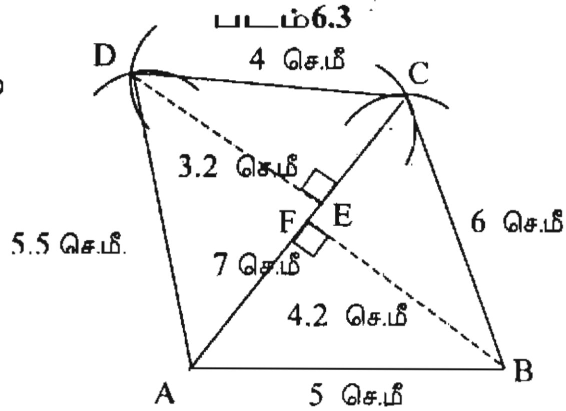
படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 5 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: A மற்றும் B யை மையங்களாகக் கொண்டு 7 செ.மீ, 6 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C யில் வெட்டட்டும்.

படி 4: $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BC}$ யை வரையவும்

படி 5: A ஐயும் C ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு 5.5 செ.மீ, 4 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை D யில் வெட்டட்டும்.



படம் 6.4

படி 6: கோட்டுத்துண்டு AD யையும் கோட்டுத்துண்டு CD யையும் வரையவும். இப்பொழுது ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்

நாற்கரம் ABCD யில், $d = 7$ செ.மீ, $h_1 = 4.2$ செ.மீ மற்றும் $h_2 = 3.2$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} (7) (4.2 + 3.2)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7.4$

$=$ 25.9 செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.1

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடிக்கவும்.

1. $\overline{AB}$ = 4 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 5.6 செ.மீ
   $\overline{DA}$ =5 செ.மீ மற்றும் $\overline{AC}$ = 8 செ.மீ
2. $\overline{AB}$ = 5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 4.5 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 6 செ.மீ,
   $\overline{DA}$ = 3 செ.மீ மற்றும் $\overline{BD}$ = 5 செ.மீ

3. $\overline{AB}$ = 4.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6 செ.மீ, $\overline{AC}$ = 6.5 செ.மீ,
$\overline{CD}$ = 7 செ.மீ மற்றும் $\overline{DA}$ = 5 செ.மீ

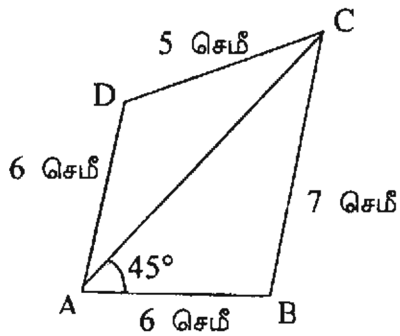
4. $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6.5 செ.மீ, $\overline{AC}$ = 8 செ.மீ,
$\overline{CD}$ = 6 செ.மீ மற்றும் $\overline{DA}$ = 4.5 செ.மீ

5. $\overline{AB}$ = 5.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6.2 செ.மீ, $\overline{AC}$ = 4 செ.மீ,
$\overline{CD}$ = 5 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 4.2 செ.மீ

6.1.5. நான்கு பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 2:
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக்கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும்.
$\overline{AB}$ = 6 செமீ, $\overline{BC}$ = 7 செமீ, $\overline{AD}$ = 6 செமீ,
$\overline{CD}$ = 5 செமீ m $\angle$BAC = 45°.

உதவிப்படம்



படம் 6.5

தீர்வு:
தரவு $\overline{AB}$ = 6 செமீ, , $\overline{BC}$ = 7 செமீ,
$\overline{AD}$ = 6 செமீ $\overline{CD}$ = 5 செமீ
m $\angle$BAC = 45°.

நாற்கரம் அமைத்தல்:

அமைப்பிற்கான படிகள்.

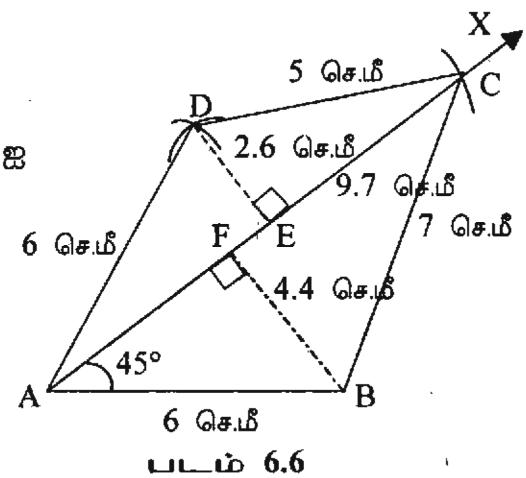
படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

படி 2: 6 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $\angle$BAX = 45° உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4: B யை மையமாகக் கொண்டு 7 செ.மீ ஆரமுடைய ஒரு வட்டவில் வரையவும். இது $\overrightarrow{AX}$ ஐ C யில் வெட்டட்டும்.

படி 5: BC என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்



படம் 6.6

படி 6: A யையும் C யையும் மையங்களாகக் கொண்டு 6 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரைக. இவைகள் D யில் வெட்டட்டும்.

படி 7: கோட்டுத்துண்டு AD யையும் கோட்டுத்துண்டு CD யையும் வரையவும் ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் $d = 9.7$ செ.மீ, $h_1 = 4.4$ செ.மீ மற்றும் $h_2 = 2.6$ செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\, d\,(h_1 + h_2)$$

$$= \frac{1}{2}\,(9.7)\,(4.4 + 2.6)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.7 \times 7$$

பரப்பளவு $= 33.95$ செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.2

கீழ்க்கண்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB} = 5.5$ செ.மீ, $\overline{BC} = 6$ செ.மீ, $\overline{CD} = 4$ செ.மீ, $\overline{DA} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle BAC = 70°$.
2. $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, $\overline{BC} = 4$ செ.மீ, $\overline{CD} = 5$ செ.மீ, $\overline{DA} = 4.5$ செ.மீ மற்றும் $m\angle ABC = 100°$.
3. $\overline{AB} = 4.5$ செ.மீ, $\overline{BC} = 5$ செ.மீ, $\overline{DA} = 5.5$ செ.மீ $\overline{CD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle BAC = 50°$
4. $\overline{AB} = 6.6$ செ.மீ, $\overline{BC} = 8$ செ.மீ, $\overline{CD} = 7$ செ.மீ, $\overline{DA} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle ABC = 80°$.
5. $\overline{AB} = 8$ செ.மீ, $\overline{BC} = 6.8$ செ.மீ, $\overline{CD} = 6$ செ.மீ, $\overline{AD} = 6.4$ செ.மீ மற்றும் $m\angle B = 50°$.

6.1.6 மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 3:

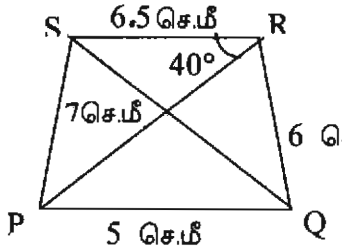
கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

$\overline{PQ} = 5$ செ.மீ, $\overline{QR} = 6$ செ.மீ,

$\overline{PR} = 7$ செ.மீ, $\overline{QS} = 6.5$ செ.மீ

மற்றும் $m\angle PRS = 40°$

உதவிப்படம்



$\overline{RS} = 6.5$ செ.மீ

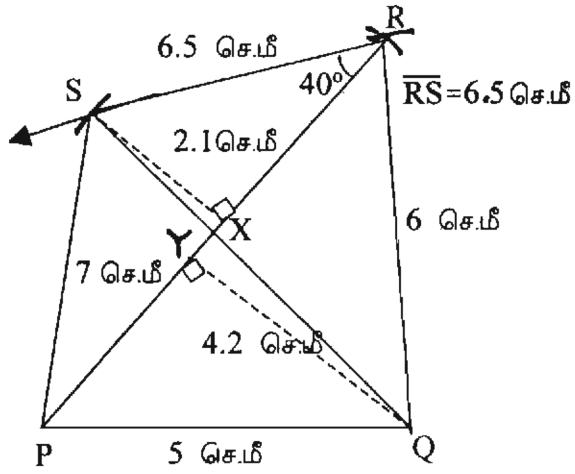
படம் 6.7

தீர்வு:

தரவு $\overline{PQ}$ = 5 செ.மீ, $\overline{QR}$ = 6 செ.மீ,

$\overline{PR}$ = 7 செ.மீ, $\overline{QS}$ = 6.5 செ.மீ

மற்றும் $m\angle PRS = 40^\circ$



படம் **6.8**

நாற்கரம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 5 செ.மீ நீளமுள்ள PQ என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: P ஐயும் Q ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு 7 செ.மீ, 6 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை R இல் வெட்டட்டும்.

படி 4: கோட்டுத்துண்டு PR யையும் கோட்டுத்துண்டு QR யையும் வரையவும்.

படி 5: PR என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் R இல் $\angle PRT = 40^\circ$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{RT}$ யை அமைக்கவும்.

படி 6: R ஐ மையமாகக் கொண்டு 6.5 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று அமைக்கவும். இது $\overrightarrow{RT}$ யை S இல் வெட்டுகிறது.

படி 7: PS என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

PQRS தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற நாற்கரத்தில் , $d = 7$ செ.மீ, $h_1 = 4.2$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 2.1$ செ.மீ.

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}\,(7)\,(4.2 + 2.1)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 6.3$

$= 22.05$ செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.3

கீழேகொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{PQ}$ = 4 செமீ, $\overline{QR}$ = 6 செமீ, $\overline{PR}$ = 7 செமீ, $\overline{PS}$ = 5 செமீ மற்றும் $m\angle PQS = 40^\circ$
2. $\overline{PQ}$ = 5.5 செமீ, $\overline{QR}$ = 6.5 செமீ, $\overline{QS}$ = 7 செமீ, $\overline{PS}$ = 5 செமீ மற்றும் $m\angle QPR = 50^\circ$

3. $\overline{PQ}$ = 6 செமீ, $\overline{QR}$ = 5.5 செமீ, $\overline{PR}$ = 5 செமீ,
$\overline{PS}$ = 4 செமீ மற்றும் m $\angle$SPR = 30°

4. $\overline{PQ}$ = 7 செமீ, $\overline{QR}$ = 5 செமீ, $\overline{PR}$ = 6 செமீ,
$\overline{RS}$ = 4 செமீ மற்றும் m $\angle$PRS = 45°

5. $\overline{PQ}$ = 7.5 செமீ, $\overline{QR}$ = 6.8 செமீ, $\overline{PR}$ =5.4 செமீ,
$\overline{RS}$ = 4.6 செமீ மற்றும் m $\angle$PRS = 35°

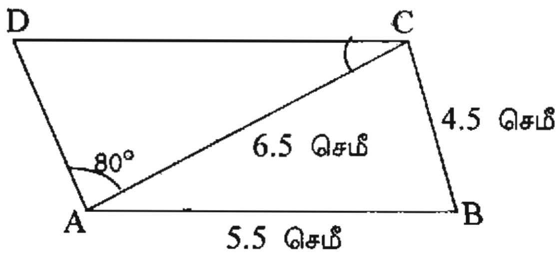
6.1.7 இரண்டு பக்கங்கள், 1 மூலைவிட்டம் மற்றும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 4:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பினைக் காணவும்.

$\overline{AB}$ = 5.5 செமீ, $\overline{BC}$ = 4.5 செமீ,
$\overline{AC}$ = 6.5 செமீ, m$\angle$CAD = 80°
மற்றும் m$\angle$ACD = 40°.

உதவிப்படம்



படம் 6.9

தீர்வு:

தரவு $\overline{AB}$ = 5.5 செமீ, $\overline{BC}$ = 4.5 செமீ,
$\overline{AC}$ = 6.5 செமீ,
m$\angle$CAD = 80° மற்றும் m$\angle$ACD = 40°.

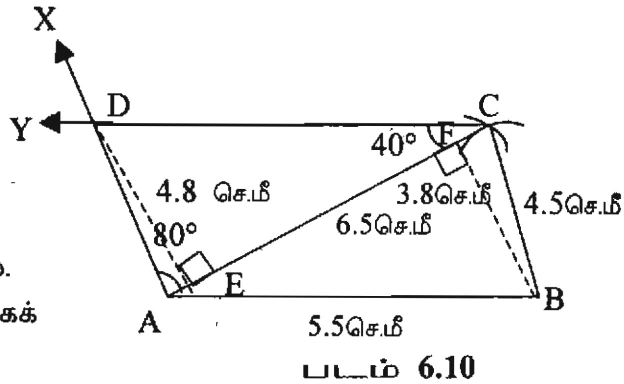
நாற்கரம் அமைத்தல்.

அமைப்பிற்கான படிகள்:

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 5.5 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: A யையும் B யையும் மையங்களாகக் கொண்டு 6.5 செ.மீ, 4.5 செ.மீ ஆரங்களைக் கொண்ட இரு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C யில் வெட்டட்டும்.



படம் 6.10

படி 4: கோட்டுத்துண்டு AC மற்றும் கோட்டுத்துண்டு BC யை வரையவும்.

படி 5: AC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $\angle$CAX = 80° உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 6: AC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் C இல் $\angle$ACY = 40° உள்ளவாறு $\overrightarrow{CY}$ யை அமைக்கவும் $\overrightarrow{AX}$ உம் $\overrightarrow{CY}$ உம் D இல் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்

நாற்கரம் ABCD யில் $d = 6.5$ செ.மீ, $h_1 = 3.8$ செ.மீ மற்றும் $h_2 = 4.8$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} (6.5)(3.8 + 4.8)$

$= \frac{1}{2} \times 6.5 \times 8.6$

$= 27.95$ செ.மீ^{2}.

பயிற்சி 6.4

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

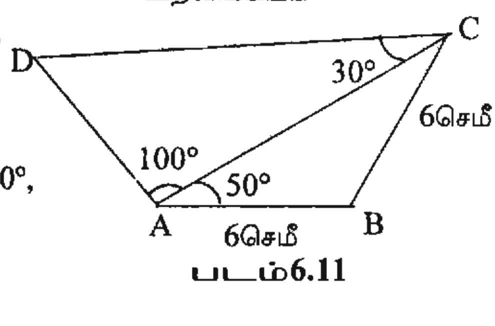
1. $\overline{AB} = 5$ செ.மீ, $\overline{BD} = 7$ செ.மீ, $\overline{BC} = 4$ செ.மீ, $m\angle BAD = 100°$ மற்றும் $m\angle DBC = 60°$
2. $\overline{AB} = 4$ செ.மீ, $\overline{BC} = 6$ செ.மீ, $\overline{BD} = 8$ செ.மீ, $m\angle ABC = 90°$ மற்றும் $m\angle ACD = 30°$.
3. $\overline{AB} = 4.5$ செ.மீ, $\overline{AD} = 6$ செ.மீ, $\overline{BD} = 7$ செ.மீ, $m\angle BDC = 30°$ மற்றும் $m\angle DBC = 40°$
4. $\overline{AB} = 6.5$ செ.மீ, $\overline{AD} = 5$ செ.மீ, $\overline{CD} = 5$ செ.மீ, $m\angle BAC = 40°$ மற்றும் $m\angle ABC = 50°$
5. $\overline{AB} = 7$ செ.மீ, $\overline{AD} = 6.5$ செ.மீ, $\overline{CD} = 5.5$ செ.மீ, $m\angle BAC = 45°$ மற்றும் $m\angle ABC = 55°$.

6.1.8 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது (அல்லது) ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது (அல்லது) இரண்டு மூலை விட்டங்கள் மற்றும் பிற மூன்று அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 5:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகைளக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

உதவிப்படம்



படம்6.11

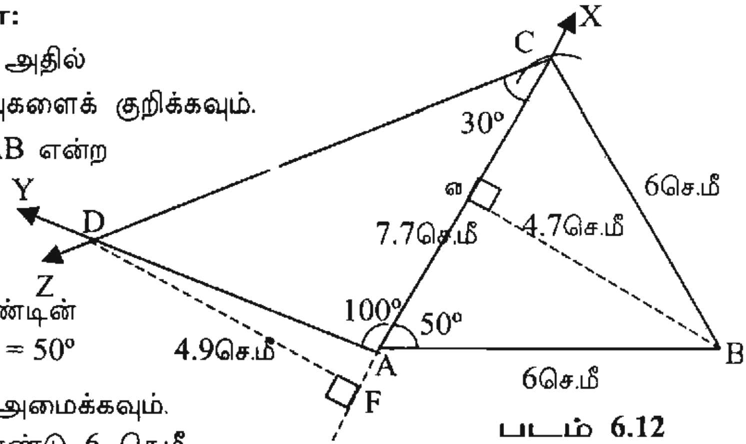
$\overline{AB} = 6$ செமீ, $\overline{BC} = 6$ செமீ, $m\angle BAC = 50°$, $m\angle ACD = 30°$ மற்றும் $m\angle CAD = 100°$.

தீர்வு:

தரவு $\overline{AB} = 6$ செமீ, $\overline{BC} = 6$ செமீ, $m\angle BAC = 50°$, $m\angle ACD = 30°$ மற்றும் $m\angle CAD = 100°$.

நாற்கரம் அமைத்தல்:

அமைப்பிற்கான படிகள்:



படம் 6.12

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 6 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $\angle BAX = 50^\circ$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ யை அமைக்கவும்.

படி 4: B யை மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் வரையவும். அது $\overrightarrow{AX}$ ஐ Cயில் வெட்டட்டும்.

படி 5: கோட்டுத்துண்டு BC யை வரையவும்.

படி 6: AC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A யில் $\angle CAY = 100^\circ$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{AY}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 7: AC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் C யில் $\angle ACZ = 30^\circ$ உள்ளவாறு, $\overline{CZ}$ ஐ அமைக்கவும். $\overrightarrow{AY}$ ~~யும்~~ $\overrightarrow{CZ}$ யும் D யில் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்.

நாற்கரம் ABCD யில் $d = 7.7$ செ.மீ, $h_1 = 4.7$ செ.மீ மற்றும் $h_2 = 4.9$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} (7.7)(4.7+4.9)$

$= \frac{1}{2} \times 7.7 \times 9.6$

$= 36.96$ செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.5

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB} = 3$ செ.மீ, $\overline{BC} = 4$ செ.மீ, $m\angle ABC = 90^\circ$, $m\angle CAD = 30^\circ$ மற்றும் $m\angle ACD = 40^\circ$
2. $\overline{AC} = 5$ செ.மீ, $\overline{CD} = 6$ செ.மீ, $m\angle CAB = 50^\circ$, $m\angle ACB = 40^\circ$ மற்றும் $m\angle ACD = 35^\circ$
3. $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, $\overline{AD} = 6$ செ.மீ, $m\angle ABD = 45^\circ$, $m\angle BDC = 40^\circ$ மற்றும் $m\angle DBC = 40^\circ$
4. $\overline{AB} = 4$ செ.மீ, $\overline{AC} = 8$ செ.மீ, $m\angle ABC = 100^\circ$, $m\angle ABD = 50^\circ$ மற்றும் $m\angle CAD = 40^\circ$

5. $\overline{AB} = 6.6$ செ.மீ, $\overline{AC} = 8.8$ செ.மீ, $m\angle ABC = 110°$,
$m\angle ABD = 60°$ மற்றும் $m\angle CAD = 50°$

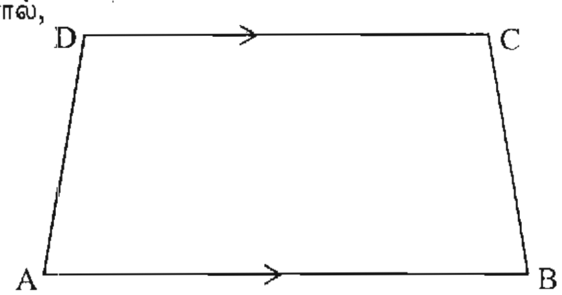
6. $\overline{AC} = 7$ செ.மீ, $\overline{BD} = 8$ செ.மீ, $\overline{AB} = 4$ செ.மீ ,
$\overline{BC} = 5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{CD} = 6$ செ.மீ

6.2 சரிவகம்:

6.2.1 அறிமுகம்:

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் என்றழைக்கப்படுகிறது. இணைப்பக்கங்கள் சரிவகத்தின் அடிப்பக்கங்கள் எனப்படும். இணையில்லாப்பக்கங்கள் சரிவகத்தின் பக்கங்களாகும். சரிவகத்தின் இணையில்லாப் பக்கங்கள் சமமெனில் அச்சரிவகம் ஒரு இருசமபக்க சரிவகம் எனப்படுகிறது. ஒரு சரிவகத்தை அமைக்கும் பொழுது, இணைப்பக்கங்களில் நீளமான பக்கத்தை சரிவகத்தின் அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்கிறோம்.

ஒரு நாற்கரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவை என்பதை நாம் கற்றறிந்திருக்கிறோம். சரிவகத்தில் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணை இப்பண்பை ஒரு அளவாகக் கருதினால், ஒரு சரிவகம் அமைப்பதற்கு நான்கு அளவுகள் மட்டுமே நமக்குத் தேவைப்படுகிறது. இவ்வாறு ஒரு சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் மட்டுமே நமக்கு போதுமானது. மேலும் படம் 6.13 இல் கொடுக்கப்பட்டது போல ஒரு சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களுக்கு அம்புக்குறியிடப்பட வேண்டும்.

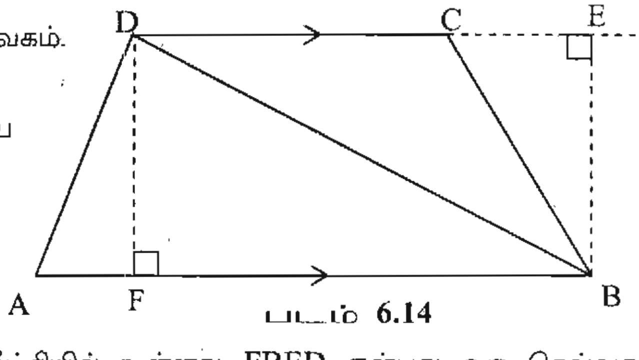


படம் 6.13

படம் 6.13 இல் ABCD என்பது ஒரு சரிவகம். AB யும் DC யும் இணைப்பக்கங்கள். AD யும் BC யும் இணையில்லாப்பக்கங்கள். AD என்பது BC க்கு சமமெனில் அச்சரிவகம் ஒரு இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.

6.2.2 சரிவகத்தின் பரப்பளவு:

படம் 6.14 இல் ABCD ஒரு சரிவகம். இதில் $\overline{AB}$ மற்றும் $\overline{DC}$ இணை. மூலை விட்டம் $\overline{BD}$ சரிவகம் ABCD யை Δ ABD எனவும் Δ BCD எனவும் பிரிக்கின்றது. $\overline{AB}$ க்குச் செங்குத்தாக $\overline{DF}$ யை வரையவும். மேலும் $\overline{DC}$ க்குச் செங்குத்தாக $\overline{BE}$ யை வரையவும்.



படம் 6.14

இப்பொழுது E என்ற புள்ளி $\overline{DC}$ யின் நீட்சியில் உள்ளது. FBED என்பது ஒரு செவ்வகம்.

சரிவகம் ABCD யின் பரப்பளவு = முக்கோணம் ABD யின் பரப்பளவு + முக்கோணம் BCD யின் பரப்பளவு

முக்கோணம் ABD யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF}$

முக்கோணம் BCD யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{BE}$

FBED என்பது ஒரு செவ்வகம் என்பதால் எதிர்ப்பக்கங்கள் $\overline{DF} = \overline{BE} = h$ (என்க)

$\therefore$ முக்கோணம் ABD யின் பரப்பளவு + முக்கோணம் BCD யின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h + \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times h$$

$$= \frac{1}{2}\, h\,(\overline{AB} + \overline{DC})$$

சரிவகம் ABCD யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ உயரம் (இணைப்பக்கங்களின் கூடுதல்)

'a' மற்றும் 'b' என்பவை இணைப்பக்கங்களின் நீளங்கள். மேலும் 'h' என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே யுள்ள செங்குத்து தொலைவு எனில் சரிவகத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2}\, h\,(a+b)$ ச. அலகுகள்.

6.2.3 சரிவகம் அமைத்தல்:

பொதுவாக நாம் ஒரு சரிவகத்தை அமைக்கும் பொழுது. இணைப்பக்கங்களில் அதிக நீளமானதை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக்கொண்டு, அந்த அடிப்பக்கத்தின் மீதும் இரு இணை கோடுகளுக்கு இடையேயும் அமையுமாறு, கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்கின்றோம்.

இப்பொழுது முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக அமையும் உச்சி. சரிவகத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக உள்ள இணைகோட்டில் அமைகின்றது. இந்த உச்சியின் வழியாக சரிவகத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைகின்றோம்.

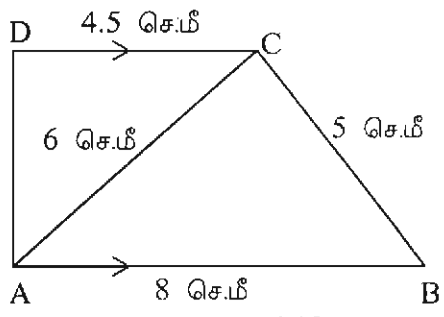
சரிவகத்தின் நான்காவது உச்சி இக்கோட்டில் அமைகின்றது. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் எஞ்சியுள்ள அளவின் உதவியால் இந்த நான்காவது உச்சி குறிக்கப்படுகின்றது. பின்னர் தேவையான உச்சிகளைக் கோட்டுத்துண்டுகளின் மூலம் சேர்ப்பதால் சரிவகம் நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

6.2.4 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு மூலை விட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கம் போது சரிவகம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 6:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும். $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$, யும் இணை $\overline{AB} = 8$ செ.மீ. $\overline{BC} = 5$ செ.மீ, $\overline{AC} = 6$ செ.மீ, $\overline{CD} = 4.5$ செ.மீ.

உதவிப்படம்



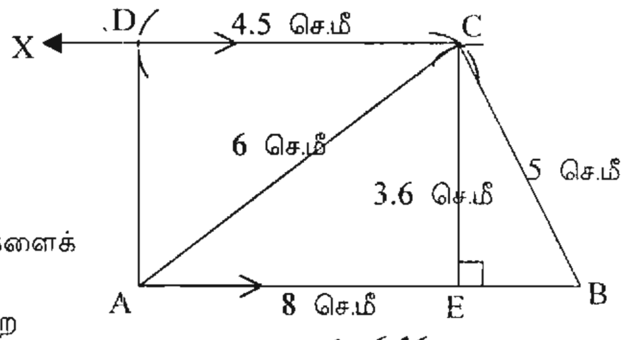
படம் 6.15

தீர்வு:

தரவு $\overline{AB}$ யும் $\overline{CD}$, யும் இணை

$\overline{AB}$ = 8 செ.மீ $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ

$\overline{AC}$ = 6 செ.மீ $\overline{CD}$ = 4.5 செ.மீ



படம் 6.16

ஒரு சரிவகம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 8 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: A யையும் B யையும் மையங்களாகக் கொண்டு 6 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C யில் வெட்டட்டும்.

படி 4: கோட்டுத்துண்டு AC, கோட்டுத்துண்டு BC ஆகியவற்றை வரையவும்.

படி 5: BA க்கு இணையாக $\overrightarrow{CX}$ யை வரையவும்

படி 6: C யை மையமாகக் கொண்டு 4.5 செ.மீ ஆரமுடைய ஒரு வட்டவில் $\overrightarrow{CX}$ ஐ D யில் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7: கோட்டுத்துண்டு AD யை வரையவும்.

ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற சரிவகத்தில் a = 8 செ.மீ, b = 4.5 செ.மீ மற்றும் h = 3.6 செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\ h\ (a + b)$

$= \frac{1}{2}\ (3.6)\ (8 + 4.5)$

$= \frac{1}{2} \times 3.6 \times 12.5$

$=$ 22.5 செ.மீ ^{2}

பயிற்சி 6.6

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$, யும் இணை $\overline{AB}$ = 10 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ,
   $\overline{AC}$ = 8 செ.மீ மற்றும் $\overline{CD}$ = 6 செ.மீ
2. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ, $\overline{BD}$ = 6 செ.மீ,
   $\overline{AD}$ = 5 செ.மீ மற்றும் $\overline{CD}$ = 4.5 செ.மீ
3. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 6.8 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 7.2 செ.மீ,
   $\overline{AC}$ = 8.4 செ.மீ மற்றும் $\overline{CD}$ = 8 செ.மீ

4. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 9 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 7 செ.மீ,
$\overline{AC}$ = 6 செ.மீ மற்றும் $\overline{CD}$ =6.5 செ.மீ

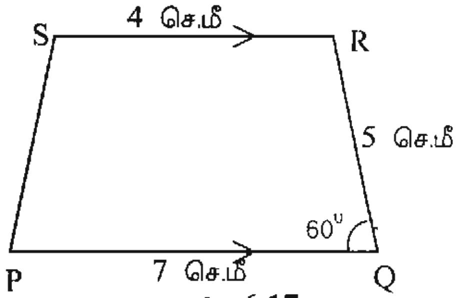
5. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 8.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 7.5 செ.மீ,
$\overline{AC}$ = 6.5 செ.மீ மற்றும் $\overline{CD}$ = 5.5 செ.மீ

6.2.5 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 7:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும். $\overline{PQ}$ வும் $\overline{SR}$ வும் இணை, $\overline{PQ}$ = 7செ.மீ , $\angle Q = 60°$, $\overline{QR}$ = 5 செ.மீ மற்றும் $\overline{SR}$ = 4 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 6.17

தீர்வு:

தரவு $\overline{PQ}$ வும் $\overline{SR}$ வும் இணை,
$\overline{PQ}$ = 7 செ.மீ , $\angle Q = 60°$,
$\overline{QR}$ = 5 செ.மீ மற்றும்
$\overline{SR}$ = 4 செ.மீ

சரிவகம் அமைத்தல்:

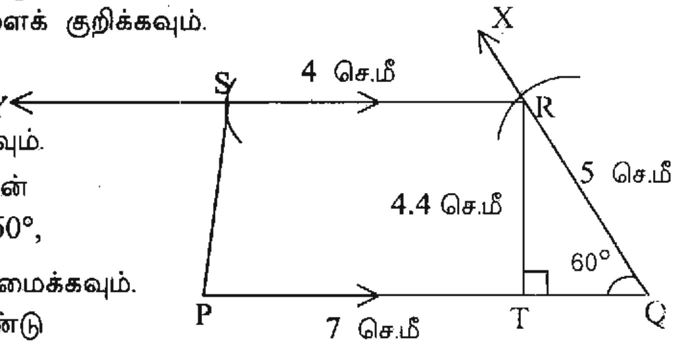
அமைப்பிற்கான படிகள்:

படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 7 செ.மீ நீளமுடைய PQ என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: $\overline{PQ}$ என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் Q வில் $\angle PQX = 60°$, உள்ளவாறு $\overrightarrow{QX}$ யை அமைக்கவும்.

படி 4: Q வை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரைக. இது $\overrightarrow{QX}$ யை R இல் வெட்டட்டும்.



படம் 6.18

படி 5: QP க்கு இணையாக $\overrightarrow{RY}$ ஐ வரையவும்.

படி 6: R யை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று $\overrightarrow{RY}$ யை S இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7: கோட்டுத்துண்டு PS யை வரையவும்.
PQRS தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற சரிவகத்தில், a = 7 செ.மீ, b = 4 செ.மீ மற்றும் h = 4.4 செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} h (a + b)$$

$$= \frac{1}{2}(4.4)(7+4)$$
$$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 11$$
$= 24.2$ செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.7

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சரிவகம் வரைந்து அதன் பரப்பினைக் காணவும்.

1. $\overline{PQ}$ உம் $\overline{SR}$ உம் இணை, $\overline{PQ} = 6$ செ.மீ, $m\angle QPS = 50°$, $\overline{PS} = 7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{SR} = 5$ செ.மீ
2. $\overline{PQ}$ உம் $\overline{SR}$ உம் இணை, $\overline{PQ} = 8$ செ.மீ, $m\angle PQR = 70°$, $\overline{QR} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PS} = 6$ செ.மீ
3. $\overline{PQ}$ உம் $\overline{SR}$ உம் இணை, $\overline{PQ} = 7.5$ செ.மீ, $\overline{QR} = 5.5$ செ.மீ, $\overline{PS} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle QPS = 40°$
4. $\overline{PQ}$ உம் $\overline{SR}$ உம் இணை, $\overline{PQ} = 5$ செ.மீ, $\overline{QR} = 4$ செ.மீ, $\overline{PS} = 4.5$ செ.மீ மற்றும் $m\angle PQR = 90°$
5. $\overline{PQ}$ உம் $\overline{SR}$ உம் இணை, $\overline{PQ} = 6.5$ செ.மீ, $\overline{QR} = 7$ செ.மீ, $m\angle PQR = 85°$ மற்றும் $\overline{PS} = 9$ செ.மீ

6.2.6 இரண்டு பக்கங்களும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 8:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

$\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, $\overline{AD} = 5$ செ.மீ, $m\angle BAX = 60°$ மற்றும் $m\angle ABC = 100°$

தீர்வு:

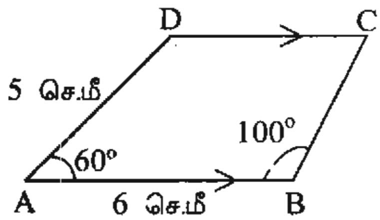
தரவு $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DC}$ **இணையாக உள்ளது**

$\overline{AB} = 6$ செ.மீ, $\overline{AD} = 5$ செ.மீ,

$m\angle BAD = 60°$

மற்றும் $m\angle ABC = 100°$

உதவிப்படம்



படம் 6.19

சரிவகம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்

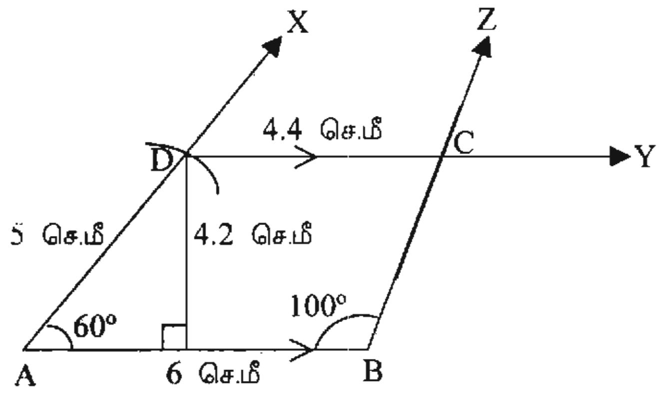
படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

படி 2: 6 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் AX $m\angle BAX = 60°$ உள்ளவாறு $\overline{AX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4: A யை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரைக. இந்த வில் $\overline{AX}$ ஐ D இல் வெட்டட்டும்.

படி 5: $\overline{AB}$ க்கு இணையாக D இன் வழியாக DY ஐ வரையவும்.



படம் 6.20

படி 6: BA என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் m $\angle$ABZ = 100° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BZ}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 7: $\overrightarrow{BZ}$ உம் $\overrightarrow{DY}$ யும் C யில் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடல்:

சரிவகம் ABCD யில் a = 6 செ.மீ , b = 4.4 செ.மீ மற்றும் h =4.2 செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2}h(a+b)$$
$$= \frac{1}{2}(4.2)(6+4.4)$$
$$= \frac{1}{2} \times 4.2 \times 10.4$$
$$= 21.84 \text{ செ.மீ}^2$$

பயிற்சி 6.8

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும்.

1. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6 செ.மீ, m $\angle$BAD = 80° மற்றும் m $\angle$ABC = 70°.
2. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 6 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 7 செ.மீ, m $\angle$BAD = 75° மற்றும் m $\angle$ABC = 90°
3. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 7.5 செ.மீ, $\overline{AD}$ = 6.5 செ.மீ, m $\angle$BAD = 100° மற்றும் m $\angle$ABC = 45°
4. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 8.5 செ.மீ, $\overline{AD}$ = 7.5 செ.மீ, m $\angle$BAD = 110° மற்றும் m $\angle$ABC = 40°
5. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 6.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 7.5 செ.மீ, m $\angle$BAD = 65° மற்றும் m $\angle$ABC = 85°.

6.2.7 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்:

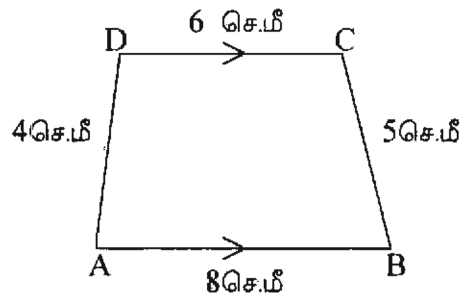
எடுத்துக்காட்டு 9

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும்.

$\overline{AB} = 8$ செ.மீ $\overline{BC} = 5$ செ.மீ

$\overline{CD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{DA} = 4$ செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 6.21

தீர்வு:

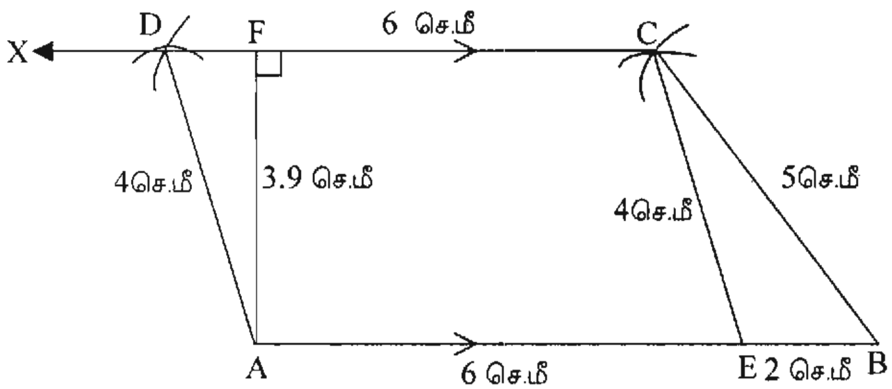
தரவு $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DC}$ இணையாக உள்ளது.

$\overline{AB} = 8$ செ.மீ $\overline{BC} = 5$ செ.மீ

$\overline{CD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{DA} = 4$ செ.மீ

சரிவகம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்



படம் 6.22

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 8 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்

படி 3: $\overline{DC} = 6$ செ.மீ என்பதால் AB யில் AE = 6 செ.மீ உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4: E மற்றும் B யை மையங்களாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ($\overline{AD} = \overline{EC} = 4$ செ.மீ) மற்றும் 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் C எனக்குறிக்கவும்.

படி 5: கோட்டுத்துண்டு BC கோட்டுத்துண்டு EC ஆகியவற்றை வரையவும்.

படி 6: C மற்றும் A யை மையங்களாகக் கொண்டு 6 செ.மீ மறறும் 4 செ.மீ ஆரங்களுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 7: கோட்டுத்துண்டு AD யையும், கோட்டுத்துண்டு CD யையும் வரையவும்.

ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவு காணல்

சரிவகம் ABCD யில் a = 8 செ.மீ, b = 6 செ.மீ மற்றும் h = 3.9 செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} h (a + b)$$
$$= \frac{1}{2} (3.9) (8 + 6)$$
$$= \frac{1}{2} \times 3.9 \times 14$$
$$= 27.3 \text{ செ.மீ}^2$$

பயிற்சி 6.9

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சரிவகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும்.

1. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 9 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 4செ.மீ, $\overline{CD}$ = 5 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 6 செ.மீ
2. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 4 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 5 செ.மீ
3. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 4.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 2.5 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 3 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 2 செ.மீ
4. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 8.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 4.5 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 5.5 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 3.5cm
5. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 6.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ, $\overline{CD}$ = 4.5 செ.மீ மற்றும் $\overline{AD}$ = 4 செ.மீ

6.3 இருசமபக்க சரிவகம்.

6.3.1 அறிமுகம்

படம் 6.23 இல் ABCD ஒரு இருசமபக்க சரிவகம். இதில்

(i) இணையில்லா பக்கங்கள் $\overline{AD}$ யும் $\overline{BC}$ யும் சமம்

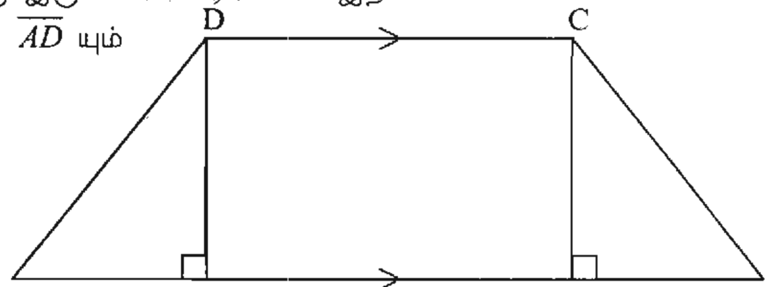
அதாவது $\overline{AD} = \overline{BC}$

(ii) m $\angle$A = m$\angle$B

(iii) m $\angle$ADC = m$\angle$BCD

(iv) $\overline{AE} = \overline{BF}$

(v) மூலை விட்டங்கள் $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் நீளத்தில் சமம்.



படம் 6.23

ஒரு இரு சமபக்க சரிவகத்தில்

(i) ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணை

(ii) இணையில்லாப் பக்கங்கள் சமம்.

என்பதால் இரு சமபக்க சரிவகம் அமைத்திட ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் மட்டுமே நமக்கு தேவைப்படுகிறது.

6.3.2 இரு சமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 10:

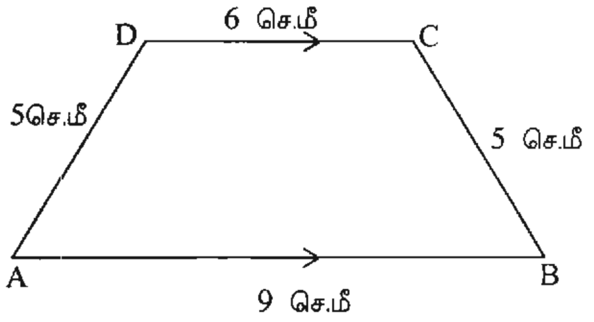
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

$\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை,

$\overline{AB}$ = 9 செ.மீ, $\overline{DC}$, = 6 செ.மீ,

$\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ.

உதவிப்படம்



படம் 6.24

தீர்வு:

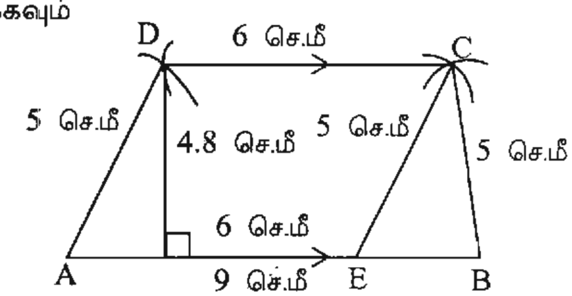
$\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை,

$\overline{AB}$ = 9 செ.மீ, $\overline{DC}$, = 6 செ.மீ,

$\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ.

இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்



படம் 6.25

படி 1: உதவிப்படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

படி 2: 9 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: $\overline{DC}$ = 6 செ.மீ என்பதால் $\overline{AB}$ யில் $\overline{AE}$ = 6 செ.மீ உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4: E ,B இவைகளை மையங்களாகக் கொண்டு ($\overline{AD}$ = $\overline{EC}$ =5 செ.மீ) 5 செ.மீ ஆரமுடைய இரு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் C எனக் குறிக்கவும்.

படி 5: கோட்டுத்துண்டு BC, கோட்டுத்துண்டு EC யை வரையவும்.

படி 6: C, A இவைகளை மையங்களாகக் கொண்டு 6 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் D எனக்குறிக்கவும்.

படி 7: கோட்டுத்துண்டு AD கோட்டுத்துண்டு CD யை வரையவும். ABCD தேவையான இரு சமபக்க சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற இரு சமபக்க சரிவகத்தில் **a = 9 செமீ , b = 6 செமீ** மற்றும் h = 4.8 செமீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h (a + b)$

$= \frac{1}{2} (4.8)(9 + 6)$

$= \frac{1}{2} \times 4.8 \times 15$

$= 36.0$ செமீ^{2}

பயிற்சி 6.10

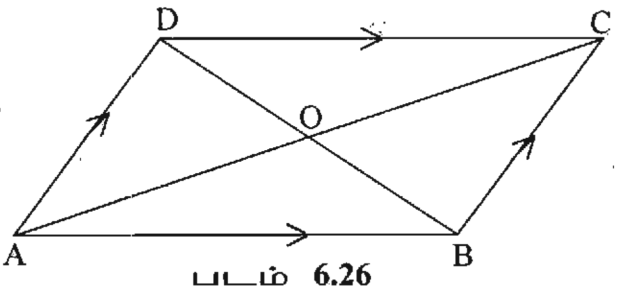
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு இருசமபக்க சரிவகம் ABCD வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 6 செமீ, $\overline{DC}$ = 4 செமீ
   மற்றும் $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 5செமீ
2. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 11 செமீ, $\overline{DC}$ = 7 செமீ
   மற்றும் $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 6 செமீ
3. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 10 செமீ, $\overline{DC}$ = 6 செமீ
   மற்றும் $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 7 செமீ
4. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 8. செமீ, $\overline{DC}$ = 6.5 செமீ
   மற்றும் $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 5.5 செமீ
5. $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணை, $\overline{AB}$ = 9 செமீ, $\overline{DC}$ = 5 செமீ
   மற்றும் $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 7.5 செமீ

6.4 இணைகரம்

6.4.1 அறிமுகம்

எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் ஒரு இணைகரம் ஆகும்.
படம் 6.26இல் ABCD ஒரு நாற்கரம் இதில் $\overline{AB}$ யும் $\overline{DC}$ யும் இணையாக உள்ளன. $\overline{AD}$ யும் $\overline{BC}$ யும் இணையாக அமைந்துள்ளன.
எனவே ABCD ஒரு இணைகரம் என்றழைக்கப்படுகிறது.
ABCD என்ற இணைகரத்தில்



படம் 6.26

(i) எதிர்ப்பக்கங்களின் அளவுகள் சமம் அதாவது $\overline{AB} = \overline{DC}$; $\overline{AD} = \overline{BC}$

(ii) எதிர்க்கோணங்களின் அளவுகள் சமம் அதாவது $m\angle A = m\angle C$; $m\angle B = m\angle D$

(iii) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசம பாகங்களாக வெட்டிக் கொள்கின்றன.

$\overline{AC} \neq \overline{BD}$; ஆனால் $\overline{AO} = \overline{OC}$; $\overline{BO} = \overline{OD}$

(iv) இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180° க்குச் சமம்.

அதாவது $m\angle A + m\angle B = 180°$

$m\angle B + m\angle C = 180°$

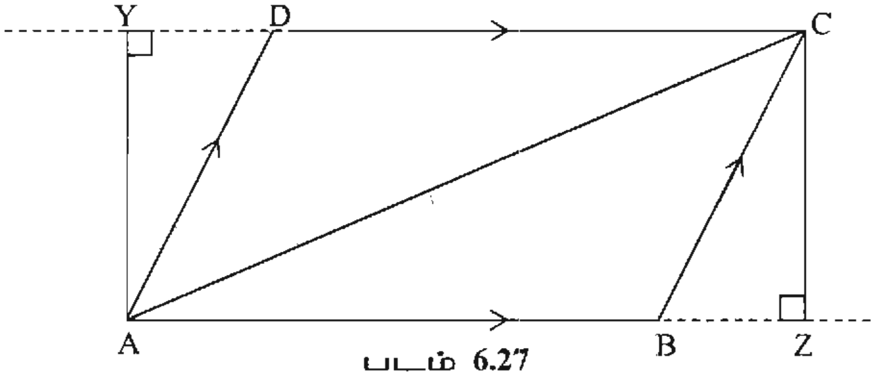
$m\angle C + m\angle D = 180°$

$m\angle D + m\angle A = 180°$

ஒரு இணைகரத்தின் இரு அடுத்துள்ள பக்கங்களின் அளவுகள் தெரியுமானால் இணைகரத்தின் நான்கு பக்கங்களும் அறியப்படும் (எப்படி?) எனவே நாற்கரம் அமைப்பதற்கு தேவையான ஐந்து அளவுகளில் மேலும் ஒரேயொரு அளவு தெரிந்தால்

போதுமானது. இவ்வாறு ஒரு இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் மட்டுமே போதுமானது.

6.4.2 இணைகரத்தின் பரப்பளவு



படம் 6.27

மூலை விட்டம் AC இணைகரம் ABCD ஐ ABC , ACD என்ற இரு முக்கோணங்களாக பிரிக்கின்றது.

முக்கோணம் Δ ABC யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CZ}$

[அரை அடிப்பக்கம் × குத்துயரம்]

முக்கோணம் Δ ACD யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times \overline{AY}$

[அரை அடிப்பக்கம் × குத்துயரம்]

$\overline{AB}$ யும் $\overline{CD}$ யும் இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் என்பதால் அவை சமம்.

$\therefore$ எனவே $\overline{AB} = \overline{CD} = \mathrm{b}$ (என்க)

$\overline{CZ}$. $\overline{AY}$ என்பவை AB , DC என்ற இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு என்பதால் அவை சமம்.

எனவே $\overline{CZ} = \overline{AY} = \mathrm{h}$ (என்க)

இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு = முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவு +

முக்கோணம் ACD யின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times b \times h + \frac{1}{2} \times b \times h$$

A $= b\,h$ சஅலகுகள்

A= *b h* இதில் '*b*' என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம். மேலும் '*h*' என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும்.

6.4.3 இணைகரம் அமைத்தல்

படமானது பொருத்தமான முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு இணைகரங்கள் அமைக்கப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் உருவாக்கிய பின்னர் நான்காவது உச்சி அமைக்கப்படுகிறது. எனவே இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

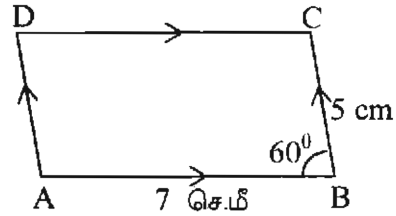
6.4.4 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 11:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க.

$\overline{AB}$ = 7 செ.மீ., $\overline{BC}$ = 5 செ.மீ, மற்றும் m $\angle ABC = 60°$.

உதவிப்படம்



படம் 6.28

தீர்வு:

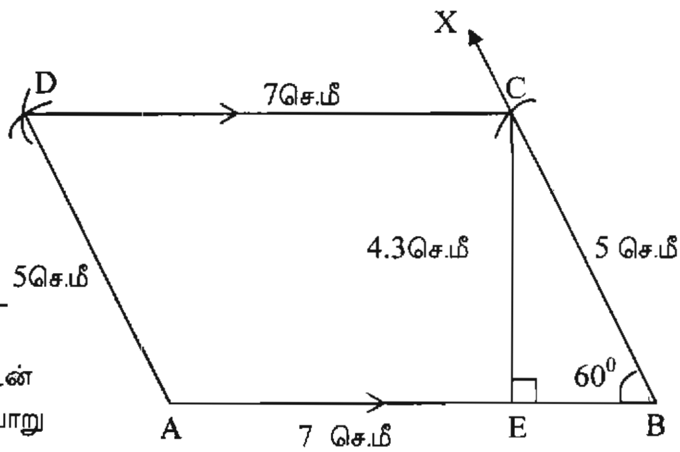
தரவு $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ.,

$\overline{BC}$ = 5 செ.மீ,

மற்றும் m $\angle ABC = 60°$.

இணைகரம் அமைத்தல்:

அமைப்பிற்கான படிகள்



படம் 6.29

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 7 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் $\angle ABX = 60°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4: B யை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரைக. இது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C யில் வெட்டுகிறது.

படி 5: C யையும் A யையும் மையங்களாகக் கொண்டு 7செ.மீ 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை Dயில் வெட்டட்டும்.

படி 6: கோட்டுத்துண்டு AD ஐயும் கோட்டுத்துண்டு CD ஐயும் வரையவும். இப்பொழுது ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD யில் b = 7 செ.மீ , h = 4.3 செ.மீ

பரப்பளவு = $b \times h$

= 7×4.3 = 30.1 செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.11

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்கவும்.

1. $\overline{AB}$ = 6 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 5.5 செ.மீ மற்றும் m∠ABC = 80°
2. $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6 செ.மீ மற்றும் m ∠ABC = 110°
3. $\overline{AB}$ = 8.5 செ.மீ, $\overline{AD}$ = 6.5 செ.மீ மற்றும் m ∠DAB = 100°
4. $\overline{AB}$ = 9 செ.மீ, $\overline{AD}$ = 7 செ.மீ மற்றும் m ∠DAB = 60°
5. $\overline{AB}$ = 7.5 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 6.4 செ.மீ மற்றும் m ∠ABC = 75°
6. $\overline{AB}$ = 8.3 செ.மீ, $\overline{BC}$ = 4.7 செ.மீ மற்றும் m ∠B = 90°

6.4.5 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்

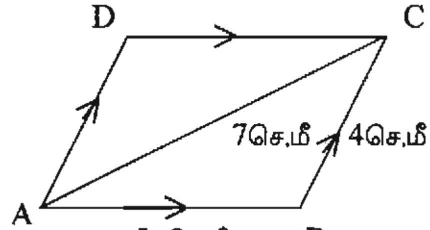
எடுத்துக்காட்டு 12:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க. $\overline{AB}$ = 5 செ.மீ., $\overline{BC}$ = 4 செ.மீ மற்றும் $\overline{AC}$ = 7 செ.மீ

தீர்வு:

தரவு $\overline{AB}$ = 5 செ.மீ., $\overline{BC}$ = 4 செ.மீ மற்றும் $\overline{AC}$ = 7 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 6.30

இணைகரம் அமைத்தல்

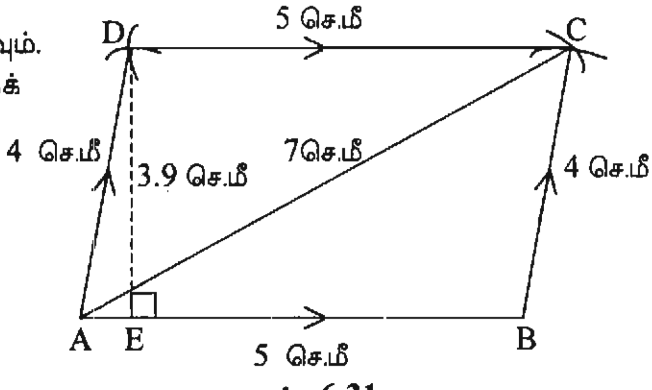
அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

படி 2: 5 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: A ஐயும் B ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு 7 செ.மீ, 4 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C யில் வெட்டட்டும்.

படி 4: கோட்டுத்துண்டு AC ஐயும், கோட்டுத்துண்டு BC ஐயும் வரையவும்.



படம் 6.31

படி 5: A ஐயும் C ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு 4 செ.மீ 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை D யில் வெட்டட்டும்.

படி 6: கோட்டுத்துண்டு AD ஐயும், கோட்டுத்துண்டு CD ஐயும் வரையவும். இப்பொழுது ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்

இணைகரம் ABCD யில் $b = 5$ செ.மீ மற்றும் $h = 3.9$ செ.மீ

$$\text{Area} = b \times h$$
$$= 5 \times 3.9$$
$$= 19.5 \text{ செ.மீ}^2$$

பயிற்சி 6.12

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டு பிடிக்கவும்.

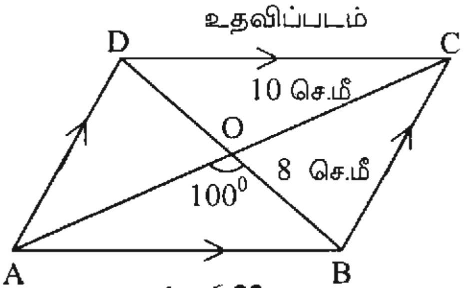
1. $\overline{AB} = 7$ செ.மீ, $\overline{BC} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{AC} = 10$ செ.மீ
2. $\overline{AB} = 7.5$ செ.மீ, $\overline{BC} = 5.5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{AC} = 7$ செ.மீ
3. $\overline{AB} = 8.$ செ.மீ, $\overline{AD} = 7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{BD} = 9$ செ.மீ
4. $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, $\overline{BD} = 8$ செ.மீ மற்றும் $\overline{AD} = 5$ செ.மீ
5. $\overline{AB} = 7.5$ செ.மீ, $\overline{BC} = 6.2$ செ.மீ மற்றும் $\overline{AC} = 8.4$ செ.மீ

6.4.6 இரண்டு மூலை விட்டங்களும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 13:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க. $\overline{AC} = 10$ செ.மீ, $\overline{BD} = 8$ செ.மீ, மற்றும் $m\angle AOB = 100°$, மூலைவிட்டங்கள் $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.

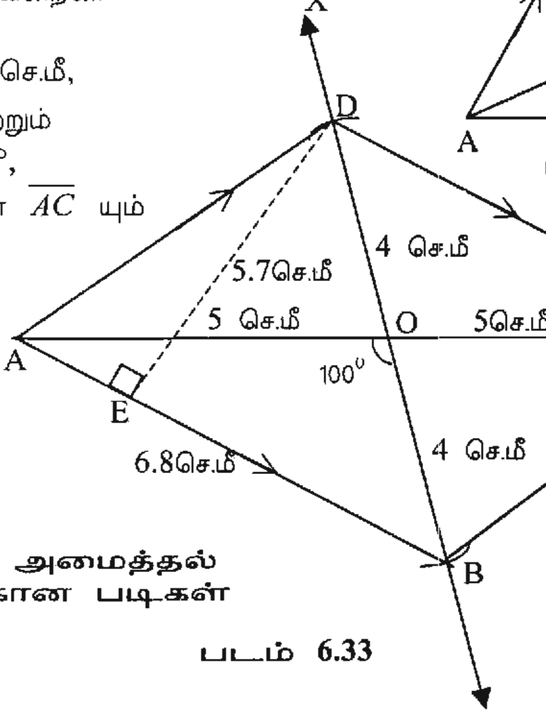
உதவிப்படம்



படம் 6.32

தீர்வு:

தரவு $\overline{AC} = 10$ செ.மீ, $\overline{BD} = 8$ செ.மீ, மற்றும் $m\angle AOB = 100°$, மூலைவிட்டங்கள் $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD} =$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.



இணைகரம் அமைத்தல் அமைப்பிற்கான படிகள்

படம் 6.33

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 10 செ.மீ நீளமுடைய AC என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: $\overline{AC}$ யின் மையப்புள்ளியை 'O' எனக் குறிக்கவும்

படி 4: $m \angle AOY = 100^\circ$ என இருக்குமாறு 'O' வின் வழியாக XY என்ற நேர்கோடு வரையவும்

படி 5: 'O' வை மையமாகக் கொண்டு $\overline{AC}$ யின் இரு புறங்களிலும் $\overleftrightarrow{XY}$ இல் 4 செ.மீ ஆரமுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். இவ்விற்கள் $\overrightarrow{OX}$ ஐ D யிலும் $\overrightarrow{OY}$ ஐ B யிலும் வெட்டட்டும்.

படி 6: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{DA}$ வை வரையவும்.
இப்பொழுது ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD யில் ,$b = 6.8$ செ.மீ மற்றும் $h = 5.7$ செ.மீ

பரப்பளவு $= b \times h$
$= 6.8 \times 5.7$
$= 38.76$ செ.மீ^{2}

பயிற்சி 6.13

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்கவும்.

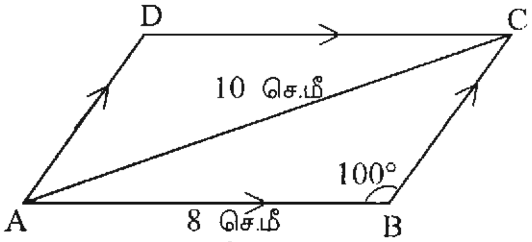
1. $\overline{AC} = 8$ செ.மீ, $\overline{BD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle AOB = 110^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
2. $\overline{AC} = 9$ செ.மீ, $\overline{BD} = 7$ செ.மீ மற்றும் $m \angle AOB = 120^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
3. $\overline{AC} = 8$ செ.மீ, $\overline{BD} = 10$ செ.மீ மற்றும் $m \angle AOD = 80^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
4. $\overline{AC} = 6$ செ.மீ, $\overline{BD} = 9$ செ.மீ மற்றும் $m\angle COD = 100^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
5. $\overline{AC} = 10$ செ.மீ, $\overline{BD} = 7.6$ செ.மீ மற்றும் $m \angle COD = 60^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
6. $\overline{AC} = 8$ செ.மீ, $\overline{BD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m \angle COD = 90^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.
7. $\overline{AC} = 9.6$ செ.மீ, $\overline{BD} = 9.6$ செ.மீ மற்றும் $m \angle COD = 55^\circ$,
   $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் 'O' வில் வெட்டுகின்றன.

6.4.7 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலை விட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது இணைகரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 14:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க.

$\overline{AB}$ = 8 செ.மீ, $\overline{AC}$ = 10 செ.மீ மற்றும் m $\angle$ABC = 100°.



படம் 6.34

தீர்வு

தரவு $\overline{AB}$ = 8 செ.மீ, $\overline{AC}$ = 10 செ.மீ மற்றும் m $\angle$ABX = 100°.

இணைகரம் அமைத்தல்

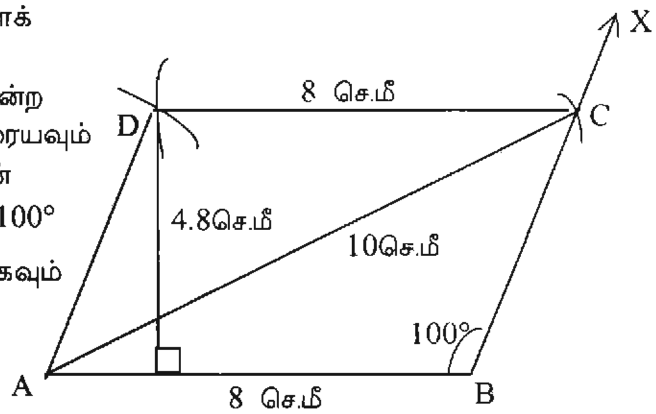
அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 8 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் m $\angle$ABX = 100° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ அமைக்கவும்

படி 4: A ஐ மையமாகக் கொண்டு 10 செ.மீ ஆரமுடைய ஒரு வட்டவில் வரையவும். அது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C யில் வெட்டட்டும்.



படம் 6.35

படி 5: கோட்டுத்துண்டு AC ஐ வரையவும்.

படி 6: C யை மையமாகக் கொண்டு 8 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும்

படி 7: A யை மையமாகக் கொண்டு BC யின் அளவுக்குச்சமமான ஆரமுடைய மற்றொரு வில் வரையவும். இவ்விரண்டு விற்களும் D யில் வெட்டட்டும்.

படி 8: கோட்டுத்துண்டு AD ஐயும் கோட்டுத்துண்டு CD ஐயும் வரையவும். ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD யில் b = 8 செ.மீ மற்றும் h = 4.8 செ.மீ

பரப்பளவு $= b \times h$

$= 8 \times 4.8$

$= 38.4$

$= 38.4$ செ.மீ^{2}.

பயிற்சி 6.14

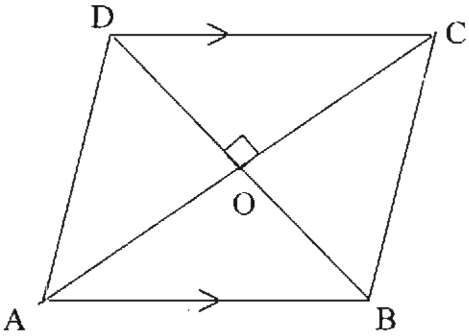
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடம்.

1. $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, m $\angle ABC = 80°$ மற்றும் $\overline{AC} = 8$ செ.மீ
2. $\overline{AB} = 5$ செ.மீ, m $\angle ABC = 60°$ மற்றும் $\overline{AC} = 6.5$ செ.மீ
3. $\overline{AB} = 7.5$ செ.மீ, m $\angle DAB = 75°$ மற்றும் $\overline{BD} = 9$ செ.மீ
4. $\overline{AB} = 5.5$ செ.மீ, m $\angle DAB = 50°$ மற்றும் $\overline{BD} = 7$ செ.மீ
5. $\overline{AB} = 7$ செ.மீ, m $\angle DAB = 45°$ மற்றும் $\overline{BD} = 8.5$ செ.மீ
6. $\overline{AB} = 6$ செ.மீ, m $\angle DAB = 90°$ மற்றும் $\overline{BD} = 10$ செ.மீ
7. $\overline{AB} = 5.4$ செ.மீ, m $\angle DAB = 55°$ மற்றும் $\overline{BD} = 10$ செ.மீ

6.5 சாய்சதுரம்:

6.5.1 அறிமுகம்:

நான்கு பக்கங்களும் சமமாக உள்ள நாற்கரம் ஒரு சாய் சதுரம் ஆகும். படம் 6.36 இல் ABCD என்பது நான்கு பக்கங்களுமே சமமாக உள்ள நாற்கரம். மேலும் ABCD என்பது அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமமாக உள்ள ஒரு இணைகரம். சாய்சதுரம் ABCD யில்



படம்6.36

(i) அனைத்துப்பக்கங்களும் சம அளவுடையவை அதாவது

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}.$$

(ii) எதிர்க்கோணங்கள் அளவுகளில் சமம் அதாவது

$$m\angle A = m\angle C \,;\, m\angle B = m\angle D.$$

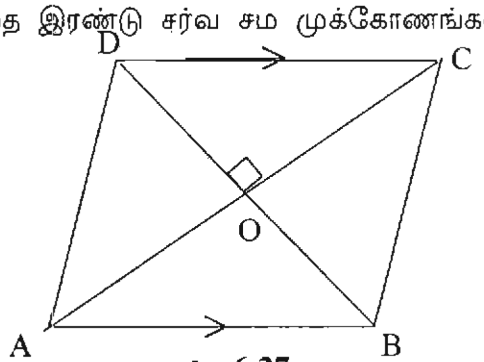
(iii) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடுகின்றன.

அதாவது $\overline{AO} = \overline{OC}$; $\overline{BO} = \overline{OD}$. 'O' வில், $\overline{AC}$ யும் $\overline{BD}$ யும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

(iv) ஏதேனும் இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் $180°$ ஆகும்.

(v) ஒவ்வொரு மூலை விட்டமும் சாய்சதுரத்தை இரண்டு சர்வ சம முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கின்றன.

சாய்சதுரம் என்பது அனைத்துப் பக்கங்களுமே சமமாக உள்ள நாற்கரம் என்பதால் சாய்சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் அளவு தெரியுமானால் அனைத்துப்பக்கங்களின் அளவுகளும் அறியப்படும். ஒரு நாற்கரம் அமைக்க ஐந்து அளவுகள் தேவைப்படுவதால், சாய்சதுரம் அமைக்க நமக்கு



படம் 6.37

மேலும் ஒரே ஒரு அளவு மட்டும் தெரியவேண்டும். இவ்வாறு ஒரு சாய் சதுரம் அமைக்க ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத இரண்டு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

6.5.2 சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு:

AC என்ற மூலைவிட்டம், ABCD என்ற சாய்சதுரத்தை ABC மற்றும் ACD என்ற இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கின்றது.

முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவு = $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{OB}$

(அரை அடிப்பக்கம் × குத்துயரம் $\overline{OB}$ என்பது $\overline{AC}$ க்குச் செங்குத்து)

முக்கோணம் ACD யின் பரப்பளவு = $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{OD}$

(அரை அடிப்பக்கம் × குத்துயரம் $\overline{OD}$ என்பது $\overline{AC}$ க்குச் செங்குத்து)

சாய் சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு = முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவு + முக்கோணம் ACD யின்

$$\text{பரப்பளவு } ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{OB} + \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{OD}$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AC}\ (\overline{OB} + \overline{OD})$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச.அலகுகள், d_1 மற்றும் d_2 என்பவைகள் சாய்சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஆகும்.

6.5.3 சாய் சதுரம் அமைத்தல்:

படமானது பொருத்தமான முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு சாய்சதுரங்கள் அமைக்கப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் உருவாக்கிய பின்னர் நான்காவது உச்சி அமைக்கப்படுகிறது. எனவே சாய்சதுரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத இரண்டு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

6.5.4 ஒரு பக்கமும், ஒரு மூலை விட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 15:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டு பிடிக்கவும்.

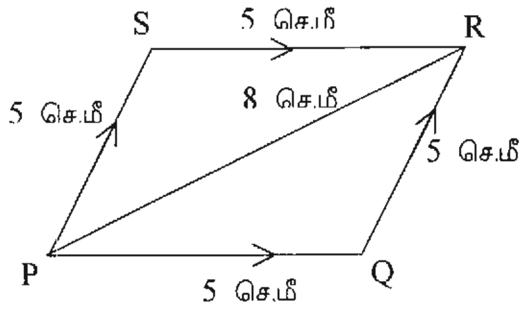
$\overline{PQ} = 5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PR} = 8$ செ.மீ

தீர்வு:

தரவு: $\overline{PQ} = 5$ செ.மீ மற்றும்

$\overline{PR} = 8$ செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 6. 38

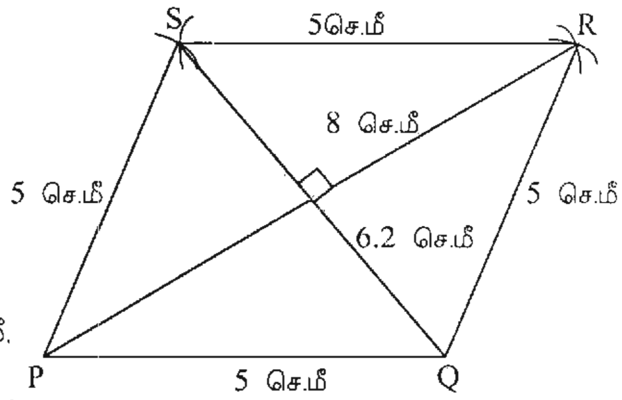
சாய்சதுரம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 5 செ.மீ நீளமுடைய PQ என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்

படி 3: P மற்றும் Q வை மையங்களாகக் கொண்டு 8 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை R இல் வெட்டட்டும்.



படம் 6.39

படி 4: $\overline{PR}$ மற்றும் $\overline{QR}$ ஐ வரையவும்

படி 5: P மற்றும் R ஐ மையங்களாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை S இல் வெட்டட்டும்.

படி 6: $\overline{PS}$ மற்றும் $\overline{RS}$ ஐ வரையவும்.

PQRS தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற சாய்சதுரத்தில் $d_1 = 8$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 6.2$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.2$

$= 24.8$ செ.மீ ^{2}

பயிற்சி 6.15

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டு பிடிக்கவும்.

1. $\overline{PQ} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PR} = 9$ செ.மீ
2. $\overline{PQ} = 7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PR} = 11$ செ.மீ
3. $\overline{PQ} = 5.5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{QS} = 8.5$ செ.மீ
4. $\overline{PQ} = 6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{QS} = 8.2$ செ.மீ
5. $\overline{PQ} = 6.8$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PR} = 8.7$ செ.மீ
6. $\overline{PQ} = 5$ செ.மீ மற்றும் $\overline{PR} = 9.3$ செ.மீ

6.5.5 ஒரு பக்கமும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 16:

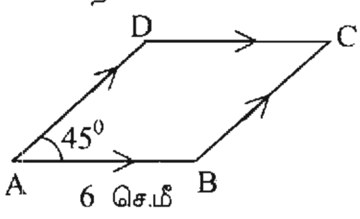
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சாய்சதுரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும். $\overline{AB} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 45°$.

தீர்வு:

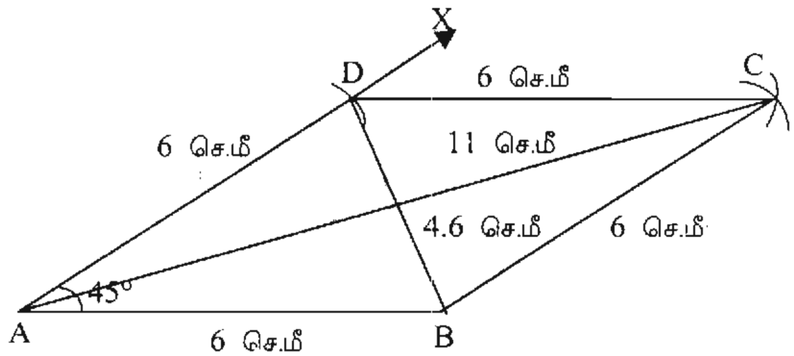
தரவு: $\overline{AB} = 6$ செ.மீ

மற்றும் $m\angle A = 45°$

உதவிப்படம்



படம் 6.40



படம் 6.41

சாய்சதுரம் அமைத்தல்

அமைப்பிற்கான படிகள்:

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 6 செ.மீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $m\angle BAX = 45°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4: A யை மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இது $\overrightarrow{AX}$ ஐ D யில் வெட்டட்டும்.

படி 5: B ஐயும் D ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுடைய வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C யில் வெட்டட்டும்.

படி 6: கோட்டுத்துண்டு BC ஐயும், கோட்டுத்துண்டு DC ஐயும் வரையவும். ABCD தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற சாய்சதுரத்தில் $d_1 = 11$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 4.6$ செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4.6$$

$$= 25.3 \text{ செ.மீ}^2.$$

பயிற்சி 6.16

கீழ்க்கண்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB}$ = 7 செ.மீ மற்றும் m $\angle$A = 60°
2. $\overline{AB}$ = 6.5 செ.மீ மற்றும் m $\angle$A = 70°
3. $\overline{AB}$ = 7.5 செ.மீ மற்றும் m $\angle$B = 65°
4. $\overline{AB}$ = 5.8 செ.மீ மற்றும் m $\angle$B = 55°
5. $\overline{AB}$ = 6.2 செ.மீ மற்றும் m $\angle$C = 50°
6. $\overline{AB}$ = 7.1 செ.மீ மற்றும் m $\angle$A = 90°

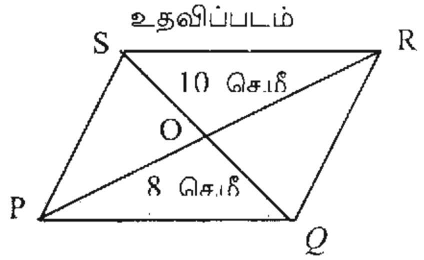
6.5.6 இரண்டு மூலை விட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய் சதுரம் அமைத்தல்.

எடுத்துக்காட்டு 17:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் PQRS என்ற சாய்சதுரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க.

$\overline{PR}$ = 10 செ.மீ மற்றும் $\overline{QS}$ = 8 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 6. 42

தீர்வு:

தரவு $\overline{PR}$ = 10 செ.மீ மற்றும் $\overline{QS}$ = 8 செ.மீ

சாய்சதுரம் அமைத்தல்:

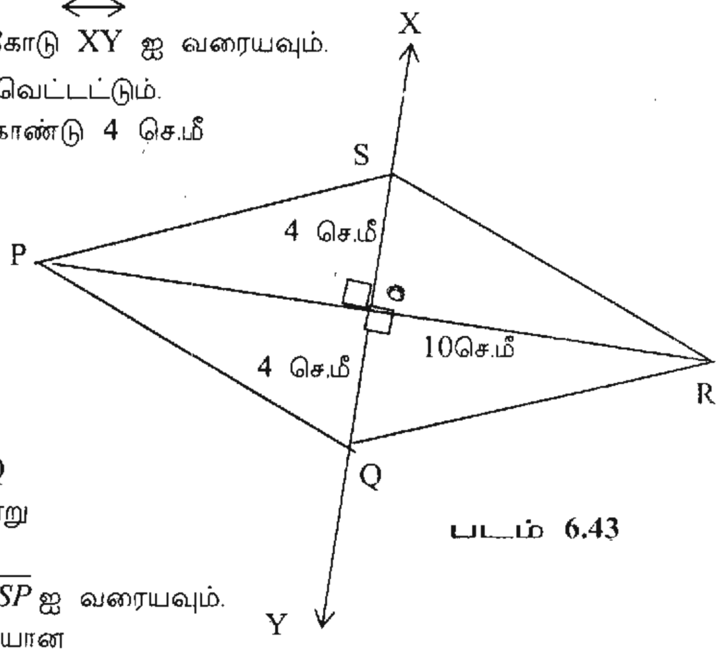
அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

படி 2: 10 செ.மீ நீளமுடைய $\overline{PR}$ என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: $\overline{PR}$ இன் மையக்குத்துக்கோடு $\overleftrightarrow{XY}$ ஐ வரையவும். அது $\overline{PR}$ ஐ 'O' வில் வெட்டட்டும்.

படி 4: 'O' வை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ($\overline{QS}$ ன் பாதியளவு) ஆரமுடைய விற்கள் $\overleftrightarrow{XY}$ இன் மேல் 'O' வுக்கு இருபுறங்களிலும் $\overleftrightarrow{XY}$ ஐ படம் 6.43 இல் காட்டியுள்ளது போல் Q மற்றும் S இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.



படம் 6.43

படி 5: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$ மற்றும் $\overline{SP}$ ஐ வரையவும். PQRS என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற சாய்சதுரத்தில் $d_1 = 10$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 8$ செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8$$

$$= 40 \text{ செ.மீ}^2.$$

பயிற்சி 6.17

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்கவும்.

1. $\overline{PR} = 8$ செமீ மற்றும் $\overline{QS} = 6$ செமீ
2. $\overline{PR} = 9$ செமீ மற்றும் $\overline{QS} = 7$ செமீ
3. $\overline{PR} = 7$ செமீ மற்றும் $\overline{QS} = 9$ செமீ
4. $\overline{PR} = 6.8$ செமீ மற்றும் $\overline{QS} = 8.4$ செமீ
5. $d_1 = 7.6$ செமீ மற்றும் $d_2 = 6.4$ செமீ

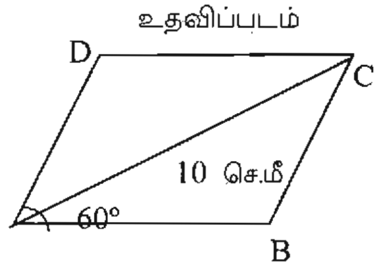
6.5.7 ஒரு மூலை விட்டமும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் அமைத்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 18:

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவினைக் காணவும்

$\overline{AC} = 10$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 60°$

உதவிப்படம்



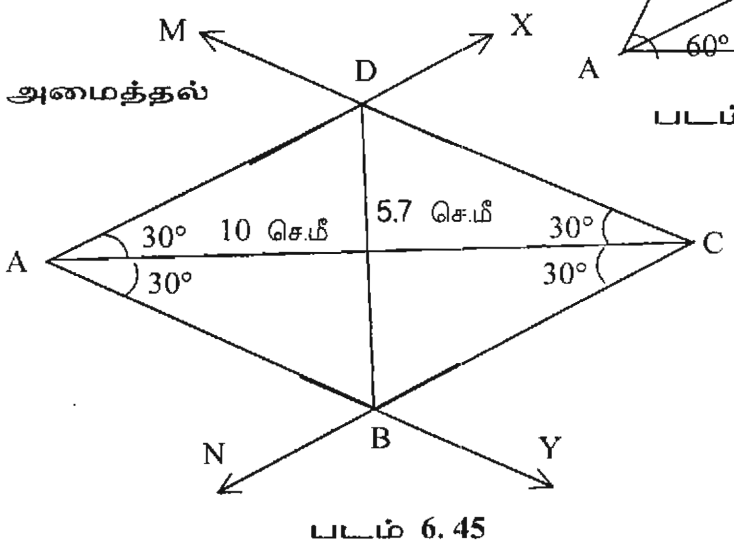
படம் 6.44

தீர்வு:

தரவு

$\overline{AC} = 10$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 60°$

சாய்சதுரம் அமைத்தல்



படம் 6. 45

அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: 10 செ.மீ நீளமுடைய AC என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3: A இல் $\overline{AC}$ இன் இரு பக்கங்களிலும் $\overline{AC}$ உடன் 30° கோணம் உண்டாக்குமாறு $\overrightarrow{AX}$ மற்றும் $\overrightarrow{AY}$ ஐ வரையவும்.

படி 4: C இல் CA இன் இரு பக்கங்களிலும் CA உடன் 30° கோணம் உண்டாக்குமாறு $\overrightarrow{CM}$ மற்றும் $\overrightarrow{CN}$ ஐ வரையவும். $\overrightarrow{AX}$ உம் மற்றும் $\overrightarrow{CM}$ உம் D யில் வெட்டட்டும். $\overrightarrow{AY}$ உம் மற்றும் $\overrightarrow{CN}$ உம் B யில் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற சாய்சதுரத்தில் $d_1 = 10$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 5.7$ செ.மீ

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$
$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5.7$$
$$= 28.5$$
$$= 28.5 \text{ செ.மீ}^2.$$

பயிற்சி 6.18

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவு கண்டு பிடிக்கவும்.

1. $\overline{AC} = 8$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 80^\circ$
2. $\overline{AC} = 7.5$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 100^\circ$
3. $\overline{BD} = 6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle B = 110^\circ$
4. $\overline{BD} = 9$ செ.மீ மற்றும் $m\angle B = 70^\circ$
5. $\overline{AC} = 7.6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle C = 120^\circ$
6. $\overline{AC} = 8.6$ செ.மீ மற்றும் $m\angle A = 90^\circ$

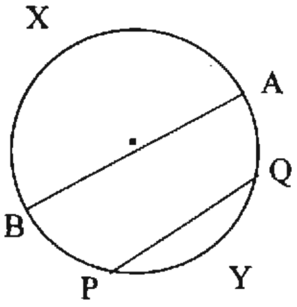
6.6 பொதுமைய வட்டங்கள்:

6.6.1 அறிமுகம்:

பொதுமைய வட்டங்கள் அமைப்பதைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்வதற்கு முன் ஒரு வட்டத்தின் சில அடிப்படைக் கொள்கைகள் மற்றும் பகுதிகளை நினைவு படுத்திக் கொள்வோம்.

நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் பல்வேறு அளவில் வட்ட வடிவத்தில் உள்ள பொருட்களைக் காண்கிறோம். இருபத்து ஐந்து காசு நாணயம், ஐம்பது காசு நாணயம், ஒரு ரூபாய் நாணயம் போன்றவை வட்ட வடிவத்தில் உள்ள சில பொதுவான பொருட்கள் ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் பல்வேறு பகுதிகளைப் பற்றி நாம் இப்பொழுது தெரிந்து கொள்வோம். கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு ஒரு வட்டம் வரைவது என்பதைப்பற்றி நீங்கள் சென்ற வகுப்புகளில் கற்றறிந்திருக்கிறீர்கள். ஒரு நிலையான

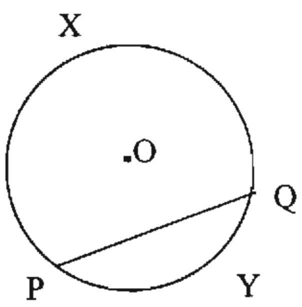
புள்ளியிலிருந்து குறிப்பிட்ட தூரத்தில் உள்ள அனைத்துப்புள்ளிகளையும் கொண்ட, ஒரு தளத்தில் அமைந்த அடைபட்ட வடிவம் ஒரு வட்டம் என்பதை நாம் அறிந்திருக்கிறோம். நிலையான புள்ளி வட்டத்தின் மையம் என்றும் நிலையான தூரம் வட்டத்தின் ஆரம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 6.46

படம் 6.46 இல் 'O' வட்டமையம், OA என்பது வட்டமையம் 'O' வையும், வட்டத்தின மேல் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளி A ஐயும் சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டு ஆகும். AO என்ற ஆரத்தை வட்டத்தை B யில் சந்திக்குமாறு நாம் நீட்டினால் AB என்ற கோட்டுத்துண்டு வட்டத்தின் விட்டம் என்றழைக்கப்படுகிறது. எனவே விட்டத்தின் அளவு, ஆரத்தின் அளவைப் போல இருமடங்காகும். மேலும் விட்டமானது மையத்தின் வழியே செல்கிறது என்பதனையும் அதன் முடிவுப்புள்ளிகள் வட்டத்தின் மேல் உள்ளது என்பதையும் நாம் பார்க்கிறோம்.

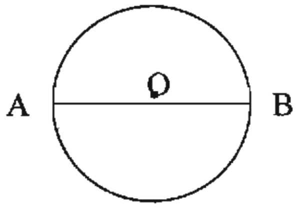
நாண்:



படம் 6. 47

வட்டத்தின் மேல் அமைந்துள்ள P மற்றும் Q என்ற ஏதேனும் இரு புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டு PQ என்பது வட்டத்தின் ஒரு நாண் எனப்படும். விட்டம் என்பதும் வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டு என்பதால் விட்டமும் வட்டத்தின் ஒரு நாண் ஆகும். ஆனால் விட்டமென்பது ஒரு வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.

விற்கள்:



படம் 6.48

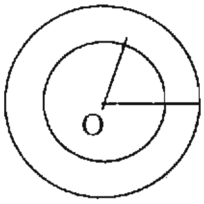
படம் 6.47 இல் PQ என்ற கோட்டுத்துண்டு வட்டத்தை இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றது. இவை வட்டத்தின் விற்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. பொதுவாக இந்த இரண்டு பகதிகளும் சமமற்றவையாக உள்ளன. சிறிய பகுதி குறுவில் என்றும் பெரிய பகுதி பெருவில் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. பெருவில் PXQ என்றும் குறுவில் PYQ என்றும் குறிக்கப்படுகின்றன.

அரைவட்டம்:

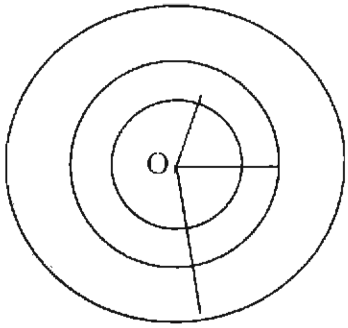
ஒரு வட்டத்தில் ஏதேனும் ஒரு விட்டம் வட்டத்தை இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றது. இந்த இரண்டு பகுதிகளும் பரப்பளவில் சமமாக உள்ளன. ஒவ்வொரு பகுதியும் அரைவட்டம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

பொது மைய வட்டங்கள்:

ஒரு தளத்தில் பொது மையத்தைக் கொண்டு வித்தியாசமான ஆரங்களையுடைய வட்டங்கள் பொது மைய வட்டங்கள் என்றழைக்கப்படுகின்றன.

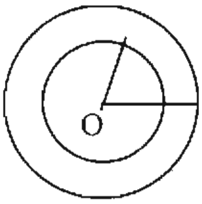


படம் 6.49

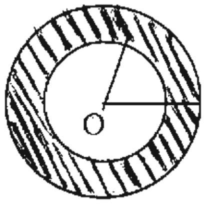


படம் 6.50

படங்கள் 6.49 மற்றும் 6.50 பொதுமைய வட்டங்களைக் குறிக்கின்றன. இரண்டு பொது மைய வட்டங்கள் பற்றி மட்டும் கருத்தில் கொள்வோம்.



படம் 6.51

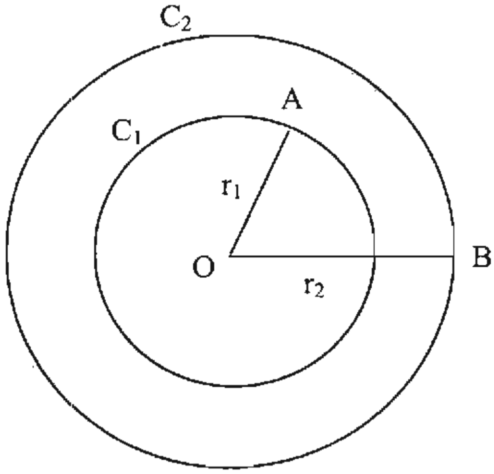


படம் 6.52

படம் 6.52 இல் நிழலிட்டப்பகுதி வட்ட வலயம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

வட்ட வலயம்:

படம் 6.53 இல் 'C_1 மற்றும் C_2 என்பவை 'O' என்ற புள்ளியை பொதுவான மையமாகவும் 'r_1' மற்றும் 'r_2' என்ற மாறுபட்ட ஆரங்களையும் கொண்ட இருவட்டங்கள். வட்டங்கள் C_1 மற்றும் C_2 என்பவை பொதுமைய வட்டங்கள் ஆகும். இரு வட்டங்களுக்கும் இடையே அடைபடும் பரப்பளவு வட்டவலயம் என்றழைக்கப்படுகிறது.



படம் 6.53

6.6.2 ஆரம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது வட்டம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 19:

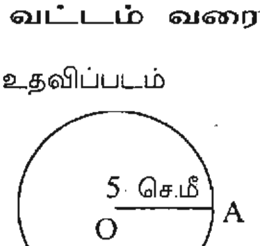
5 செ.மீ ஆரமுடைய வட்டம் ஒன்று வரையவும்.

தீர்வு:

தரவு வட்டத்தின் ஆரம் 5 செ.மீ

வட்டம் வரைதல்:

உதவிப்படம்



படம் 6.54

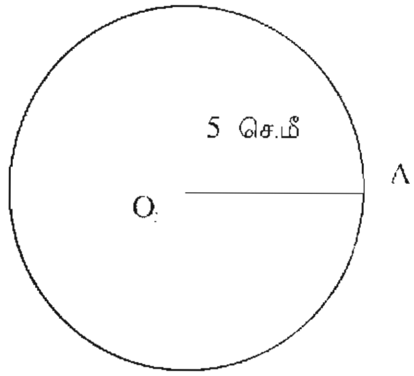
அமைப்பிற்கான படிகள்

படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவைக் குறிக்கவும்.

படி 2: வட்டத்தின் மையத்தினை 'O' எனக்குறிக்கவும்

படி 3: 'O'வை மையமாகக்கொண்டு ஆரம் $\overline{OA} = 5$ செ.மீ உள்ளவாறு வட்டம் வரைக.

இவ்வாறு வட்டம் வரையப்படுகிறது.



படம் 6.55

பயிற்சி 6.19

1. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை ஆரங்களாகக் கொண்டு வட்டங்கள் வரையவும்.

   (i) 6 செ.மீ (ii) 6.2 செ.மீ (iii) 5.8 செ.மீ (iv) 7.1 செ.மீ

2. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை விட்டங்களாக கொண்டு வட்டங்கள் வரையவும்.

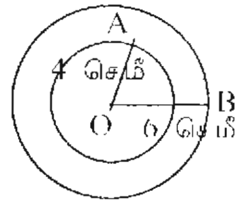
   (i) 11.2 செ.மீ (ii) 9.8 செ.மீ (iii) 12.8 செ.மீ (iv) 15 செ.மீ

6.6.3 ஆரங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது பொது மைய வட்டங்கள் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 20:

4 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ ஆரமுடைய பொது மைய வட்டங்கள் வரைந்து வட்ட வலயத்தை நிழலிட்டுக் காட்டுக. அதன் அகலத்தைக் காண்க.

உதவிப்படம்



படம் 6.56

தீர்வு:

தரவு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ பொதுமைய வட்டங்கள் வரைதல்.

அமைப்பிற்கான படிகள்

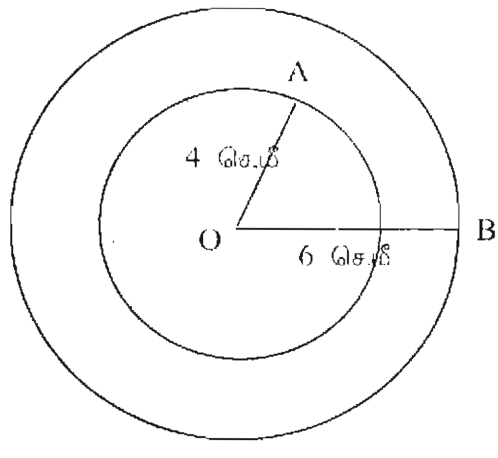
படி 1: உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2: வட்டங்களின் மையத்தை 'O' எனக்குறிக்க

படி 3: 'O' வை மையமாகக் கொண்டு ஆரம் OA = 4 செ.மீ உள்ளவாறு ஒரு வட்டம் வரையவும்

படி 4: 'O' வை மையமாகக் கொண்டு ஆரம் OB = 6 செ.மீ உள்ளவாறு மற்றொரு வட்டம் வரையவும்.

இவ்வாறு பொது மைய வட்டங்கள் வரையப்படுகின்றன.



படம் 6.57

வட்டவலயத்தின் அகலம் $= \overline{OB} - \overline{OA}$

= 6 செ.மீ − 4 செ.மீ

= 2 செ.மீ

பயிற்சி 6.20

1. கொடுக்கப்பட்ட ஆரங்களையுடைய பொதுமைய வட்டங்கள் வரையவும்.
   (i) 3 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ (ii) 4.2 செ.மீ மற்றும் 5.8 செ.மீ
   (iii) 5 செ.மீ மற்றும் 6.5 செ.மீ. (iv) 3.5 செ.மீ மற்றும் 5.5 செ.மீ.
2. கொடுக்கப்பட்ட ஆரங்களையுடைய பொது மைய வட்டங்கள் வரைந்து வட்ட வலயத்தின் அகலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.
   (i). 3.3செ.மீ மற்றும் 5.4 செ.மீ (ii) 4.1 செ.மீ மற்றும் 5.7 செ.மீ
   (iii) 4.9செ.மீ மற்றும் 6.2 செ.மீ (iv) 3.8 செ.மீ மற்றும் 5.6 செ.மீ

நினைவிற் கொள்க

1. *ஒரு தளத்தில் நான்கு கோடுகளால் அடைபடும் வடிவம் ஒரு நாற்கரம்.*
2. *ஒரு நாற்கரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவை.*
3. *ஒரு சோடி எதிர்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.*
4. *ஒரு சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவை.*
5. *ஒரு சரிவகத்தில் இணையில்லாப் பக்கங்கள் சமமெனில் அச்சரிவகம் ஒரு இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.*
6. *ஒரு இருசமபக்க சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.*
7. *ஒவ்வொரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் இணைகரம் ஆகும்.*
8. *ஒரு இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுகொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.*
9. *ஒவ்வொரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களும் இணையாகவும் மற்றும் ஒவ்வொரு சோடி அடுத்துள்ள பக்கங்களும் சமமாக உள்ள நாற்கரம் ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.*
10. *ஒரு சாய்சதுரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத இரண்டு அளவுகள் தேவை.*
11. *ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு* $A = \frac{1}{2}d\,(h_1 + h_2)$ *ச.அலகுகள்.*

இதில் 'd' என்பது மூலை விட்டத்தின் அளவு h_1 மற்றும் h_2 என்பவை எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலை விடட்த்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து தொலைவுகள்.

12. ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} h\ (a + b)$ ச.அலகுகள். இதில் a மற்றும் b என்பவை இணைப்பக்கங்களின் அளவுகள் மற்றும் h என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.

13. ஒரு இணைகரத்தின் பரப்பளவு $A = b\ h$ சதுர அலகுகள். இதில் b என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தின் அளவு மற்றும் h என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.

14. ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} d_1\ d_2$ ச. அலகுகள். இதில் d_1 மற்றும் d_2 என்பவை மூலை விட்டங்களின் அளவுகள்.

15. பொதுவான மையத்தைக் கொண்டு வித்தியாசமான ஆரங்களுடன் ஒரு தளத்தில் வரையப்படும் வட்டங்கள் பொது மைய வட்டங்கள் எனப்படும்.

16. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பளவு வட்ட வலயம் ஆகும்.

7. விவரங்களைக் கையாளுதல்

7.1 அறிமுகம்

ஒருவரைபடத்தாளில் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை எவ்வாறு குறிப்பது என்றும், கொடுக்கப்பட்ட இருபுள்ளிகள் வழியே எவ்வாறு ஒருகோடு வரைவது என்றும் சென்ற வகுப்பில் நாம் கற்றறிந்திருக்கிறோம். காலத்திற்கும் தொலைவுக்கும் இடையே உள்ள உறவைக் காட்டும் நேர்கோட்டு வரைபடங்களை வரைவதற்கும் நாம் கற்றறிந்திருக்கிறோம். கீழே கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சியில் உள்ள கணக்குளைத் தீர்ப்பதின் மூலம் சென்ற வகுப்பில் நாம் கற்றறிந்த அறிவையும் அனுபவத்தையும் நினைவிற்கு கொண்டு வருவோம்.

பயிற்சி 7.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அவைகளுக்கு கீழே கொடுக்கப்பட்ட கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும்.

   A(2 , 5), B(-3 , 4), C(5 , -6), D(-3, -7), E(-4 , 6),
   F(6, -8), G(0, 7), H(6 , 0) , I(0 , -8), J(-5 , 0)

   கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் அமையும் புள்ளி அல்லது புள்ளிகளைப் பெயரிடுக.

   (i) முதல் கால் பகுதியில்
   (ii) இரண்டாவது கால் பகுதியில்
   (iii) மூன்றாவது கால் பகுதியில்
   (iv) நான்காவது கால் பகுதியில்
   (v) X - அச்சின் மீது
   (vi) Y - அச்சின் மீது

2. X - அச்சும் Y- அச்சும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியின் அச்சுத்தொலைவினை எழுதுக

3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறிக்காமல் அவைகள் எந்த கால்பகுதியில் அமைகின்றன எனக் கூறுக.

   i) (3, 8) ii) (-2, 4) iii) (6, 8) iv) (-5, -6)
   v) (2, -6), vi) (5, -3) vii) (-4, 2) viii) (4, -6)
   ix) (-6 , 7) x) (0, 6) xi) (4, 0) xii) (-6, -8)

4. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளை ஒரு வரைபடத்தாளில் குறித்து அவைகளின் வழியாக ஒரு கோடு வரைக.

   i) (-1, -2) , (2, 7) ii) (4, 2), (-5 , 5) iii) (6, 0),(3, -4)
   iv) (0, 8), (5, -5) v) (1, 4) ,(-1, 6) vi) (3, -1), (-5, -5)
   vii) (4, 8), (-3. -3) viii) (2, 6), (5, 0) ix) (8, 8) , (-8, 8)
   x) (2, 4) , (4, 2)

5. (0,0), (3,0), (3,3) மற்றும் (0,3) என்ற புள்ளிகள் ஒரு சதுரத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக. வரைபடத்தாளிலிருந்து சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவை எழுதுக.

6. (0,0), (5,0), (5,3) மற்றும் (0,3) என்ற புள்ளிகள் ஒரு செவ்வகத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக. செவ்வகத்தின் நீளத்தையும். அகலத்தையும் அளக்கவும்.

7.2 நேர்கோட்டு வரைபடங்கள்.

இரண்டு அளவுகளுக்கு இடையேயுள்ள உறவை ஒரு வரைபடத்தாளில் ஒரு நேர்கோட்டின் மூலமாக குறிக்க முடியுமானால் இந்த வரைபடங்கள் நேர்கோட்டு வரைபடங்கள் எனப்படுகின்றன. சென்ற வகுப்பில் நேர்கோட்டு வரைபடங்கள் என்பதன் கீழ் "காலம்-தொலைவு" வரைபடத்தை பற்றி அறிந்தீர்கள். இப்பொழுது மேலும் சில நேர் கோட்டு வரைபடங்களை தெரிந்து கொள்வோம்.

7.2.1 அளவு - விலை வரைபடம்

ஒரு நேர்மாறலில் ஒரு மாறி அதிகரிக்கும் பொழுது மற்றொரு மாறியும் அதிகரிக்கும் என்பதையும். ஒரு மாறி குறையும் பொழுது மற்றொரு மாறியும் குறையும் என்பதையும் நாம் அறிவோம். ஒரு பேனாவின் விலை ரூ.20 என்க. அப்பொழுது 4 பேனாக்களின் விலை ரூ.80, 10 பேனாக்களின் விலை ரூ.200, 20 பேனாக்களின் விலை ரூ.400 எனக் கணக்கிட்டுக் கொண்டே போகலாம். பேனாவின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்க அதிகரிக்க விலையும் அதிகரித்துக் கொண்டே போகிறது என்பது எளிதில் அறியப்படுகிறது. இதுபோன்று பேனாவின் எண்ணிக்கை குறையக் குறைய விலையும் குறைகிறது. எனவே அளவும். விலையும் நேர் மாறலில் உள்ளது என்பதை நாம் அறிகிறோம். நாம் முன்னர் கூறியது போல அளவுக்கும் விலைக்கும் உள்ள உறவை அளவை X- அச்சிலும் விலையை Y- அச்சிலும் எடுத்துக்கொண்டு ஒரு வரைபடத்தில் காட்ட முடியும். கிடைக்கும் வரைபடம் ஒரு நேர்கோடு ஆகும். இந்த வரைபடம் "அளவு - விலை" வரைபடம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

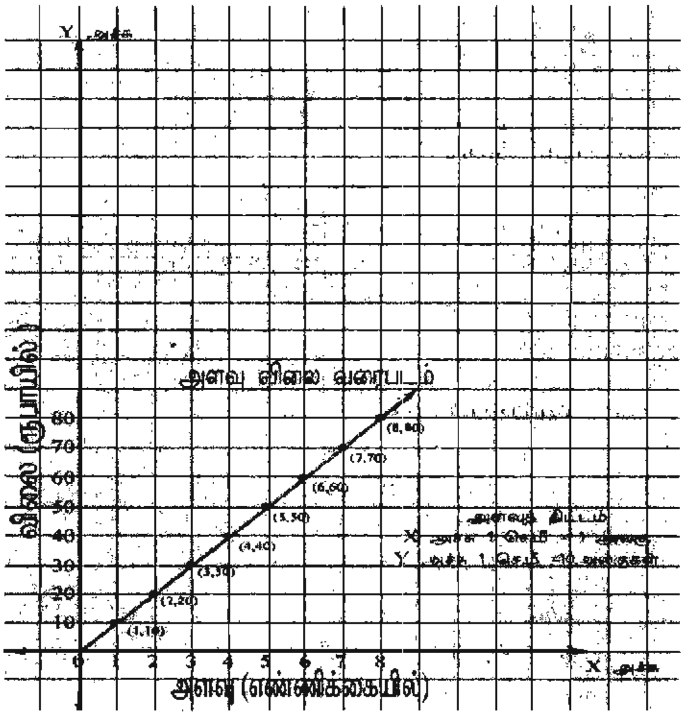
அளவுக்கும் விலைக்கும் உள்ள உறவைக்காட்ட கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து ஒருநேர்கோடு வரைக.

அளவு (எண்ணிக்கையில்)	1	2	3	4	5	6	7	8
விலை (ரூபாயில்)	10	20	30	40	50	60	70	80

அட்டவணை -1

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையை (1,10), (2,20), (3,30), (4,40), (5,50), (6,60) (7,70) (8,80) என்ற புள்ளிகளாக மாற்ற முடியும். இப்புள்ளிகள் அனைத்திலும் X- அச்சுத்தொலைவும் Y- அச்சுத்தொலைவும் மிகை எண்ணாக இருப்பதால் இப்புள்ளிகள் அனைத்தும் முதற்கால் பகுதியில் அமைகின்றன. படம் 7.1 இல் காட்டப்பட்டது போல் X- அச்சு மற்றும் Y- அச்சை வரைந்து கொள்க. X- அச்சில் ஒவ்வொரு செ.மீ அளவிலும் 1,2,3.............8 எனக்குறிக்கவும். Y-அச்சில் ஒவ்வொரு செ.மீ அளவிலும் 10,20,30,,,,,,,,,,,,,,,,80 எனக்குறிக்கவும். வரைபடத்தாளில் (1,10) (2,20) (3,30) (4,40) (5,50) (6,60) (7,70) மற்றும் (8,80) என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். புள்ளிகளைச் சேர்க்கவும் நமக்கு ஒரு நேர்கோடு கிடைக்கிறது. இவ்வரைபடம் அளவுக்கும் விலைக்கும் உள்ள உறவைக் காட்டுகிறது.



படம் 7.1

7.2.2 வேகம் -தொலைவு வரைபடம்:

கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் வேகம் அதிகரிக்கும் பொழுது பயணம் செய்த தொலைவும் அதிகரிக்கிறது. வேகம் குறையும் பொழுது பயணம் செய்த தொலைவும் குறைகிறது. இவ்வகையில் வேகமும் தொலைவும் நேர் மாறலில் உள்ளன.

வேகத்திற்கும் தொலைவிற்கும் இடையே உள்ள உறவை வேகத்தை X- அச்சிலும், தொலைவை Y-அச்சிலும் எடுத்துக் கொண்டு ஒரு வரைபடத்தின் மூலம் காட்ட முடியும். இவ்வாறு கிடைக்கப்பெறும் வரைபடம் ஒரு நேர்கோடு ஆகும். இவ்வரைபடம் "வேகம் - தொலைவு " வரைபடம் ஆகும். "காலம் -தொலைவு" வரைபடம். "அளவு- விலை" வரைபடம் "வேகம் -தொலைவு" வரைபடம் போன்றவை கணிப்புச்சுவடியாகப் பயன்படுத்த முடியும்.

சீரான வேகத்தில் செல்லும் பொழுது கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் செல்லும் தூரத்தை "காலம் - தொலைவு" வரைபடத்திலிருந்து உடனடியாக அறியமுடியும். கொடுக்கப்பட்ட வேகத்தில் செல்லும் பொழுது ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் செல்லும் தொலைவை" வேகம் - தொலைவு" வரைபடத்திலிருந்து உடனடியாக அறிய முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு நபர் நான்கு மணி நேரம் ஒரு ஊர்தியில் பயணம் செய்கிறார். மாறுபட்ட வேகத்தில் பயணம் செய்யும் பொழுது வேகத்திற்கும் தொலைவிற்கும் உள்ள உறவைக்காட்ட ஒரு நேர்கோடு வரைபடம் வரைந்து, வரைபடத்திலிருந்து பின்வரும் கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும்.

வேகம் மணிக்கு (கி.மீல்)	10	20	30	40	50
தொலைவு (கி.மீல்)	40	80	120	160	200

அட்டவணை 2

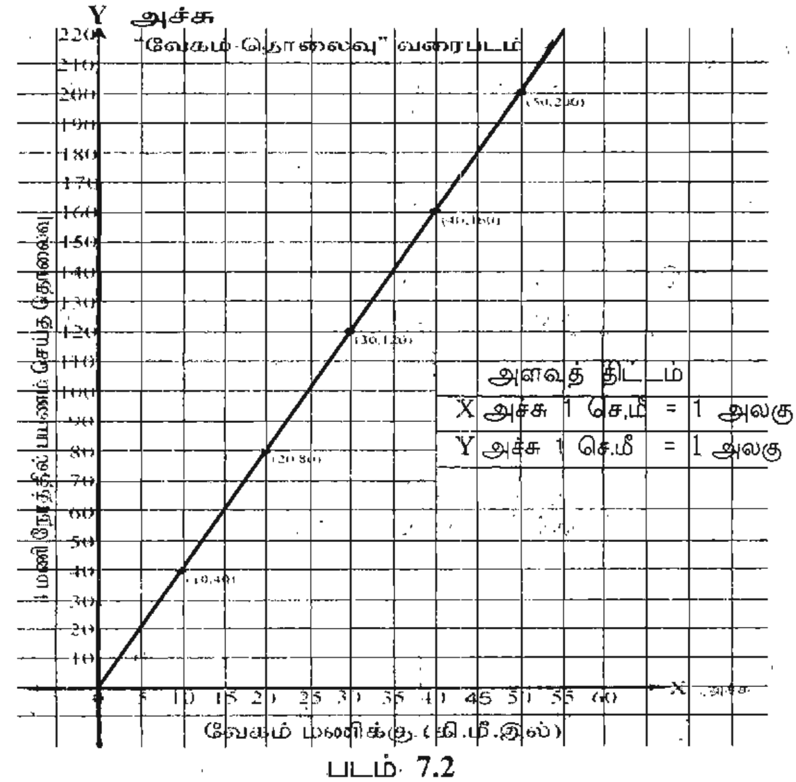
1. மணிக்கு வேகம் 35 கி.மீ எனில் 4 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்த தொலைவு எவ்வளவு?

2. மணிக்கு வேகம் 55 கி.மீ எனில் 4 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்த தொலைவு எவ்வளவு?
3. 4 மணிநேரத்தில் 60 கி.மீ தொலைவை அடைய வேகத்தைக் காண்க.
4. 4 மணிநேரத்தில் 180 கி.மீ தொலைவை அடைய வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையை (10,40), (20,80), (30,120), (40,160), (50,200), என்ற புள்ளிகளாக மாற்ற **முடியும். இப்புள்ளிகள் அனைத்திலும்** X அச்சுத் தொலைவுகளும் Y அச்சுத் தொலைவுகளும் மிகை எண்ணாக உள்ளதால் இப்புள்ளிகள் அனைத்தும் முதற்கால் பகுதியில் அமைகின்றன. படம் 7.2இல் காட்டியுள்ளது போல X அச்சையும் Y அச்சையும் வரையவும். X அச்சில் ஒவ்வொரு சென்டிமீட்டரிலும் 5,10,15, …… 60 எனக் குறிக்கவும். (10,40), (20,80), (30,120), (40,160) மற்றும் (50,200) என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். புள்ளிகளைச் சேர்க்கவும். நமக்கு ஒரு நேர்கோடு கிடைக்கிறது. இவ்வரைபடம் வேகத்திற்கும் தொலைவிற்கும் இடையேயுள்ள உறவைக் காட்டுகிறது.

மணிக்கு வேகம் 35 கி.மீ ஆக இருக்கும் பொழுது நான்கு மணி நேரத்தில் பயணம் செய்த தொலைவைக் காண வரைபடம் 7.2 இல் காட்டப்பட்டது. போல Xஅச்சில் x=35 என்ற புள்ளியில் இருந்து Y-அச்சுக்கு இணையாக ஒரு புள்ளிக் கோடு வரையவும். இப்புள்ளிக் கோடும் வேகம் தொலைவு நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளியில் Xஅச்சுக்கு இணையாக மற்றொரு புள்ளிக் கோடு வரையவும். இப்புள்ளிக்கோடு வரைபடத்தில் Y-அச்சை 140 என்ற அளவில் வெட்டுகிறது. எனவே மணிக்கு வேகம் 35 கி.மீ ஆக இருக்கும் பொழுது நான்கு மணி நேரத்தில் பயணம் செய்த தொலைவு 140 கி.மீ ஆகும். இதே முறையில் மணிக்கு வேகம் 55 கி.மீ ஆக இருக்கும் பொழுது நான்கு மணி நேரத்தில் பயணம் செய்த தொலைவு 220 கி.மீ என்பதை வரைபடத்திலிருந்து அறியலாம்.



படம் 7.2

நான்கு மணி நேரத்தில் 60 கி.மீ தூரத்தை சென்றடைய மணிக்கு வேகத்தைக் காண படம் 7.2 இல் காட்டப்பட்டது போல Y-அச்சில் y = 60 என்ற புள்ளியில் X- அச்சுக்கு இணையாக ஒரு புள்ளிக் கோடு வரையவும். இப்புள்ளிக்கோடும் வேகம் தொலைவு நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளியில் Y- அச்சுக்கு இணையாக மற்றொரு புள்ளிக் கோடு வரையவும். இப்புள்ளிக்கோடு வரைபடத்தில் X- அச்சை 15 என்ற அளவில் வெட்டுகிறது. எனவே நான்கு மணி நேரத்தில் 60 கி.மீ தூரத்தைச் சென்றடைய மணிக்கு வேகம் 15 கி.மீ ஆகும். இதே முறையில் நான்கு மணி நேரத்தில் 180 கி.மீ தூரத்தைச் சென்றடைய மணிக்கு வேகம் 45 கி.மீ என்பதை வரைபடத்திலிருந்து அறியலாம்.

பயிற்சி 7.2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	25	50	75	100	125	150	175	200

2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்

X	5	10	15	20	25	30	35	40
Y	5	10	15	20	25	30	35	40

3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்

X	3	6	9	12	15	18	21	24
Y	10	20	30	40	50	60	70	80

4. ஒரு பொருளின் விலை ரூ.15 அட்டவணை ஒன்று தயாரித்து "அளவு விலை" உறவைக் காட்ட ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்.

அளவு (எண்ணிக்கையில்)	1	2	3
விலை (ரூபாயில்)	5	10	15

வரைபடத்திலிருந்து
   (i) கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளின் விலைகளைக் காண்க
      அ. 10 அளவுகள் ஆ. 13 அளவுகள்
   (ii) கீழே கொடுக்கப்பட்ட விலைகளுக்குரிய அளவுகளைக் காண்க
      அ. ரூ.60 ஆ. ரூ.75

6. ஒரு பொருளின் விலை ரூ.20 "அளவு-விலை" உறவைக்காட்ட ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து
   (i) கீழே கொடுக்கப்பட்ட பொருட்களின் எண்ணிக்கையின் விலையைக் காண்க.
      அ. 12 பொருட்கள் ஆ. 15 பொருட்கள்
   (ii) கீழே கொடுக்கப்பட்ட விலைகளுக்கு பொருட்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.
      அ. ரூ.340 ஆ. ரூ.500

7. ஒரு நபர் ஒரு ஊர்தியில் 6 மணிநேரம் பயணம் செய்கிறார். அவரின் மாறுபட்ட வேகமும் அதற்கேற்ப சென்ற தூரமும் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. வேகத்திற்கும் தொலைவிற்கும் இடையேயுள்ள உறவைக் காட்ட ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரையவும்.

வேகம் மணிக்கு (கி.மீல்)	5	10	15	20	25	30	35	40
தொலைவு (கி.மீல்)	30	60	90	120	150	180	210	240

8. ஒரு வாடகை ஊர்தி ஓட்டுநர் 5 மணி நேரம் பயணம் செய்கிறார். அவர் எண்ணிய வேகங்களும் அதற்கேற்ப பயணம் செய்யும் தொலைவுகளும் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. வேகத்திற்கும் தொலைவிற்கும் உள்ள உறவைக் காட்டும் ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரைக.

வேகம் மணிக்கு (கி.மீல்)	5	15	25
தொலைவு (கி.மீல்)	25	75	125

வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

(i) வேகம் 30 கி.மீ எனில் 5 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்யும் தொலைவு எவ்வளவு?

(ii) வேகம் 50 கி.மீ எனில் 5 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்யும் தொலைவு எவ்வளவு?

(iii) 5 மணி நேரத்தில் 100 கி.மீ பயணம் செய்ய வேண்டுமெனில் வேகம் என்ன?

(iv) 5 மணி நேரத்தில் 250 கி.மீ பயணம் செய்ய வேண்டுமெனில் வேகம் என்ன?

9. ஒரு குடும்பம் ஒரு ஊர்தியில் 8 மணிநேரம் பயணம் செய்கிறது. வேகம் தொலைவைக் காட்ட ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரைந்து வரைபடத்திலிருந்து கீழே கொடுக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

(i) வேகம் 40 கி.மீ எனில் 8 மணிநேரத்தில் பயணம் செய்யும் தொலைவு எவ்வளவு?

(ii) வேகம் 60 கி.மீ எனில் 8 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்யும் தொலைவு எவ்வளவு?

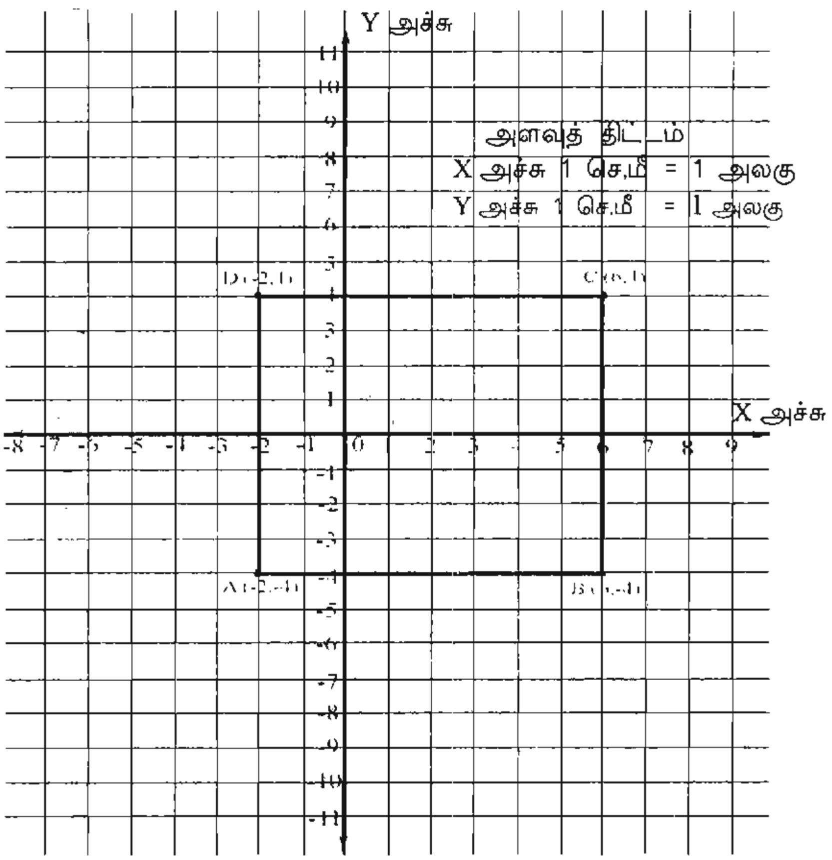
(iii) 8 மணி நேரத்தில் 280 கி.மீ பயணம் செய்ய வேகம் என்ன?

(iv) 8 மணி நேரத்தில் 600 கி.மீ பயணம் செய்ய வேகம் என்ன?

7.3 தள உருவங்களின் பரப்பளவு:

ஒரு வரைபடத்தில் வரையப்பட்ட சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் போன்ற தள வடிவங்களால் அடைபடும் பகுதிகளின் பரப்பளவுகளை வரைபடத்தாளில் உள்ள அலகு சதுரங்களை எண்ணி தீர்மானிக்க முடியும்.

ஒரு வரைபடத்தாள் சமபரப்பளவுகளைக் கொண்ட சிறிய சதுரங்களாகவும் ஒவ்வொரு சிறிய சதுரமும் ஒரு செ.மீ அளவு கொண்ட சமபக்கங்களையுடையதாகவும் மேலும் ஒவ்வொரு சிறிய சதுரமும் 1 மி.மீ அளவு கொண்ட சம பக்கங்களையும் சமபரப்பளவுகளையும் கொண்டதாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம். அலகு சதுரத்தின் பக்க அளவு 1 செ.மீ என்பதால் அலகு சதுரத்தின் பரப்பளவு 1 செ.மீ^{2} ஆகும்.



படம் 7.3

படம் 7.3 இல் ABCD என்பது A மற்றும் B, B மற்றும் C, C மற்றும் D மேலும் D மற்றும் A ஆகிய புள்ளிகளைச் சேர்ப்பதால் கிடைப்பது ஒரு சதுரம் ஆகும். ABCD யின் அடைபட்ட பகுதியில் உள்ள அலகு சதுரங்களைக்கூட்டினால் அதில் மொத்தம் 64 அலகு சதுரங்கள் உள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே சதுரத்தின் பரப்பளவு 64 செ.மீ^{2} ஆகும்.

படம் 7.3 இல் இருந்து சதுரம் ABCD யின் பக்க அளவு 8 செ.மீ என்பதை நாம் அறிகிறோம். ஒரு சதுரத்தின் பக்க அளவு a அலகுகள் எனில் அதன் பரப்பளவு a^2 சதுர அலுகுகள் என்பதை நாம் அறிவோம்.

எனவே சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு $= 8$ செ.மீ $\times$ 8 செ.மீ $= 64$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 3:

A (-5, 1), B (3, 1), C (3, 6) , D (-5, 6) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து ABCD என்ற வடிவத்தால் அடைபடும் பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு:

பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்திற்கு X- அச்சிலும் Y- அச்சிலும் அலகுகளைக் குறிக்கவும் A (-5, 1), B (3, 1), C (3, 6) மற்றும் D (-5, 6) என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். A மற்றும் B, B மற்றும் C, C மற்றும் D மேலும் D மற்றும் A ஆகியவைகளைச் சேர்க்க. செவ்வகம் ABCD என்ற ஒரு அடைபட்ட வடிவம் நமக்கு கிடைக்கின்றது. AB, BC, CD மற்றும் DA என்ற பக்கங்களுக்கு இடையே அடைபடும் அலகு சதுரங்களைக் கூட்டினால் அதில் 40 அலகு சதுரங்கள் உள்ளன என்பதை நாம் அறிகிறோம். எனவே செவ்வகம் ABCD யின் பரப்பளவு 40 செ.மீ^{2} ஆகும்.

பயிற்சி 7.3

1. A (-2, -2) , B (2,-2), C(2,2) , D (-2,2) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து ABCD என்ற வடிவத்தால் அடைபடும் பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.
2. A (-4, -5), B (2, -5), C (2, 1), D (-4, 1) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து புள்ளிகளால் அடைபடும் வடிவத்தின் பரப்பளவினைக் காண்க. சூத்திரத்தைப்பயன்படுத்தி ABCD யின் பரப்பளவைக் கணக்கிட்டு வரைபடத்தாளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற பரப்பளவுடன் சரிபார்க்க.
3. A (-2, - 4), B (6, - 4), C (6, 4), D (- 2, 4) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து புள்ளிகளால் அடைபடும் வடிவத்தின் பரப்பளவினைக் காண்க. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ABCD யின் பரப்பளவைக் கணக்கிட்டு வரைபடத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற பரப்பளவுடன் சரிபார்க்க.
4. A (3, -2), B (8, -2), C (8, 8), D (3, 8) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து புள்ளிகளால் அடைபடும் வடிவத்தின் பரப்பளவினைக் காண்க. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ABCD யின் பரப்பளவைக் கணக்கிட்டு, வரைபடத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற பரப்பளவுடன் சரிபாக்க.
5. A (-6,-11), B(4,-11), C(4,-6), D(-6,-6) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து புள்ளிகளால் அடைபடும் வடிவத்தின் பரப்பளவினைக் காண்க. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ABCD யின் பரப்பளவைக் கணக்கிட்டு வரைபடத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற பரப்பளவுடன் சரிபார்க்க.

7.4 பணமாற்று

உலகம் முழுவதுமாக மக்கள் ஒரு தேசத்திலிருந்து மற்றொரு தேசத்திற்கு செல்கின்றனர். பணம் இல்லாமல் நாம் எந்த ஒரு பரிவர்த்தனையும் செய்ய முடியாது. நாம் அயல் நாடுகளுக்குச் செல்லும் பொழுது அவர்களுடைய நாணயங்களில் பரிவர்த்தனை செய்ய வேண்டியதுள்ளது. வெவ்வேறு நாடுகள் வெவ்வேறு நாணயங்களை வெவ்வேறு பெயர்களில் உபயோகிக்கின்றன. எனவே நாம் பணமாற்றுடன் தொடர்புடைய கருத்துக்களை அறிந்து கொள்ள வேண்டும். பணமாற்றுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுக்களை இப்பகுதியில் நாம் கருத்தில் கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 4:

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் ஒரு U.S டாலரின் ($) பணமாற்று மதிப்பு ரூபாய் 46 ஆகும். டாலரின் ($) பணமாற்று மதிப்பை ரூபாயில் காட்ட ஒரு நேர்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடைகாணவும்.

(i) 4 U.S. டாலரின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்

(ii) 5 U.S. டாலரின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்

(iii) ரூபாய் 115ன் மதிப்பை U.S டாலர் மதிப்பில் காணவும்

(iv) ரூபாய் 161ன் மதிப்பை U.S டாலர் மதிப்பில் காணவும்

தீர்வு:

U.S. டாலரின் எண்ணிக்கையை X- அச்சிலும் அதற்கு நிகரான ரூபாயை Y- அச்சிலும் எடுத்துக்கொண்டு கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை உருவாக்குவோம்.

U.S. டாலர்கள்	1	2	3
ரூபாய்	46	92	138

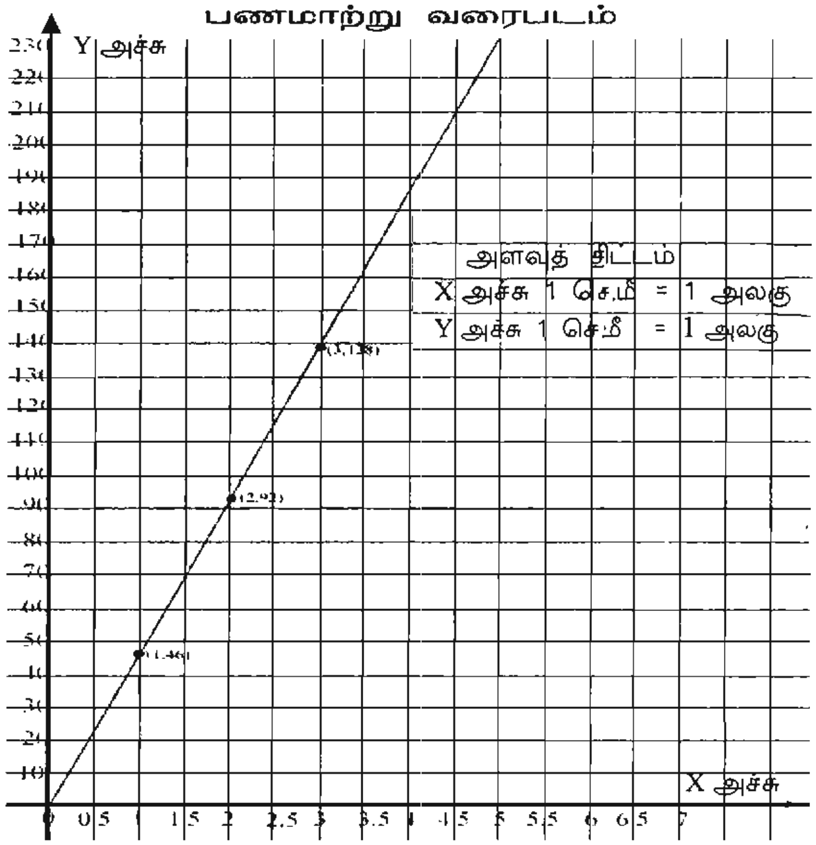
X- அச்சு மற்றும் Y-அச்சுக்களை வரைந்து பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்துடன் X-அச்சிலும் Y- அச்சிலும் அலகுகளைக் குறித்துகொள்ளவும் (1, 46), (2,92) (3,138) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக்கொள்ளவும். இம்மூன்று புள்ளிகள் வழியாக ஒரு கோடு வரையவும். இந்நேர்கோடு U.S. டாலருக்கும். ரூபாய்க்கும் உள்ள உறவைக் காட்டுகிறது.

4 U.S டாலர்களின் மதிப்பை ரூபாய்கள் மதிப்பில் காண X- அச்சில் X = 4 என்ற புள்ளியில் Y அச்சுக்கு இணையாக வரைபடத்தில் (படம் 7.4) காட்டப்பட்டது போல ஒரு புள்ளிக்கோடு வரையவும்.

இப்புள்ளிக்கோடும் டாலர் -ரூபாய் மாற்று நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளியில் X-அச்சுக்கு இணையாக மற்றொரு புள்ளிக்கோடு வரையவும். வரைபடத்தில் இப்புள்ளிக்கோடு Y-அச்சை 184ல் வெட்டுகிறது. எனவே 4 U.S. டாலர்களின் மதிப்பு ரூபாயில் ரூபாய் 184 ஆகும். இதே முறையில் 5 U.S. டாலர்களின் மதிப்பு ரூபாயில் ரூபாய் 230 என்று காண முடியும்.

ரூபாய் 115ன் மதிப்பை டாலரின் மதிப்பில் காண Y அச்சில் y = 115 என்ற புள்ளியில் X அச்சுக்கு இணையாக வரைபடத்தில் (படம் 7.4) காட்டப்பட்டது போல ஒரு புள்ளிக்கோடு வரையவும். இப்புள்ளிக்கோடும் டாலர்-ரூபாய் மாற்று நேர்க்கோடும் வெட்டும் புள்ளியில் Y அச்சுக்கு இணையாக மற்றொரு புள்ளிக்கோடு வரையவும்.

வரைபடத்தில் இப்புள்ளிக்கோடு X அச்சை 2.5 இல் வெட்டுகிறது. எனவே ரூபாய் 115 இன் மதிப்பு டாலர்கள் மதிப்பில் 2.5 U.S டாலர்கள் ஆகும். இதே முறையில் ரூபாய் 161 ன் மதிப்பை U.S டாலர்கள் மதிப்பில் 3.5 U.S டாலர்கள் என்று காணமுடியும்.



படம் 7.4

பயிற்சி 7.4

1. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் ஒரு சவுதி ரியாலின் பணமாற்று மதிப்பு ரூபாய் 12 ஆகும். சவுதி ரியாலின் பணமாற்று மதிப்பை ரூபாயில் காட்ட ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடை காணவும்.

    (i) 5 சவுதி ரியாலின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்

    (ii) 7 சவுதி ரியாலின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்

    (iii) ரூபாய் 108ன் மதிப்பை சவுதி ரியாலின் மதிப்பில் காணவும்

    (iv) ரூபாய் 72ன் மதிப்பை சவுதி ரியாலின் மதிப்பில் காணவும்

2. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் ஒரு சிங்கப்பூர் டாலரின் பணமாற்று மதிப்பு ரூபாய் 27 ஆகும். சிங்கப்பூர் டாலரின் பணமாற்று மதிப்பை ரூபாயில் காட்ட ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடைகாணவும்.

    (i) 5 சிங்கப்பூர் டாலரின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (ii) 7 சிங்கப்பூர் டாலரின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (iii) ரூபாய் 108ன் மதிப்பை சிங்கப்பூர் டாலரின் மதிப்பில் காணவும்.

    (iv) ரூபாய் 162ன் மதிப்பை சிங்கப்பூர் டாலரின் மதிப்பில் காணவும்.

3. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் ஒரு ஜப்பானிய யென்னின் பணமாற்று மதிப்பு ரூபாய் 42 ஆகும். ஜப்பானிய யென்னின் பணமாற்று மதிப்பை ரூபாயில் காட்ட ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடைகாணவும்.

    (i) 4 ஜப்பானிய யென்னின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (ii) 6 ஜப்பானிய யென்னின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (iii) ரூபாய் 210ன் மதிப்பை ஜப்பானிய யென்னின் மதிப்பில் காணவும்.

    (iv) ரூபாய் 294ன் மதிப்பை ஜப்பானிய யென்னின் மதிப்பில் காணவும்.

4. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் ஒரு நியூசிலாந்து டாலரின் பணமாற்று மதிப்பு ரூபாய் 30 ஆகும். நியூசிலாந்து டாலரின் பணமாற்று மதிப்பை ரூபாயில் காட்ட ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரையவும். வரைபடத்திலிருந்து கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடைகாணவும்.

    (i) 5 நியூசிலாந்து டாலர்களின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (ii) 8 நியூசிலாந்து டாலர்களின் மதிப்பை ரூபாய் மதிப்பில் காணவும்.

    (iii) ரூபாய் 150ன் மதிப்பை நியூசிலாந்து டாலர்களின் மதிப்பில் காணவும்.

    (iv) ரூபாய் 210ன் மதிப்பை நியூசிலாந்து டாலர்களின் மதிப்பில் காணவும்.

5. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் வெவ்வேறு நாடுகளின் பெயர்களும் அவைகளுக்கெதிரே அவைகள் பயன்படுத்தும் நாணயங்களின் பெயரும், ஒரு அலகுக்கு நிகரான ரூபாயின் மதிப்பும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையை கவனமாகப்படித்து அதற்கு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

வரிசை எண்	நாட்டின் பெயர்	நாணயம்	ஒரு அலகின் ரூபாய் மதிப்பு
1.	அமெரிக்க ஐக்கிய மாகாணங்கள்	டாலர்	46.54
2.	சிங்கபபூர்	டாலர்	27.13
3.	ஜப்பான்	யென்	42.13
4.	சுவிட்சர்லாந்து	பிராங்க்	37.09
5.	ஆஸ்திரேலியா	டாலர்	33.36
6.	நியூசிலாந்து	டாலர்	30.45
7.	மலேசியா	ரிங்கிட்	12.25
8.	குவைத்	தினார்	157.88
9.	பஹ்ரென்	தினார்	123.49
10.	சவுதி	ரியால்	12.41

(i) மலேசிய் நாட்டின் நாணயத்தின் பெயரை எழுதுக

(ii) நாணயத்தின் பெயர் யென் என்றழைக்கப்படும் நாடடின் பெயரை எழுதுக

(iii) நாணயத்தின் பெயர் டாலர் என்றழைக்கப்படும் நாடுகளின் பெயர்களை எழுதுக

(iv) நாணயத்தின் பெயர் தினார் என்றழைக்கப்படும் நாடுகளின் பெயர்களை எழுதுக.

(v) நாணயத்தின் பெயர் ரியால் என்றழைக்கப்படும் நாட்டின் பெயரை எழுதுக.

7.4 எதிர்மாறல்:

ஒரு நபர் ஒரு ஊர்தியில் 200 கி.மீ தொலைவு பயணம் செய்ய வேண்டியுள்ளது. மணிக்கு 10 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் அவர் சென்றால் கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தை பயணம் செய்ய அவர் 20 மணி நேரம் எடுத்துக்கொள்வார். மணிக்கு 20 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் அவர் சென்றால் கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தை பயணம் செய்ய அவர் 10 மணி நேரம் எடுத்துக்கொள்வார். மணிக்கு 40 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் அவர் சென்றால் கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தை பயணம் செய்ய அவர் 5 மணி நேரம் எடுத்துக் கொள்வார். இதிலிருந்து நாம் யூகித்தறிவது என்ன? வேகம் அதிகரிக்கும் பொழுது கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தை பயணம் செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் குறைகிறது.

இதுபோல வேகம் குறையும் பொழுது கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தை பயணம் செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அதிகரிக்கிறது. இங்கு வேகமும் காலமும் எதிர்மாறலில் உள்ள இரண்டு மாறிகளாகக் கருதப்படுகின்றன. ஒரு எதிர் மாறலில் ஒரு மாறி அதிகரிக்கும் பொழுது மற்றொரு மாறி குறைகிறது. மேலும் ஒரு மாறி குறையும் பொழுது மற்றொரு மாறி அதிகரிக்கிறது. வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையும் அவர்கள் ஒரு வேலையை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் காலமும், ஒரு தொட்டியில் நீரை நிரப்புவதற்கு அல்லது தொட்டியில் உள்ள நீரை வெளியேற்றுவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் குழாய்களின் எண்ணிக்கையும் அவை எடுத்துக்கொள்ளும் காலமும், செலவுத்தொகை மாறாதிருக்கும் பொழுது விலையும் அளவும் எதிர்மாறலுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

நினைவிற்கொள்க

1. இரண்டு அளவுகளுக்கு இடையேயுள்ள உறவை தெளிவாகக் காட்டும் ஒரு வகை படம் ஒரு வரைபடமாகும்.
2. இரண்டு அளவுகளுக்கு இடையேயுள்ள உறவை ஒரு வரைபடத்தாளில் காட்டும் நேர் கோடு ஒரு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் என்றழைக்கப்படுகிறது.
3. அளவும் விலையும் நேர்மாறலில் உள்ளன.
4. வேகமும் தொலைவும் நேர்மாறலில் உள்ளன.
5. வேகமும் காலமும் எதிர்மாறலில் உள்ளன.

விடைகள்

பயிற்சி 1.1

1. (i) $\frac{3}{11} > \frac{-4}{11}$ (ii) $\frac{-5}{8} > \frac{-3}{4}$ (iii) $\frac{-7}{12} > \frac{5}{-8}$ (iv) $\frac{3}{7} > \frac{-4}{9}$
2. (i) $\frac{5}{-7} < \frac{-4}{7}$ (ii) $\frac{-7}{13} < \frac{6}{13}$ (iii) $\frac{16}{-5} < 3$ (iv) $\frac{4}{-3} < \frac{-8}{7}$
3. $\frac{-7}{10} < \frac{8}{-15} < \frac{-17}{-30} < \frac{3}{5}$

4. $\frac{-7}{-12} > \frac{4}{9} > \frac{11}{-24} > \frac{-5}{6}$

6. $\frac{3}{7} < \frac{43}{70} < \frac{4}{5}$

7 $\frac{17}{80}, \frac{9}{40}$

8. $\frac{7}{36}$, $\frac{13}{72}$

பயிற்சி 1.2

1. (i) $3.\overline{6}$ (ii) 3.75 (iii) 3.4 (iv) $3.1\overline{6}$ (v) 8.025
   (vi) –1.25 (vii) – 0.65 (viii) –3.2 (ix) –2.1 (x) 0.085
2. (i), (iv) (vi), (ix) மற்றும் (x) ஆகியவை முடிமுறு தசம எண்கள் அவற்றின் பகுதிகள் 2 மற்றும் 5 ஆகிய பகாக் காரணிகளைக் கொண்டுள்ளன.

   (ii), (iii), (v), (vii), மற்றும் (viii) ஆகியவை முடிமுறு தசம எண்கள் அல்ல. பகுதிகள் 2 மற்றும் 5 பகுதிகள் ஆகிய பகாக் காரணிகளாக இல்லை
3. முடிவுறா தசம எண் பகுதிகள் 2 மற்றும் 5 ஆகிய பகாக் காரணிகளாக இல்லை.
4. (i) $\frac{53}{100}$ (ii) $\frac{13}{20}$ (iii) $\frac{157}{50}$ (iv) $\frac{701}{100}$ (v) $\frac{10001}{10000}$
5. (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{14}{33}$ (iii) $\frac{17}{30}$ (iv) $\frac{23}{37}$ (v) $\frac{37}{990}$

பயிற்சி 1.3 (அ)

1. (i) 43 (ii) 187 (iii) 709 (iv) 1021 (v) 6024
2. (i) 3.4 (ii) 4.37 (iii) 1.78 (iv) 0.54 (v) 0.043
3. (i) $\frac{15}{56}$ (ii) $\frac{129}{67}$ (iii) $3\frac{4}{15}$ (iv) $4\frac{39}{58}$
4. (i) 2.24 (ii) 2.65 (iii) 0.13 (iv) 0.94 (v) 1.04
5. 57

6. 110

7. 73

8. (i) 8 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 14
   (v) 24 (vi) –11 (vii) –35 (viii) –30
9. (i) 42 (ii) –72 (iii) 75 (iv) $\frac{3}{16}$ (v) $\frac{13}{21}$

10. 55

பயிற்சி 1.3 (ஆ)

1.	(i) 16	(ii) 21	(iii) 32	(iv) 43
2.	(i) 3.780	(ii) 7.652	(iii) 12.480	(iv) 17.235

பயிற்சி 1.4

1. $\frac{1}{70}, \frac{141}{4900}$ 2. $\frac{1}{25}, \frac{49}{625}$ 3. $\frac{10107}{42875}$

4.	370850,	370900,	371000,	370000,	400000
5.	419.8169,	419.817,	419.82,	419.8	

பயிற்சி 1.5.1 (அ)

1.	(i) 2^2 (ii) 2^1		(iii) 2^3	(iv) 2^4	(v) 2^3
2.	(i) 5	(ii) 11	(iii) 25	(iv) 35	(v) 43
3.	(i) 3	(ii) 7	(iii) 13	(iv) 11	(v) 24
4.	(i) 1111_2	(ii) 11101_2	(iii) 100011_2	(iv) 110000_2	(v) 111100_2

பயிற்சி 1.5.1 (ஆ)

1.	(i) 1111_2	(ii) 11000_2	(iii) 101110_2	(iv) 111001_2	(v) 11111_2
	(vi) 110001_2	(vii) 1001110_2	(viii) 1011001_2	(ix) 10010_2	(x) 11001_2
2.	(i) 10_2	(ii) 11_2	(iii) 10_2	(iv) 100_2	(v) 110_2
	(vi) 1111_2	(vii) 1111_2	(viii) 1101_2	(ix) 1110_2	(x) 11011_2

பயிற்சி 1.5.1 (இ)

1.	(i) 11011_2	(ii) 1000001_2	(iii) 100001010_2
	(iv) 1001111111_2	(v) 11110000001_2	
2.	(i) 100_2, 1_2	(ii) 101_2, 1_2	(iii) 11_2 , 0_2
	(iv) 1110_2 , 11_2	(v) 10110_2 , 1_2	

பயிற்சி 1.5.2 (அ)

1.	(i) 5^2	(ii) 5^1	(iii) 5^3	(iv) 5^4	(v) 5^5
2.	(i) 19	(ii) 73	(iii) 149	(iv) 346	(v) 1416
3.	(i) 14	(ii) 23	(iii) 68	(iv) 212	(v) 778
4.	(i) 122_5	(ii) 3202_5	(iii) 133334_5	(iv) 103303_5	(v) 321141_5

பயிற்சி 1.5.2 (ஆ)

1. (i) 1104_5 (ii) 4140_5 (iii) 1310_5 (iv) 1303_5 (v) 1141_5
2. (i) 221_5 (ii) 1342_5 (iii) 1140_5 (iv) 41333_5 (v) 2034_5
3. (i) 20231_5 (ii) 1022221_5 (iii) 303132_5
   (iv) 12120141_5 (v) 4131331_5
4. (i) 1001_5 , 2_5 (ii) 2103_5 , 3_5 (iii) 110_5 , 12_5
   (iv) 101_5 , 142_5 (v) 1001_5 , 101_5

பயிற்சி 2.1

1. i) 4 % ii) 75 % iii) 340 % iv) 215 %
2. i) $\frac{7}{10}$ ii) $\frac{3}{5}$ iii) $\frac{1}{5}$ iv) $\frac{9}{200}$ v) $\frac{1}{16}$
3. i) 12.5 % ii) 2.5 % iii) 10 % iv) 10 %
4. i) 270 ii) 13.5 iii) 5.12 கி.கி. iv) 2.205 லிட்டர்
5. ரூ 33
6. 16.6 % நஷ்டம்
7. ரூ 2280
8. ரூ 48400
9. ரூ 200
10. ரூ. 6800

பயிற்சி 2.2

1. i) ரூ. 10000 ii) ரூ. 10500 iii) ரூ. 30000 iv) ரூ. 30000
2. i) ரூ. 750 ii) Rs 675 iii) ரூ. 3000 iv) ரூ. 3750
3. i) ரூ. 135000 , ரூ. 35000 ii) ரூ. 46800 , 16800
   iii) ரூ. 445500 , ரூ. 175500 iv) ரூ. 315000 , ரூ. 140000
4. EMI ரூ. 3417 , சேவைக் கட்டணம் = ரூ. 1000

பயிற்சி 2.3

1. i) ரூ. 1860 , ரூ. 78 ii) ரூ. 1160 , ரூ. 48
   iii) ரூ. 1800 , ரூ. 1500 iv) ரூ. 3240 , ரூ. 135
2. ரூ. 3600
3. ரூ. 2083 , ரூ. 417
4. 1278 ரூ. திருத்தமாக

பயிற்சி 2.4

1. i) 5 % ii) 5.5 % iii) 5.75 % iv) 5 %
2. ரூ. 31. 33
3. i) ரூ. 5832 ii) ரூ. 5624.32
4. ரூ. 15326.25
5. ரூ. 15120
6. ரூ. 4307.50

பயிற்சி 2.5

1. i) ரூ. 618 ii) ரூ. 2078 iii) ரூ. 205 iv) ரூ. 1986
2. i) ரூ. 4410, ரூ. 410 ii) ரூ. 2812.16 , ரூ. 212.16
   iii) ரூ. 1331 , ரூ. 331 iv) ரூ. 11411.66 , ரூ. 1411.66
3. ரூ. 859.57
4. i) ரூ. 2163.20 , ரூ. 163.20 ii) ரூ. 5304.50 , ரூ. 304.50
5. ரூ. 205 6. ரூ. 472.88 7. ரூ. 2500 8. ரூ. 2000 9. ரூ. 8000

பயிற்சி 2.6

1. i) ரூ. 8 ii) ரூ. 12.80 iii) ரூ. 4.80 iv) ரூ. 60
2. ரூ. 3000 3. ரூ. 5000

பயிற்சி 2.7

1. 10609 2. 231525 3. 2205 4. ரூ. 39710 5. ரூ. 36450

பயிற்சி 2.8

1. i) 25 % ii) 12.5 % iii) 20 % iv) 37.5%
2. i) ரூ. 2500 ii) ரூ. 1000 iii) ரூ. 3000 iv) ரூ. 500

அத்தியாயம் 3 - திருப்புதல் பக்கம் 78

1. i) A = 154 செ.மீ ^{2} , C = 44 செ.மீ ii) A = 38.5 செ.மீ ^{2} , C = 22 செ.மீ
   iii) A = 346.5 செ.மீ ^{2} , C = 66 செ.மீ
2. i) A = 308 செ.மீ ^{2} , P = 72 செ.மீ ii) A = 693 d மீ ^{2} , P = 108 d மீ
   iii) A = 481.25 செ.மீ ^{2} , P = 90 செ.மீ
3. i) A = 1386 மி.மீ ^{2} , P = 150 மி.மீ ii) A = 24.64 செ.மீ ^{2}, P = 20 செ.மீ
   iii) A = 38.5 மீ ^{2} , P = 25 மீ
4. r = 14 செ.மீ , A = 616 செ.மீ ^{2} 5. r = 7 செ.மீ, P = 36 செ.மீ.

பயிற்சி 3.1

1. i) 22 செ.மீ ii) 5.5 மீ iii) 33 d மீ iv) 22 செ.மீ
2. i) 144° ii) 126° iii) 189° iv) 175°
3. i) 264 செ.மீ ^{2} ii) 154 மீ ^{2} iii) 924 d மீ ^{2} iv) 9.24 மீ ^{2}
4. i) 320 மீ ^{2}, 72 மீ ii) 180 செ.மீ ^{2} , 54 செ.மீ
   iii) 1750 செ.மீ ^{2} , 235 செ.மீ iv) 44.1 செ.மீ ^{2}, 26.6 செ.மீ
5. i) 8 மணி நேரம் ii) 2 மணி நேரம் iii) 14 மணி நேரம்

பயிற்சி 3.2

1. நேர்க் கோடு 2. AB CD, இரண்டும் சம நீளம்

3. 10 4. பொது மைய வட்டங்கள்

5. வட்டங்கள் சுழல்வது போல் தோன்றுகின்றன.

8. நீளம் = 4செ.மீ, அகலம் = 1 செ.மீ மற்றும் உயரம் = 2 செ.மீ.

பயிற்சி 3.3

1. i) 5 முகங்கள் (ABC , DEF , ABED , BCFE மற்றும் ACFD)
   9 விளிம்புகள் (AB , BC, CA, DE, EF, FD, AD, BE மற்றும் CF)
   6 உச்சிகள் (A, B, C, D, E மற்றும் F)

   ii) 6 முகங்கள் (ABCD , EFGH, ABFE , BCGF , CDHG மற்றும் DAEH)
   12 விளிம்புகள் (AB , BC, CD, DA, , EF, FG, GH , HE , AE , BF , CG மற்றும் DH)
   8 உச்சிகள் (A, B, C, D, E , F , G மற்றும் H)

2. i) 900 செ.மீ ^{2} ii) 130 மீ ^{2} iii) 15750 மீ ^{2} iv) 504 மீ ^{2} v) 243.75 செ.மீ ^{2}

3. i) 510 செ.மீ ^{2} , 450 செ.மீ ^{3} ii) 2968 செ.மீ ^{2} , 4200 செ.மீ ^{3}
   iii) 106.8 செ.மீ ^{2}, 43.2 செ.மீ ^{3} 4. 480 செ.மீ ^{2} 5. 972 செ.மீ ^{2} 6. 10 செ.மீ

7. i) 8400 செ.மீ ^{3} ii) 750 மீ ^{3}

8. i) 20 செ.மீ ii) 9 செ.மீ 9) 4 செ.மீ

10. i) 54 செ.மீ ^{2}, 94 செ.மீ ^{2} மற்றும் 60 செ.மீ ^{3}
    ii) 216 செ.மீ ^{2}, 376 செ.மீ ^{2} மற்றும் 480 செ.மீ ^{3}
    iii) 2000 மீ ^{2}, 3250 மீ ^{2} மற்றும் 12500 மீ ^{3}
    iv) 18.7 d மீ ^{2}, 33.42 d மீ ^{2} மற்றும் 12.512 d மீ ^{3}
    v) 8400 செ.மீ ^{2}, 40400 செ.மீ ^{2} மற்றும் 240000 செ.மீ ^{3}

11. 4600 செ.மீ ^{2} 12. 12.096 மீ ^{2}, ரூ. 120.96 13. 4750 செ.மீ ^{2}

14. i) 9 செ.மீ ^{2} , 13.5 செ.மீ ^{2} , 3.375 செ.மீ ^{3} ii) 2916 செ.மீ ^{2} , 4374 செ.மீ ^{2}, 19683 செ.மீ ^{3}
    iii) 207.36 மீ ^{2} , 311.04 மீ ^{2}, 373.248 மீ ^{3} iv) 275.56 மீ ^{2} , 413.34 மீ ^{2}, 571.787 மீ ^{3}

15. 864 மீ ^{2} 16. 13 செ.மீ 17. 144 செ.மீ ^{2} 18. 125 மீ ^{3}

19. 12 செ.மீ 20. ரூ. 109.60 21. 3375 செ.மீ ^{3}

பயிற்சி 3.4

1. i) 880 மீ ^{2} ii) 264 செ.மீ ^{2} iii) 2310 செ.மீ ^{2}

2. i) 3432 செ.மீ ^{2} ii) 660 செ.மீ ^{2} iii) 122892 செ.மீ ^{2}

3. i) 1540000 செ.மீ ^{3} ii) 616 செ.மீ ^{3} iii) 6930 செ.மீ ^{3}

4. 12320 செ.மீ ^{2} 5. 44352 செ.மீ ^{3} 6. 4312 கி. லிட்டர் 7. $6285 \frac{5}{7}$ செ.மீ ^{2}

8. ரூ. 55 9. 6930 செ.மீ ^{3} 10 $1458\frac{2}{7}$ செ.மீ ^{2}

11. 20 12. 4400 செ.மீ ^{3}

பயிற்சி 3.5

1. 8 செ.மீ	2. 41 செ.மீ	3. 84 மீ	4. 320 மீ ^{3}
5. 360 மீ ^{2}	6. 231 செ.மீ ^{3}	7. 396 செ.மீ ^{2}	8. 22 மீ ^{2}
9. 38.4 செ.மீ	10. 14 செ.மீ		

பயிற்சி 3.6

1. i) 2464 செ.மீ ^{2}	ii) 154 செ.மீ ^{2}	iii) 616 dமீ ^{2}
2. i) 4928 செ.மீ ^{2}	ii) 150.92 மீ ^{2}	iii) 693 செ.மீ ^{2}
3. i) 73.92 மீ ^{2}	ii) 16632 செ.மீ ^{2}	iii) 559.02 டெ.மீ ^{2}
4. i) 1047.816 செ.மீ ^{2}	ii) 14142.86 செ.மீ ^{3}	iii) 4851 டெ.மீ ^{3}
5. i) 155.23 செ.மீ ^{3}	ii) 89.83 டெ.மீ ^{3}	iii) 19404 டெ.மீ ^{3}
6. i) 510109600 கி.மீ ^{2}	7. ரூ. 9240	8. 179.67 செ.மீ ^{3}
9. 21 செ.மீ	10. 38.808 செ.மீ ^{3}	

பயிற்சி 4.1

1. i) 6	ii) 4	iii) 19	iv) 16	v) 34
2. A = 84 ச.மீ,	P = 38 மீ			
3. i) 9	ii) 19	iii) 7	iv) 60	
v) 17	vi) 15	vii) – 7	viii) 4	
4. i) 63	ii) 13	iii) ரூ. 35	iv) 8	v) 48

பயிற்சி 4.2

1. $P = 4a$	2. $A = 1/2\ bh$	3. $A = bh$	4. $C = 2\pi r$
5. $V = lbh$	6. $A = 2\pi rh$	7. $d_1 = 2A / d_2$, $d_1 = 5$	
8. $h = V/lb$, $h = 3$	9. $d = C/\pi$, $d = 14$	10. $l = A/\pi r$, $l = 10$	

பயிற்சி 4.3

1. 5	2. 12	3. 14, 15, 16	4. 35^0 40^0 105^0
5. 12செ.மீ, 7செ.மீ	6. 25, 35	7. 30, 20	8. 6
9. 7செ.மீ, 10 செ.மீ, 10செ.மீ		10. 75	

பயிற்சி 4.4

1. $x = 6, y = 4$	2. $x = 3, y = -2$	3. $x = 8, y = 2$	4. $x = 12, y = 1$
5. $x = 1, y = 1$	6. $x = 1, y = 2$	7. $x = 4, y = 1$	8. $x = -1, y = -2$
9. $x = 5, y = -1$	10. $x = 6, y = 13$	11. $x = 1, y = -1$	12. $x = 5, y = 1$
13. $x = 4, y = -5$	14. $x = 5, y = 3$	15. $x = 1, y = 1$	16. $x = 11, y = -4$
17. $x = 3, y = -2$	18. $x = -1, y = -2$	19. $x = 1, y = -1/2$	20. $x = 1/12, y = 1$
21. $x = 1/5, y = -1/2$		22. $x = 4, y = -2$	23. $x = 10, y = 6$
24. $x = 5, y = -4$		25. $x = 5, y = 7$	

பயிற்சி 4.5

1. 60,12   2. 15, 10   3. ரூ.21, ரூ.30   4. ரூ.15, ரூ.10

5. ரூ.5, ரூ..3   6. 34 ஆண்டுகள் , 12 ஆண்டுகள்

7. 20 ஆண்டுகள் 28 ஆண்டுகள்   8. 20 சரியானவை , 5 தவறானவை

9. 48   10. 64   11. l = 75 மீ , b = 45 மீ   12. l = 37செ.மீ, b=23செ.மீ

13. 3/10   14. 5/7   15. 8, 7   16. Rs. 30000, Rs.1000

பயிற்சி 5.1

(1) 45°   (2) 21° ; 42°, 68°,70°   (3) ∠PRQ ; ∠P , ∠Q

(4) ∠ABC ; ∠ABC + ∠ACB ; ∠BAC + ∠ACB   (5) ∠B = ∠C =70°

(6) ∠P = ∠R = 45°, ∠Q = 90°   (7) Yes   (8) x = 70° , y = 140°

(9) x = 35° , y = 45°

(10) i. 75°   ii. 55°   iii. 20°

(11) 30°, 60° ,60°   (12) இயலும். இயலும்; இயலாது

பயிற்சி 5.2

1. (i) சர்வசமம்   (ii) நீளம்   (iii) கோண அளவுகளை
   (iv) பக்க அளவுகளை   (v) நீளம். அகலங்களை   (vi) ஆரங்களை
2. (i) ΔABC ≡ ΔPQR   (ii) ΔDEF ≡ ΔMLN
   (iii) ΔAOB ≡ ΔAOC   (iv) ΔACB ≡ ΔDBC
3. (i) ΔABC ≡ ΔADC   (ii) (a) ∠ADC (b) ∠ACB
4. (i) ΔABC ≡ ΔFDE   (ii) ΔADO ≡ ΔCBO
5. (i) ஆம், குத்தெதிர் கோணங்கள்
   (ii) ஆம்
   (iii) XZ = QZ ∠X = ∠Q மற்றும் ∠XYZ = ∠QZP
   (iv) ஆம் ஏனெனில் ΔXYZ ≅ ΔQZP
6. AC = EF

பயிற்சி 5.3

1. a) சுற்று வட்ட மையம்.   b) சுற்று வட்ட மையம்.   c) நடுக்கோடு
   d) நடுக்கோட்டு மையம்   e) உள்வட்டமையம்   f) குத்துக்கோடு
   g) செங்கோட்டு மையம்   h) நடுக்கோடு
   i) AC மற்றும் BC

பயிற்சி 5.4

1. 1. சரி   2. சரி   3. தவறு   4. தவறு
   5. சரி   6. சரி   7 சரி

II. 1. சாய்சதுரம் 2. சதுரம் 3. சர்வசமம் 4. 5 செ.மீ

5. இணைகரம் 6. 15 செ.மீ 7. 45°

III. 1. 180° மற்றும் 0° 2. $65^\circ, 115^\circ, 65^\circ$ மற்றும் 115°

3. $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ$ மற்றும் 120° 4. $100^\circ, 80^\circ$ மற்றும் 100°

5. 90° 6. 20 செ.மீ.

பயிற்சி 7.1

1. i) A ii) B, E iii) D iv) C, F v) H, J vi) G, I
2. (0 0)
3. i) முதல்கால் பகுதி ii) இரண்டாம் கால் பகுதி iii) முதல்கால் பகுதி
   iv) மூன்றாம் கால் பகுதி v) நான்காம் கால் பகுதி vi) நான்காம் கால் பகுதி
   vii) இரண்டாம் கால் பகுதி viii) நான்காம் கால் பகுதி ix) இரண்டாம் கால் பகுதி
   x) Y அச்சின் மீது xi) X அச்சின் மீது xii) மூன்றாம் கால் பகுதி
5. 3 செ.மீ 6. 5 செ.மீ , 3 செ.மீ

பயிற்சி 7.2

5. i) a). ரூ. 50 b) ரூ. 65 ii) a) 12 b) 15
6. i) a). ரூ. 240 b) ரூ. 300 ii) a) 17 b) 25
8. i) 150 கிமீ ii) 250 கிமீ iii) 20 கிமீ iv) 50 கிமீ
9. i) 320 கிமீ ii) 480 கிமீ iii) 35 கிமீ iv) 75 கிமீ

பயிற்சி 7.3

1. i)16 செ.மீ ^{2} ii) 36 செ.மீ ^{2} iii) 64 செ.மீ ^{2} iv) 50 செ.மீ ^{2} v) 50 செ.மீ ^{2}

பயிற்சி 7.4

1. i) ரூ. 60 ii) ரூ. 84 iii) 9 ரியால் iv) 6 ரியால்
2. i) ரூ. 135 ii) ரூ. 189 iii) 4 சிங்கப்பூர் டாலர் iv) 6 சிங்கப்பூர் டாலர்
3. i) ரூ. 168 ii) ரூ. 252 iii) 5 ஜப்பானிய எண் iv) 7 ஜப்பானிய எண்
4. i) ரூ. 150 ii) Rs 240 iii) 5 நியூசிலாந்து டாலர் iv) 7 நியூசிலாந்து டாலர்

5 i) ரிங்கிட் ii) ஜப்பான்

iii) அமெரிக்க **ஐக்கிய மாகாணங்கள்** , சிங்கப்பூர் ஜப்பான், ஆஸ்திரேலியா நியூசிலாந்து

iv) குவைத் , பஹ்ரெயின் v) சவுதி